AL. ISAIC-MANIU
A. GRĂDINARU
V. VOINEAGU
C. MITRUȚ

STATISTICA TEORETICĂ ȘI ECONOMICĂ

Scanned with OKEN Scanner

AL. ISAIC-MANIU
A. GRĂDINARU
V. VOINEAGU,
C. MITRUȚ

STATISTICA TEORETICĂ ȘI ECONOMICĂ

Aprobat de Comisia de Experți Științe Economice a Ministerului Învățământului al Republicii Moldova

EDITAT CU SUSȚINEREA
PROGRAMULUI HESP
AL FUNDAȚIEI «SOROS»

CHIȘINĂU
EDITURA «TEHNICA»
1994

Scanned with OKEN Scanner

Isaic-Maniu Al. ş.a.
Statistica teoretică şi economică: Man. pentru in-ţiile de învăţ. super. / Al. Isaic-Maniu, A. Grădinaru, V. Voineagu, C. Mitruţ — Ch.: Editura «Tehnica», 1994.— 432.

ISBN 5—85268—317—5

Editura «Tehnica», Chişinău
Comanda nr. 591.

Firma editorial-poligrafică «Tipografia Centrală»
277068, Chişinău, Florilor, 1
Asociaţia de Stat «Cartea Moldovei»

© Al. Isaic-Maniu, A. Grădinaru, V. Voineagu, C. Mitruţ, 1994
© Prezentare grafică: N. Burilov, 1994

Scanned with OKEN Scanner

CUPRINS

Prefață 11

Capitolul I. Statistica — mijloc de cunoaștere a fenomenelor economice . 14

1.1. Momentele principale ale evoluției statisticii 14
1.2. Semnificația conceptului de statistică 16
1.3. Noțiuni fundamentale ale statisticii 19
1.4. Culegerea datelor statistice (observarea statistică) 25
1.4.1. Metode de culegere a datelor (de observare statistică) 26
1.4.2. Programul de organizare a unei observări statistice 29
1.4.3. Controlul datelor înregistrate. Erorile de observare 30

Capitolul II. Prelucrarea primară a datelor statistice 32

2.1. Conținutul conceptului de prelucrare statistică 32
2.2. Planul prelucrării statistice 34
2.3. Organizarea prelucrării statistice 35
2.4. Sistemul informatic statistic 37
2.5. Metode de prelucrare primară a datelor statistice 39
2.5.1. Gruparea și clasificarea statistică 39
2.5.2. Agregarea (centralizarea) datelor statistice 52
2.5.3. Gruparea secundară 54

Capitolul III. Metode de prezentare a datelor statistice 57

3.1. Tabele statistice 57
3.2. Prezentarea datelor sub forma de serii statistice 62
3.3. Reprezentarea grafică a datelor statistice. Principii și reguli de reprezentare 65

Capitolul IV. Indicatorii statistici rezultați din prelucrarea datelor. Mărimi relative 75

4.1. Indicatori obținuți prin compararea datelor 75
4.2. Mărimi relative — indicatori derivați din prelucrarea datelor . . . 76
4.2.1. Mărimi relative de structură 77
4.2.2. Mărimi relative de intensitate 77
4.2.3. Mărimi relative de coordonare 78
4.2.4. Mărimi relative ale dinamicii 78
4.2.5. Mărimi relative ale prevederilor 79
4.3. Recomandări privind calculul indicatorilor statistici 83
4.3.1. Dimensiunea indicatorilor rezultați prin calcul 83
4.3.2. Rotunjirea și aproximarea valorilor obținute prin calcul . . . 85
4.3.3. Cîteva recomandări practice privind rotunjirea indicatorilor statistici 87

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul V. Caracterizarea statistică a tendinței centrale în seriile de repartiție 89
5.1. Cerințe și obiective ale analizei seriilor de repartiție 89
5.2. Valoarea medie — indicatorul principal al tendinței centrale 92
5.2.1. Tipuri de mărimi medii utilizate frecvent pentru caracterizarea tendinței centrale 95
5.2.2. Relația de ordine a tipurilor de medii 111
5.3. Indicatorii de poziție 114
5.3.1. Valoarea mediană și valoarea medială 115
5.3.2. Cuantilele de ordin $K>2$ 119
5.3.3. Valoarea modală 122

Capitolul VI. Indicatorii statistici ai împrăștierii (ai dispersiei) 129

6.1. Necesitate. Criterii de clasificare 129
6.2. Indicatorii simpli ai împrăștierii 130
6.3. Indicatorii sintetici ai împrăștierii 133
6.4. Indicatorii sintetici ai împrăștierii calculați într-o colectivitate structurată după două caracteristici. Descompunerea pe componente a dispersiei generale 150

Capitolul VII. Indicatorii structurii și formei repartițiilor statistice . . . 158

7.1. Indicatorii structurii repartițiilor statistice 158
7.2. Analiza statistică a concentrării/diversificării 165
7.3. Analiza formei repartiției statistice 170
7.3.1. Indicatorii variației intercuartilice și interdecilice 170
7.3.2. Analiza asimetriei repartițiilor empirice 172
7.4. Testarea normalității repartițiilor statistice empirice 177

Capitolul VIII. Sondajul statistic și utilizarea lui în economie 181

8.1. Erori de sondaj 181
8.2. Tipuri de eșantionare și modalități de prelevare a unităților 182
8.3. Sondajul aleator simplu 183
8.3.1. Simboluri și unele noțiuni recapitulative 183
8.3.2. Indicatorii sondajului aleator simplu repetat și nerepetat . . . 185
8.4. Estimarea proporției și preciziei estimării în cazul caracteristicii alternative (binare) 192
8.5. Metode de sondaj statistic pentru recepția loturilor de produse . . . 194
8.5.1. Noțiuni de bază 194
8.5.2. Caracteristica operativă a planurilor de control statistic 195
8.5.3. Controlul statistic de recepție pentru loturi de produse cu caracteristici alternative 196
8.5.4. Controlul statistic de recepție pentru caracteristici măsurabile . 201
8.6. Sondajul tipic (stratificat) 205
8.6.1. Sondajul tipic proporțional 207
8.6.2. Sondajul tipic optim 208
8.7. Sondajul de serii. Sondajul în mai multe faze 210
8.8. Sondaje cu extracție nealeatoare 211

Capitolul IX. Regresia și corelația statistică 213

9.1. Noțiuni generale 213
9.2. Tipuri de legături statistice 214
9.3. Metode de studiere a legăturilor statistice 214
9.4. Analiza regresiei statistice 216
9.4.1. Etapele construirii modelului de regresie 218
9.4.2. Modelul de regresie liniară cu două variabile 218

Scanned with OKEN Scanner

9.4.3. Modelul de regresie liniară generalizat 229
9.4.4. Modele de regresie neliniare 233
9.5. Măsurarea intensității legăturii dintre variabile 234
9.6. Testarea semnificației indicatorilor de corelație 237
9.7. Alte metode pentru măsurarea dependenței dintre variabilele statistice . 239
9.7.1. Coeficientul de asociere 239
9.7.2. Coeficientul de corelație a rangurilor 240

Capitolul X. Serii cronologice 250

10.1. Conceptul de serie cronologică 250
10.2. Clasificarea seriilor cronologice 253
10.3. Particularitățile seriilor cronologice 255
10.4. Analiza statistică a seriilor cronologice 257
10.4.1. Reprezentarea grafică a seriilor cronologice 257
10.4.2. Sistemul de indicatori ai seriilor cronologice 261
10.5. Modelarea statistică a SCR 277
10.5.1. Componentele seriilor cronologice 278
10.5.2. Modele de combinare a componentelor SCR 280
10.5.3. Determinarea tendinței centrale 283
10.5.3.1. Metode mecanice de ajustare a SCR 284
10.5.3.2. Metode analitice de ajustare a SCR 289
10.5.3.3. Procedee de apreciere a calității ajustării 293
10.5.4. Analiza statistică a oscilațiilor periodice într-o serie cronologică 296
10.5.4.1. Determinarea componentei sezoniere a SCR 296
10.5.5. Autoregresia 302
10.5.6. Extrapolarea pe baza datelor SCR 306

Capitolul XI. Indicii statistici 308

11.1. Noțiunea și funcțiile indicilor în statistică 308
11.2. Indicii individuali 310
11.3. Indicii sintetici (generali) 312
11.4. Procedee de calcul al indicilor sintetici 315
11.4.1. Indicii agregați — procedee de alcătuire 315
11.4.2. Indicii sintetici calculați ca medii ale indicilor elementari . . 316
11.4.3. Indicii mărimilor medii: indicele cu structură variabilă, fixă și al schimbărilor structurale 318
11.5. Serii de indici: indici cu bază fixă (B.F.), bază mobilă (B.M.), pondere constantă (P.C.), pondere variabilă (P.V.) 321
11.6. Descompunerea dinamicii unui indicator complex 323
11.6.1. Procedee de descompunere a dinamicii unui indicator complex 324
11.6.2. Descompunerea dinamicii unui indicator complex în cazul multiplicativ, cu mai mult de doi factori 330

Capitolul XII. Sistemul de indicatori sintetici ai economiei naționale . . 337

12.1. Necesitatea măsurării variabilelor economice 337
12.2. Cerințele și structura sistemului de indicatori 337
12.3. Clasificări și grupări folosite în statistica economică. Clasificarea ramurilor economiei naționale 340

Capitolul XIII. Caracterizarea statistică a resurselor de muncă 342

13.1. Populația și resursele de muncă 342
13.2. Metodologia de calcul al resurselor de muncă 344
13.3. Indicatorii numărului și structurii forței de muncă 346
13.3.1. Populația activă 346
13.3.2. Populația ocupată 353
13.3.3. Numărul salariaților 354

Scanned with OKEN Scanner

13.3.4. Timpul efectiv de muncă 355
13.4. Măsurarea gradului de neocupare a forței de muncă 359

Capitolul XIV. Avuția națională 363

14.1. Avuția națională: concepte și indicatori de măsurare 363
14.2. Indicatorii statistici ai avuției acumulate 367
14.2.1. Indicatorii statistici ai mijloacelor fixe 367
14.2.2. Indicatorii stocurilor de materiale 371
14.2.3. Indicatorii altor elemente ale avuției naționale acumulate . . 372
14.3. Indicatorii resurselor naturale 373
14.3.1. Indicatorii fondului funciar 373
14.3.2. Indicatorii resurselor minerale 374
14.4. Indicatorii resurselor spirituale 375
14.5. Indicatorii mediului înconjurător 377

Capitolul XV. Măsurarea rezultatelor activității economice 380

15.1. Concepția, particularitățile și structura S.C.N. 380
15.2. Principiile măsurării rezultatelor activității economice în S.C.N . . 385
15.3. Indicatorii de rezultate ai activității economice la nivel macroeconomic 388
15.3.1. Circuitul economic și metode de calcul 388
15.3.2. Metodologia de calcul al principalilor indicatori de rezultate . 390
15.4. Indicatori nominali și indicatori reali. Probleme ale măsurării inflației 401
15.5. Probleme privind utilizarea indicatorilor macroeconomici de rezultate 408

Capitolul XVI. Caracterizarea statistică a eficienței folosirii potențialului economic 410

16.1. Noțiuni generale privind măsurarea eficienței 410
16.2. Indicatorii statistici ai eficienței utilizării forței de muncă . . . 414
16.3. Indicatorii sintetici ai eficienței mijloacelor fixe 420
16.4. Indicatorii sintetici ai eficienței folosirii mijloacelor materiale circulante 424

Bibliografie 427

Mic glosar de termeni statistici 429

Scanned with OKEN Scanner

CONTENTS

Preface 11

Chapter I. Statistics — a means of investigating economic phenomena . 14

1.1. Main developments in the evolution of statistics 14
1.2. Significance of the concept of statistics 16
1.3. Basic notions of statistics 19
1.4. Collection of statistical data (statistical observation) 25
1.4.1. Methods of data collection (by statistical observation) . . . 26
1.4.2. Schedule of organizing statistical observation 29
1.4.3. Check of recorded data. Errors of observation 30

Chapter II. Primary processing of statistical data 32

2.1. Content of the concept of statistical processing 32
2.2. Plan of statistical processing 34
2.3. Organization of statistical processing 35
2.4. The statistical data processing system 37
2.5. Methods of primary statistical data processing 39
2.5.1. Statistical grouping and classification 39
2.5.2. Aggregation (summarization) of statistical data 52
2.5.3. Secondary grouping 54

Chapter III. Methods of presenting statistical data 57

3.1. Statistical tables 57
3.2. Presentation of data in the form of statistical series 62
3.3. Graph representation of statistical data. Principles and rules of representation 65

Chapter IV. Statistical indicators resulting from data processing. Relative magnitudes 75

4.1. Indicators obtained by comparing data 75
4.2. Relative magnitudes — indicators derived from data processing . . 76
4.2.1. Relative magnitudes of structure 77
4.2.2. Relative magnitudes of intensity 77
4.2.3. Relative magnitudes of coordination 78
4.2.4. Relative magnitudes of dynamics 78
4.2.5. Relative magnitudes of forecasts 79
4.3. Recommendations for calculus of statistical indicators 83
4.3.1. Size of indicators resulting from calculus 83
4.3.2. Rounding off and approximation of values obtained by calculus . 85
4.3.3. Practical recommendations for rounding off statistical indicators 87

Scanned with OKEN Scanner

Chapter V. Statistical characterization of the central trend in distribution series 89
5.1. Requirements and objectives of analysis of distribution series . . . 89
5.2. Mean value — principal indicator of the central trend 92
5.2.1. Types of mean values frequently used in characterizing the central trend 95
5.2.2. Order relation of types of means 111
5.3. Indicators of position 114
5.3.1. Median value and medial value 115
5.3.2. Quantiles of the order K>2 119
5.3.3. Modal value 122

Chapter VI. Statistical indicators of dispersion 129

6.1. Necessity. Criteria of classification 129
6.2. Simple indicators of dispersion 130
6.3. Aggregative indicators of dispersion 133
6.4. Agregative indicators of dispersion calculated in a collective structured by two characteristics 150

Chapter VII. Indicators of structure and form of statistical distribution . 158

7.1. Indicators of structure of statistical distributions 158
7.2. Statistical analysis of concentration/diversification 165
7.3. Analysis of form of statistical distributions 170
7.3.1. Indicators of inter-quartile and inter-decile variation 170
7.3.2. Analysis of skewness of empirical distributions 172
7.4. Testing the normality of empirical statistical distributions . . . 177

Chapter VIII. Statistical sampling and its utilization in the economy . 181

8.1. Errors in sampling 181
8.2. Types of sampling and ways of drawing the units 182
8.3. Simple random sampling 183
8.3.1. Symbols and some notions of revision 182
8.3.2. Indicators of repeated an non-repeated simple random sampling 185
8.4. Estimation of proportion and precision of estimation in the case of alternative (binary) characteristics 192
8.5. Methods of statistical sampling for acceptance of product batches . 194
8.5.1. Basic notions 194
8.5.2. Operative characteristics of statistical check schedules . . . 195
8.5.3. Statistical check of acceptance of product batches with alternative characteristics 196
8.5.4. Statistical check of acceptance of measurable characteristics . 201
8.6. Typical (stratified) sampling 205
8.6.1. Proportionate typical sampling 207
8.6.2. Optimum typical sampling 208
8.7. Sampling of series. Multistage sampling 210
8.8. Non-random drawing sampling 211

Chapter IX. Regression and statistical correlation 213

9.1. Basic notions 213
9.2. Types of statistical connections 214
9.3. Methods of study of statistical connections 214
9.4. Analysis of statistical regression 216
9.4.1. Stages of building the regression model 218
9.4.2. Bivariate linear regression model 218
9.4.3. Generalized linear regression model 229
9.4.4. Non-linear regression models 233

Scanned with OKEN Scanner

9.5. Measurement of connection intensity between variables 234
9.6. Testing the significance of correlation indicators 237
9.7. Other methods of measuring the dependence between statistical variables 239
9.7.1. Coefficient of association 239
9.7.2. Coefficient of rank correlation, ... 240

Chapter X. Time series 250

10.1. Concept of time series 250
10.2. Classification of time series 253
10.3. Characteristics of time series 255
10.4. Statistical analysis of time series 257
10.4.1. Graph representation of time series 257
10.4.2. System of indicators of time series 261
10.5. Statistical modelling of time series 277
10.5.1. Components of time series 278
10.5.2. Combination models of components of time series . . . 280
10.5.3. Determination of the central trend 283
10.5.3.1. Mechanical methods of time series adjustment 284
10.5.3.2. Analytical methods of time series adjustment 289
10.5.3.3. Procedures of assessing adjustment quality 293
10.5.4. Statistical analysis of periodical oscillations in a time series . . 296
10.5.4.1. Determination of the seasonal component of a time series . 296
10.5.5. Autoregression 302
10.6. Extrapolation based on time series data 306

Chapter XI. Statistical indices 308

11.1. Notion and functions of indices in statistics 308
11.2. Individual indices 310
11.3. Aggregate (general) indices 312
11.4. Procedures of calculating aggregate indices 315
11.4.1. Aggregate indices — procedures of composition 315
11.4.2. Aggregate indices calculated as means of elementary indices . 316
11.4.3. Indices of mean magnitudes: variable structure, fixed structure and structural change indices 318
11.5. Series of indices: fixed base (F.B.), moving base (M.B.), constant weight (C.W.), variable weight (V.W.) indices 321
11.6. Decomposition of dynamics of a complex index 323
11.6.1. Procedures of decomposition of dynamics of a complex index . 324
11.6.2. Decomposition of dynamics of a complex index in the multiplication case with more than two factors 330

Chapter XII. System of aggregate indicators of the national economy . 337

12.1. Necessity for measuring economic variables 337
12.2. Requirements and structure of indicator system 337
12.3. Classifications and groupings in economic statistics . . . . .
Classification of branches of the national economy 340

Chapter XIII. Statistical characterization of labour resources 342

13.1. Population and labour resources 342
13.2. Calculation methodology of labour resources 344
13.3. Indicators of number and structure of labour 346
13.3.1. Active population 346
13.3.2. Occupied population 353
13.3.3. Number of employees 354
13.3.4. Actual work time 355
13.4. Measurement of unemployment degree of labour 359

Scanned with OKEN Scanner

Chapter IV. National wealth 363

14.1. National wealth: concepts and indicators of measurement 363
14.2. Statistical indicators of accumulated wealth. 367
14.2.1. Statistical indicators of fixed means 367
14.2.2. Indicators of stocks of materials 371
14.2.3. Indicators of other elements of accumulated national wealth . . 372
14.3. Indicators of natural resources 373
14.3.1. Indicators of the land fund 373
14.3.2. Indicators of mineral resources 374
14.4. Indicators of spiritual resources 375
14.5. Indicators of the environment 377

Chapter XV. Measurement of achievements of economic activity . . . 380

15.1. Concept, characteristics and structure of the National Accounts System 380
15.2. Principles of measurement of achievements of economic activity in the National Accounts System 385
15.3. Indicators of achievements of economic activity 388
15.3.1. Economic circuit and methods of calculation 388
15.3.2. Methodology of calculating the main achievement indicators . . 390
15.4. Nominal indicators and real indicators. Problems in measuring inflation 401
15.5. Using of macroeconomic indicators 408

Chapter XVI. Statistical characterization of efficiency of use of the economic potential 410

16.1. General notions of measuring efficiency 410
16.2. Statistical indicators of efficiency of use of labour 414
16.3. Aggregate indicators of efficiency of use of fixed means . . . 420
16.4. Aggregate indicators of efficiency of use of circulating material means 424

Bibliography 427

Small glossary of statistical terms 429

Scanned with OKEN Scanner

Statistica pentru guverne este ceea ce sînt pentru om cele cinci simţuri. Cine va păşi pe un tărîm, înainte de a-l cunoaşte? Cine va întreprinde îngrijirea unei cauze înainte de a se informa de starea ei? Care econom va întreprinde ceva pînă ce nu cunoaşte cel puţin ceea ce are?»

Dionisie Pop Marţian. Analele Statistice, an. I, 1860, p. 1

PREFAŢĂ

Motto-ul este un fragment dintr-un articol al lui Dionisie Pop Marţian cu o vechime de aproape 135 ani, în care se defineşte rolul statisticii în societate, care nu s-a diminuat nici astăzi, ci dimpotrivă. Amplificarea vieţii economice, creşterea complexităţii acesteia în societăţile moderne, managementul activităţii micro- şi macroeconomice nu se poate realiza în afara unei corecte şi prompte cunoaşteri a realităţii. Toate aceste cerinţe capătă o notă distinctă în condiţiile schimbării mecanismului economic, trecerii de la un mecanism supercentralizat la o economie de piaţă. Dintre obiectivele statisticii pot fi amintite: cunoaşterea dezvoltării economiei naţionale şi stabilirea obiectivelor şi posibilelor direcţii de viitor ale dezvoltării, fundamentarea diferitelor decizii, popularizarea rezultatelor şi stării economiei. Acestor sarcini le răspunde, pe de o parte, statistica ca disciplină ştiinţifică şi, pe de altă parte, statistica ca instituţie de sprijin a administraţiei publice.

Merită relevat un fapt istoric semnificativ pentru rolul statisticii într-o ţară. La 1 iulie 1859 domnitorul Alexandru Ioan Cuza aprobă înfiinţarea Direcţiei Centrale de Statistică din Moldova (la cîteva luni a unui organism similar în Ţara Românească) şi numeşte în fruntea acesteia pe Ion Ionescu de la Brad. În referatul prezentat, prin care se argumenta nevoia finanţării acestei instituţii, se afirmă: „Direcţia Centrală de Statistică avînd a se ocupa cu adunarea, coordonarea, verificarea şi publicarea tuturor cunoştinţelor atingătoare de starea reală a ţarei în privirea teritoriului, populaţiei, a producerii, a consumului, adică a tuturor obiectivelor din care se alcătuieşte puterea şi avuţia ţarei a tuturor faptelor relative la administraţia, la finanţele şi la celelalte serviţii publice...". Este de amintit faptul că la 4 august 1862 cele două organisme de statistică din Ţara Românească şi Moldova se reunesc în cadrul „Oficiului Statistic pentru Principatele Unite".

Revenind în actualitate trebuie precizat că rolul statisticii

Scanned with OKEN Scanner

într-o economie de piață se amplifică, deoarece, pe de o parte, din cauza spargerii monopolului proprietății unice, de stat, sistemul culegerii datelor prin „rapoartele statistice" se diminuează în favoarea cercetărilor prin sondaje statistice, iar, pe de altă parte, fundamentarea progrnozelor pe baza evoluției trecute, cu luarea în considerare a factorilor aleatori este mai pregnantă într-o economie de piață.

Alături de statistică, ca organism oficial într-un stat, este importantă și pregătirea viitorilor specialiști economiști, acțiune în cadrul căreia publicarea unui manual de statistică are un rol deloc de neglijat.

Prezenta lucrare este un manual. In tratare se regăsesc cunoștințele necesare unui economist, structurate în două părți mari:

***Statistica teoretică,** în care se urmărește fundamentarea metodelor legate de fazele cunoașterii statistice (observare, prelucrare, analiză, stocare).*

***Statistica economică,** unde se dezvoltă tratarea unor indicatori necesari cunoașterii desfășurării proceselor economice din diferite ramuri și sectoare ale economiei de la măsurarea potențialului uman și material la măsurarea rezultatelor activității și ai eficienței consumării factorilor de producție.*

Cursul urmărește să formeze la studenți unele deprinderi de a raționa economic, de a interpreta logic informațiile statistice, de a aplica judicios metodele specifice, de a interpreta corect rezultatele aplicării diferitelor metode astfel încît după parcurgerea cursului să-și poată însuși un adevărat instrument de investigare și cunoaștere a fenomenelor economice și sociale cu caracter de masă.

Manualul se adresează, în special, studenților învățămîntului superior economic, din facultățile de cele mai diverse profiluri: statistică și informatică, financiar-contabil, comerț interior și exterior, management-marketing, turism și alimentație publică, economie generală.

Cursul de statistică se integrează organic în ansamblul materiilor incluse în programul pregătirii viitorilor economiști, utilizînd cunoștințe asimilate de studenți la următoarele discipline: economie politică, contabilitate, matematică-probabilități și oferind cunoștințe, metode, procedee ce vor fi utilizate la alte materii cum sînt economiile de ramură, analiza activității economice, previziune, marketing, management etc.

Insă manualul poate fi utilizat și de studenții altor specialități, pentru care statistica constituie doar un instrument de prelucrare a informațiilor, cum ar fi, de pildă, în sociologie, psihologie, geografie, medicină etc.

Scanned with OKEN Scanner

De asemenea poate fi folosit de toți economiștii interesați în utilizarea corectă a instrumentarului statistic, a metodologiilor specifice, ca material ajutător în studiul individual sau în cadrul ciclurilor de pregătire postuniversitară.

Pentru a veni în sprijinul unora dintre cititori, am considerat utilă adăugarea la lucrare a unui mic glosar român-rus de termeni statistici.

Cursul a fost elaborat de un colectiv de cadre didactice de la două instituții-surori de învățămînt economic: Academia de Studii Economice din București și cea din Chișinău.

Autorii sînt conștienți că lucrarea nu reprezintă un tratat exhaustiv asupra statisticii, că nu epuizează expunerea aspectelor teoretice și practice pe care le ridică un curs complet de statistică. În concordanță cu cea mai mare parte a programelor de studiu ale studenților economiști de cel mai larg. profil s-a reușit totuși să se imprime lucrării un caracter unitar și o structură care corespunde necesităților de pregătire.

Autorii știu că orice activitate umană este perfectibilă și, în consecință, un curs universitar nu poate fi scutit de minusuri, scăderi și inegalități. Totuși, au convingerea că lucrarea poate răspunde, cel puțin pentru o perioadă de timp, necesităților de pregătire a studenților și cerințelor de informare a diverșilor utilizatori de statistică.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL I. STATISTICA — MIJLOC DE CUNOAȘTERE A FENOMENELOR ECONOMICE

1.1. MOMENTELE PRINCIPALE ALE EVOLUȚIEI STATISTICII

Ca domeniu de activitate statistica a apărut din necesitatea socială de a cunoaște în expresie numerică diferitele fenomene și procese ale activității umane. In afara cunoașterii cantitative, a exprimării numerice este greu să ne imaginăm persoane care nu știu să numere sau să măsoare; să se adreseze băncilor; să cerceteze piața laptelui; să citească clasamentele sportive etc.

Începuturile activității statistice se identifică la cele mai vechi forme de organizare a societății. Odată cu progresul științific și tehnic general, cu realizările celorlalte științe statistica s-a îmbogățit continuu în evoluția sa, transformîndu-se din ce în ce mai mult într-o disciplină de graniță. Activitatea practică de statistică, rolul tot mai important al statisticii în cunoașterea și conducerea fenomenelor și proceselor economico-sociale la diferite trepte de organizare a societății sînt puternic influențate de dezvoltarea sistemelor informatice.

Statistica ca domeniu de activitate, ca metodă sau ca știință a ajuns la stadiul actual de dezvoltare, după ce istoria ei a cunoscut numeroase și controversate schimbări de conținut. Conturarea obiectului ei a urmat traseul de la practică la teorie și a cunoscut mai multe etape.

a) Prima etapă din evoluția statisticii coincide cu apariția primelor forme de evidență. La primele formațiuni statale se consemnează forme incipiente de evidență a terenurilor, animalelor, a numărului și mișcării naturale a populației, a averilor etc. In orașele samaritene, în China, în Egipt, în Grecia, în Imperiul Roman se efectuau înregistrări periodice (census) ale populației (forme incipiente ale recensămintelor moderne), se întocmeau registre fiscale, vamale, cadastrale etc.

b) O altă etapă importantă în evoluția statisticii o reprezintă delimitarea evidenței statistice de evidență contabilă. Evidențele statistice, chiar dacă se rezumau la simple consemnări de fapte, ofereau datele necesare pentru informarea organismelor statului cu privire la aspectele fiscale, militare și administrative. In această etapă încă nu se punea problema utilizării statisticii pentru des-

Scanned with OKEN Scanner

prinderea regularităţilor (cu caracter de legitate) din evoluţia fenomenelor şi proceselor.

c) Faza descriptivă. Dezvoltarea rapidă a vechilor activităţi, apariţia altora, extinderea relaţiilor comerciale şi culturale au determinat o amplificare a procesului de înregistrare a fenomenelor. Se constată o trecere de la „simple consemnări de fapte" la analiza comparativă a datelor, la „descrierea faptelor" în interacţiune. Curentul „descrierea statului" (sec. XII, XVIII) a atins apogeul cînd în Germania s-a format o adevărată şcoală. Reprezentanţii de seamă ai şcolii descriptive germane (Herman Conring, Martin Smeitzel, Cotffried Achewald etc.) au introdus pentru prima dată denumirea de statistică („status" — situaţie sau stare socială), au dezvoltat atît mijloacele de investigare a fenomenelor sociale şi economice, cît şi mijloacele de informare a organismelor statale, punînd accentul pe determinările numerice, au dezvoltat modalităţile de analiză comparativă a statelor europene etc. Cu toate că şcoala germană a ridicat statistica la rang de ştiinţă, ea încă nu avea drept scop esenţial descoperirea, cunoaşterea legităţilor statistice.

d) Faza aritmeticii politice. In timpul constituirii statisticii ca disciplină ştiinţifică în Anglia, în afara cadrului universitar, a apărut o statistică deosebită cunoscută sub denumirea de aritmetică politică. Aceasta se ocupă cu utulizarea procedeelor matematice de prelucrare a datelor culese, cu analiza şi desprinderea regularităţii, cu formularea previziunilor. Astfel, John Graunt pune în evidenţă legităţi ale populaţiei şi fenomenelor demografice; William Petty (părintele economiei politice moderne) a utilizat metode cantitative de studiu al fenomenelor economice şi sociale; Edmund Halley s-a preocupat de estimarea numărului populaţiei din cîteva state, a elaborat prima tabelă de mortalitate şi a introdus conceptul de durată probabilă de viaţă.

e) Faza probabilistă. In disputa dintre curentul descriptiv şi cel al aritmeticii politice a triumfat ultimul. Odată cu dezvoltarea opticii numerice, denumirea de aritmetică politică dispare. Aceasta se substituie cu denumirea de statistică şi prin introducerea calculelor probabilităţilor capătă o nouă dimensiune. In acest context menţionăm formularea legii numerelor mari, formularea legilor de repartiţie a unităţilor unei colectivităţi, desprinderea altor regularităţi şi legitaţi statistice. Dintre reprezentanţii de seamă din această perioadă amintim: J. Bernoulli, P. Laplace, K. Gauss, S. Poisson, A. Quetelet, D. Jurovski, A. Ciuprov etc.

f) Faza statisticii moderne. In procesul de conceptualizare etapa formării statisticii moderne apare spre sfîrşitul secolului trecut. Un rol deosebit pentru atingerea acestei etape l-a avut înfiinţarea oficiilor naţionale şi internaţionale de statistică, organizarea con-

Scanned with OKEN Scanner

greselor internaţionale de statistică, apariţia primelor reviste de specialitate, introducerea statisticii în învăţământul universitar şi secundar. Depăşirea stadiului descriptiv, a simplei reprezentări cantitative a însemnat deplasarea gîndirii statisticii spre interpretarea analitică şi obţinerea inductivă a concluziilor pe baza observaţiilor empirice. Această schimbare de conţinut determină strînse interdependenţe între statistică, matematică şi alte ştiinţe.

În această etapă F. Galton, K. Pearson, M. G. Kendall, F. Y. Edgeworth, A. L. Bowley, G. U. Yule, C. E. Spearman, R. A. Fischer etc. au fundamentat teoria şi practica corelaţiei statistice, a analizei factoriale, a experimentelor statistice, a problemelor de repartiţie, specificaţie şi estimaţie.

g) Stadiul actual. In evoluţia sa statistica a avut diferite accepţiuni. Unele din acestea califică statistica drept ştiinţă, iar altele o admit numai ca metodă.

Realizările obţinute în etapele (fazele) anterioare conduc la accepţiunea că statistica este o disciplină ştiinţifică cvasiindependentă care are însuşirea de a fi în acelaşi timp ştiinţă şi metodă (utilizată în alte ştiinţe). In prezent, cu toate că abordarea statistică a fenomenului şi procesele social-economice de masă se realizează cu metodologia fundamentală în etapele (fazele) evoluţiei sale, acestea nu pot fi concepute fără o optică informaţională şi sistemică.

Optica informaţională a gîndirii statistice are la bază teoria matematică a lui Shannon, teoria energiei informaţionale Onicescu, teoria corelaţiei informaţionale şi entropice.

Complexitatea fenomenelor de masă, surprinderea factorilor esenţiali de influenţă, relaţia dintre parte — întreg etc. pot fi surprinse numai printr-o abordare statistică sistemic concepută. Din această cauză în prezent statistica se prezintă ca un sistem coerent logic pentru explorarea ştiinţifică a fenomenelor de masă, pentru fundamentarea şi adoptarea deciziilor în condiţii de incertitudine (A. Wald) în procesul conducerii.

1.2. SEMNIFICAŢIA CONCEPTULUI DE STATISTICĂ

In procesul devenirii sale statistica a avut mai multe semnificaţii. Sensurile principale pe care le are în prezent termenul „statistică" sînt următoarele: activitate practică; mulţime de date statistice obţinute fie din activitatea practică curentă, fie din publicaţiile organismelor naţionale şi internaţionale de statistică; metodologie statistică (ansamblul metodelor şi procedeelor de culegere, prelucrare şi analiză a datelor culese); metodă statistică

Scanned with OKEN Scanner

(modul de cercetare a fenomenelor de masă, pe baza exprimărilor cantitative, cu ajutorul unui sistem specific de reguli, principii de cunoaştere şi transformare a realităţii obiective); disciplină ştiinţifică şi de învăţămînt.

Indiferent de semnificaţia pe care o are termenul „statistică", obiectul de studiu al acesteia îl reprezintă fenomenele de masă. Fenomenele de masă, spre deosebire de cele din natură, sînt fenomene complexe, atipice, rezultate ale acţiunii combinate şi repetate a unui număr mare de factori de influenţă.

Fenomenele de masă, prin definiţie, se caracterizează prin mai multe particularităţi:

— pentru ca esenţa lor să fie pusă în evidenţă din punct de vedere statistic este nevoie de un număr mare de cazuri individuale. De exemplu, pentru formarea preţului unei mărfi este necesar un număr mare de producători şi consumatori;

— fenomenele de masă, prin definiţie, se caracterizează prin variabilitate. Această particularitate se observă din faptul că fenomenele de masă sînt rezultate ale acţiunii unui număr mare de factori de influenţă de esenţialitate şi natură diferită, asociaţi cu sensuri, direcţii şi intensităţi diferite.

Acţiunea unor factori de influenţă se compensează reciproc, deoarece ei se manifestă în sensuri diferite.

Prin urmare, variabilitatea fenomenelor de masă apare datorită faptului că acestea depind în mod obiectiv de un număr mare de cauze şi condiţii. Forma lor individuală diferă de la o unitate la alta, în timp şi spaţiu, în funcţie de modul în care se asociază factorii esenţiali cu cei neesenţiali (întîmplători). Din această cauză în mod aparent, la nivelul unei colectivităţi, se creează impresia că fenomenele de masă se produc la întîmplare, fără o cauzalitate certă;

— fenomenele de masă sînt fenomene nedeterministe, de tip stohastic, se produc şi se manifestă în condiţii de incertitudine;

— forma individuală de manifestare a fenomenelor de masă este diferită. La nivelul colectivităţii acestea apar ca fenomene asemănătoare, atipice, nespecifice unei unităţi. Din această cauză legitatea de manifestare a acestor fenomene nu poate fi cunoscută şi verificată în fiecare caz în parte, ci numai la nivelul întregului ansamblu de cazuri individuale.

Conceptul de fenomen de masă presupune luarea în considerare a raportului dintre necesitate şi întîmplare, dintre legea statistică (stohastică) şi legea dinamică, dintre modelul stohastic şi modelul determinist. Legile care guvernează comportamentul fenomenelor de masă, care descriu relaţiile de cauzalitate, sînt legile statistice (stohastice). Legea statistică nu poate fi cunoscută decît dacă se ia în studiu un număr mare de cazuri individuale care

Scanned with OKEN Scanner

sînt legate între ele de acţiunea diferită a aceloraşi factori de influenţă. Aceasta este motivul pentru care în acelaşi ansamblu manifestările cantitative individuale sînt extrem de variate. De exemplu, pentru cunoaşterea nivelului productivităţii muncii din acelaşi domeniu de activitate trebuie să se ia în considerare toţi agenţii economici.

Deci, legile statistice, spre deosebire de cele dinamice, se manifestă sub formă de tendinţă şi sînt valabile pentru un ansamblu de unităţi individuale.

Legităţile statistice, tendinţele obiective de dezvoltare a fenomenelor de masă necesită depistarea tuturor cazurilor individuale, abstractizarea succesivă şi eliminarea a tot ce este neesenţial şi întîmplător în producerea fenomenelor. Aceasta înseamnă că statistica studiază fenomenele de masă din punct de vedere cantitativ şi le interpretează ca fenomene probabile. Ele au un grad mare de variaţie de la o unitate la alta chiar dacă aparţin aceleiaşi esenţe. Prin urmare, în cercetarea statistică, este necesar să se ţină seama în mod obiectiv de principiile teoriei probabilităţilor, de cerinţele legii numerelor mari (formulată de J. Bernoulli în 1713). Această lege a statisticii arată că într-un număr suficient de mare de cazuri individuale influenţele factorilor se pot compensa în aşa fel încît să se ajungă la o anumită valoare tipică pentru întregul ansamblu.

O altă particularitate a obiectului de studiu al statisticii este aceea că aceasta studiază fenomenele de masă din punct de vedere cantitativ în condiţii specifice de timp, spaţiu şi organizare.

Prin abordarea statistică a fenomenelor de masă se realizează trecerea de la datele individuale numeroase, amorfe la un sistem de indicatori specifici unui ansamblu. Prin urmare, obiectul statisticii îl reprezintă studiul cantitativ al fenomenelor de masă în scopul cunoaşterii legităţilor lor de manifestare la nivelul întregului ansamblu. Pentru atingerea acestui obiectiv statistica apelează atît la metode generale de abordare, cît şi la numeroase metode specifice, pe care ea însăşi le-a elaborat.

Obiectivul activităţii de cercetare statistică presupune acţiuni de proiectare şi organizare, de culegere, prelucrare, analiză şi interpretare a datelor statistice. În urma acestor operaţii se obţin informaţiile necesare cunoaşterii fenomenelor şi proceselor economice şi sociale ce se manifestă în diferite forme de organizare a economiei. Activitatea statistică este structurată nu numai în funcţie de etapele demersului statistic, ci şi în funcţie de diviziunea socială a muncii, de dezvoltarea sistemului informatic, de alte criterii. Din această cauză statistica se întîlneşte ca disciplină ştiinţifică şi ca domeniu de activitate: statistica teoretică, statistica matematică, statistici de ramură (industrie, comerţ, agricultură,

Scanned with OKEN Scanner

transporturi etc.), statistica economiei naţionale, statistica financiară şi actuarială, statistica muncii etc.

1.3. NOŢIUNI FUNDAMENTALE ALE STATISTICII

In studiul cantitativ al fenomenelor de masă statistica foloseşte un număr mare de noţiuni şi concepte. Dintre acestea unele au caracter general şi formează vocabularul de bază al statisticii, iar altele au caracter specific (tehnic). In prezentul paragraf se abordează principalele noţiuni din vocabularul de bază, urmînd ca la momentul oportun să fie prezentate şi celelalte noţiuni şi concepte statistice.

Colectivitatea statistică este o primă noţiune fundamentală a statisticii şi reprezintă principala formă în care se delimitează şi se definesc fenomenele de masă din economie şi societate. Colectivitatea statistică se întîlneşte şi sub denumirea de populaţie statistică sau simplu populaţie. Ea desemnează totalitatea elementelor de aceeaşi natură, care sînt supuse studiului statistic. Aceasta înseamnă că o mulţime de elemente reprezintă o colectivitate statistică numai în cazul în care elementele au aceeaşi natură, sînt asemănătoare sau omogene din punctul de vedere al anumitor criterii. La nivelul fiecărei unităţi individuale din colectivităţile statistice se identifică unul sau mai mulţi factori esenţiali, comuni, de influenţă.

O colectivitate statistică este finită, dacă include un număr determinat de elemente. Insă ea poate fi considerată reprezentativă pentru o colectivitate statistică, teoretic, infinită. De exemplu, un lot de mărfuri produse în anumite condiţii date este o colectivitate statistică finită şi se poate considera că reprezintă colectivitatea statistică infinită formată din ansamblul tuturor mărfurilor care s-ar obţine în aceleaşi condiţii. Statistica practică studiază fenomenele de masă din colectivităţile finite, în timp ce statistica matematică operează cu colectivităţi infinite.

Colectivităţile statistice se prezintă într-o mare varietate de forme. Din acest motiv una din problemele esenţiale ale cercetării statistice o reprezintă delimitarea colectivităţii statistice în timp şi în spaţiu din punctul de vedere al conţinutului şi al formei de organizare. In funcţie de natura unităţilor, colectivităţile statistice sînt alcătuite dintr-un ansamblu de persoane (populaţia ţării la recensămînt); obiecte (parcul de maşini din unităţile de turism din România sau Moldova la o anumită dată); evenimente (căsătoriile în cursul unei perioade; intrările în contul unei societăţi comerciale într-un trimestru etc.); agenţi economici (unităţile economice din ţară în curs de un an); idei sau opinii (opiniile consu-

Scanned with OKEN Scanner

matorilor despre calitatea unor noi tipuri de mobilă, maşini de uz casnic etc. puse în circulaţie) etc.

Aceste exemple pun în evidenţă faptul că în statistică colectivităţile statistice pot fi privite static (cînd exprimă o stare) şi dinamic (cînd exprimă un proces sau o devenire). O submulţime sau o parte dintr-o colectivitate statistică formată după criterii bine stabilite desemnează un eşantion (probă sau mostră). Colectivităţile statistice, eşantioanele sînt formate din elemente sau unităţi statistice.

Unităţile colectivităţii statistice sînt purtătoare de informaţii sau subiecte logice ale informaţiei statistice, deoarece asupra lor se efectuează nemijlocit observarea. Unităţile colectivităţii statistice există la un moment dat, au caracter de efectiv (de persoane), de şeptel (de animale), de stoc (de materiale sau de capital). În astfel de cazuri unităţile statistice sînt oamenii, societăţile comerciale, instituţiile, animalele, obiectele, mijloacele materiale şi băneşti etc. Numărul unităţilor este variabil, dar în orice moment are o valoare precisă.

Unităţile colectivităţilor dinamice desemnează evenimente, procese sau fluxuri. Ele se produc în decursul unei perioade sau al unui interval de timp. Datele înregistrate despre astfel de unităţi se referă la perioada sau intervalul în care ele s-au produs. La un moment dat numărul de unităţi nu se înregistrează, deoarece este lipsit de sens.

Datorită varietăţii aspectelor sub care se prezintă ca entităţi de sine stătătoare unităţile statistice necesită o definire precisă care să excludă orice interpretare diferită de către observatori. Există şi situaţii cînd unităţile statistice se definesc prin intermediul unor unităţi de măsură alese convenţional: producţia şi consumul de energie electrică, consumul de mărfuri alimentare etc.

Unităţile statistice sînt simple şi complexe. Unităţile simple reprezintă elementele constitutive specifice naturii fenomenelor (de exemplu, persoana fizică, angajatul, produsul etc.) şi care formează aceeaşi colectivitate. Unităţile complexe sînt formate din mai multe unităţi simple, organizate în funcţie de criterii social-economice (de exemplu, familia, gospodăria, echipa de lucru, grupa de studenţi, unitatea economică etc.). Spre deosebire de unităţile simple, definirea unităţilor statistice complexe ridică probleme din cele mai complicate.

Pe lîngă unităţile statistice, de la care se culeg şi se ordonează datele, în cadrul sistemului informaţional statistic există şi unităţi raportoare (de exemplu, unităţi economice private, instituţii publice etc.). Acestea culeg, înregistrează şi raportează datele cerute

Scanned with OKEN Scanner

prin programul statistic (vezi legea statisticii, legea contabilității etc.).

Caracteristica statistică este o altă noțiune fundamentală a statisticii. Ea desemnează însușirea, proprietatea, trăsătura comună unităților unei colectivități statistice, este reținută în programul statistic pentru a fi înregistrată și capătă accepțiuni sau valori diferite de la o unitate la alta sau de la un grup de unități la altul. Exemple de caracteristici statice pot fi: vîrsta, greutatea, sexul, culoarea ochilor, statutul matrimonial, naționalitatea, ocupația, cifra de afaceri, nivelul extrasului de cont etc.

Valorile înregistrate de aceeași caracteristică la unitățile colectivității statistice se numesc variante sau atribute. Acestea pot fi exprimate într-o manieră cantitativă (variante) sau calitativă (atribute) în funcție de posibilitățile de măsurare (de exprimare) ale caracteristicii.

Caracteristicile statisticii se mai numesc variabile statistice, deoarece au proprietatea de a-și modifica nivelul de dezvoltare (varianta) în timp, spațiu, de la o unitate la alta. Această variabilitate se datorează influențelor exercitate de factorii esențiali și întîmplători care acționează la nivelul fiecărei unități din colectivitate.

Caracteristicile (variabilele) statistice pot fi clasificate în funcție de diferite criterii. Astfel, deosebim caracteristici de timp, care desemnează apartenența la un moment sau interval de timp, caracteristici de spațiu (exprimă teritoriul căreia îi aparține) și caracteristici atributive.

Caracteristicile atributive pot fi numerice (cantitative) și nenumerice (calitative).

Caracteristica ale cărei modalități de manifestare sînt consemnate pentru fiecare unitate nenumeric, prin „cuvinte" este o caracteristică (variabilă) nenumerică sau calitativă. Sub această formă s-ar exprima într-o colectivitate a angajaților meseria, forma de calificare, liceul absolvit etc. Caracterul cantitativ al observațiilor efectuate asupra caracteristicilor calitative rezultă doar din numărarea unităților corespunzătoare fiecărei modalități (variante).

Caracteristica măsurabilă se numește caracteristică (variabilă) numerică. In acest caz fiecărei unități îi corespunde un număr care exprimă măsura (valoarea) caracteristicii urmărite. În astfel de situații, observațiile efectuate asupra unităților unei colectivități sînt exprimate prin numere. Acestea pot fi ordonate și ierarhizate (proprietăți ordinale), asupra lor se pot efectua operații de prelucrare (proprietăți cardinale). Exemple de astfel de caracteristici: vechimea în meserie, în ani; productivitatea muncii, în uni-

Scanned with OKEN Scanner

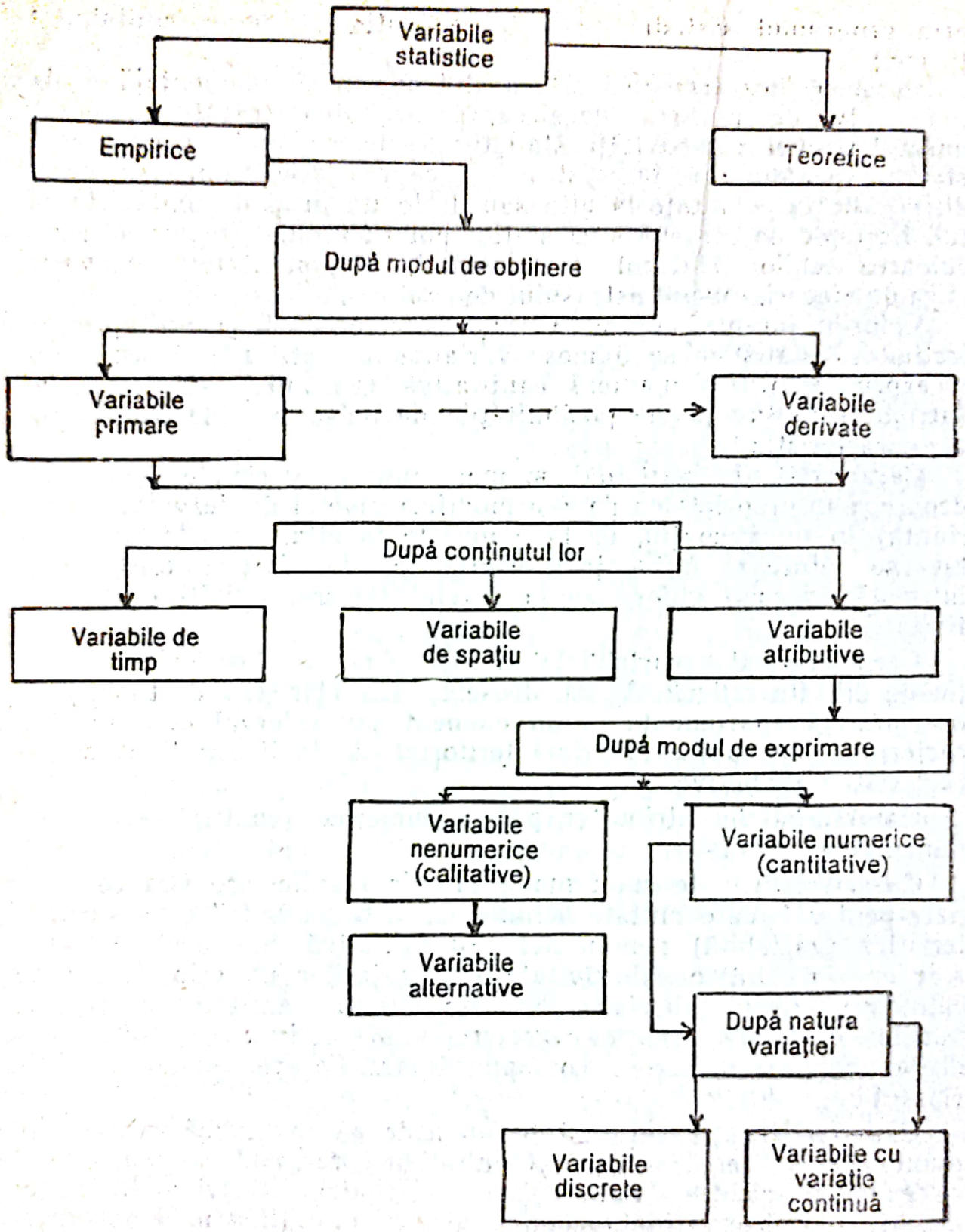


Fig. 1.1. Clasificarea variabilelor statistice

Scanned with OKEN Scanner

tăți valorice, naturale sau natural-convenționale; salariul, în lei; numărul de turiști, în persoane etc.

In funcție de variația manifestată de caracteristici acestea pot fi cu variație continuă sau cu variație discretă (discontinuă).

Variabila discretă ia numai valori întregi (numărul persoanelor dintr-o familie; numărul de piese rebut dintr-un lot; stocul de mărfuri dintr-un depozit la o anumită dată; numărul de turiști la o stațiune de turism montan etc.).

Caracteristica (variabila) continuă poate lua orice valoare într-un interval finit sau infinit. Exemple: profitul unui agent economic; suprafața unei societăți (asociații) agricole; temperatura aerului într-o zonă turistică; volumul încasărilor unei societăți comerciale sau turistice; randamentul unei culturi; puterea instalată a unui grup electrogen; înălțimea; greutatea etc. Valorile unei caracteristici numerice (cantitative) se stabilesc prin numărare, măsurare și prin calcul.

In practica statistică se întîlnesc și alte criterii de clasificare a caracteristicilor. Astfel, în funcție de numărul variantelor înregistrate la unitățile colectivității deosebim caracteristici (variabile) alternative și caracteristici nealternative. Caracteristicile alternative prezintă numai două valori individuale complementare. De exemplu, sexul; produs „bun" sau „rebut"; familie cu copii și fără copii; zi însorită de turism și zi ploioasă de turism; candidat admis sau respins etc. Prin formularea dihotomică a întrebării pentru orice caracteristică alternativă valoarea individuală se exprimă prin „Da" sau „Nu", respectiv codificate prin „1" și „0". Caracteristicile nealternative prezintă valori individuale diferite la nivelul unităților colectivității.

In funcție de modul în care se obțin variabilele (caracteristicile) în cercetarea statistică acestea pot fi primare și derivate. Variabilele primare se înregistrează direct la unitățile colectivității prin măsurare sau numărare. Variabilele derivate sînt acele variabile ale căror valori individuale se obțin printr-un anumit algoritm de calcul.

In cercetarea statistică, în special în teoria probabilităților și a statisticii matematice, se întîlnește frecvent noțiunea de **variabilă aleatoare.** Aceasta desemnează variabila ale cărei valori apriori necunoscute apar în împrejurări întîmplătoare cu probabilități determinate.

Variabila aleatoare este un tip de variabilă statistică deosebită, deoarece comportă nu numai un ansamblu de valori posibile, ci și o funcție bine definită care indică probabilitatea de apariție a fiecăreia din valorile posibile. Variabila aleatoare poate fi discretă sau continuă. O variabilă aleatoare de tip discret prezintă repartiția valorilor sale individuale în următoarea formă generală:

Scanned with OKEN Scanner

$$X\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_i & \dots & x_n \\ f(x_i) & f(x_2) & \dots & f(x_i) & \dots & f(x_n) \end{pmatrix}, \qquad (1.1)$$

unde $f(x_i) = P(X = x_i)$; $\sum_{i=1}^{n} f(x_i) = f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n) = 1$.

Mulțimea ordonată a cuplurilor $[x_i, f(x_i)]$ din (1.1) reprezintă repartiția variabilei statistice X. Ea semnifică faptul că variabila statistică X ia valorile $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ cu frecvențele (probabilitățile) $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_i), \dots, f(x_n)$. Repartițiile statistice ale unei variabile X sînt empirice (reale) și teoretice.

Analiza orcărei repartiții statistice (empirice sau teoretice) implică utilizarea conceptului de **parametru statistic.** Parametrul statistic, în forma cea mai generală, desemnează o valoare reprezentativă obținută dintr-o operație numerică (de calcul, agregare etc.) aplicată unei repartiții statistice. Parametrul statistic se mai numește și valoare tipică a repartiției. Exemple de parametri statistici (valori tipice): mediile, dispersiile etc.

În funcție de conținutul lor parametrii statistici sînt: parametri de nivel (media, mediana, modul etc.), parametri de variație (dispersia, abaterea medie pătratică, coeficientul de variație etc.); parametri de asimetrie și boltire (coeficienții lui Pearson și ai lui Fisher etc.). In analiza statistică au caracter de parametri și alte valori sintetice: indicii de concentrare; coeficienții de corelație etc. Se obișnuiește, de asemenea, (în special în literatura anglo-saxonă) ca noțiunea de parametru să fie folosită pentru a indica o valoare reprezentativă teoretică. Astfel, media de sondaj este un estimator al mediei colectivității statistice, care constituie un parametru.

Un alt concept al vocabularului de bază al statisticii este conceptul de **date.** Spre deosebire de numerele abstracte cu care operează matematica datele statistice sînt mărimi concrete obținute din experimente, observații, numărare, măsurare sau din calcule. În modul general, prin date statistice se înțelege o caracterizare numerică, cantitativă, obținută de statistică despre unitățile colectivității analizate. Potrivit definiției, datele statistice cuprind următoarele elemente: noțiunea care precizează fenomenul sau procesul la care se referă, identificarea (de timp, de spațiu, organizatorică etc.) și valoarea numerică. Datele statistice pot fi absolute sau relative, primare sau derivate. Indiferent de forma în care se obțin datele statistice sînt purtătoarele unor informații.

Informația statistică reprezintă conținutul specific (semnificația), mesajul datelor. Pentru înțelegerea legităților de manifestare a fenomenelor și proceselor informația statistică (datele fiind principalele forme de prezentare a informațiilor) trebuie structurată în funcție de conținutul și organizarea lor. Acest obiectiv pre-

Scanned with OKEN Scanner

supune ca înainte de obținerea datelor statistice să se elaboreze conceptele, clasificările, nomenclatoarele, metodologiile de culegere și prelucrare a acestora.

Datele statistice cu ajutorul cărora se caracterizează un fenomen, proces economic sau social (sub raportul structurii, interdependențelor, al modificării sale în timp sau în spațiu) se numesc **indicatori statistici.** In cele mai multe cazuri indicatorii statistici sînt expresiile numerice ale categoriilor riguros definite de științele economice teoretice sau aplicative. Mulțimea indicatorilor statistici formează un sistem structurat în funcție de conținutul lor economic sau social, modul de calcul, gradul lor de sinteză (agregare) etc.

Conceptul de indicator statistic este strîns legat de conceptul de **model statistic.** Modelul statistic exprimă sub forma unei construcții logice trăsăturile, momentele, corelațiile esențiale ale manifestării reale a fenomenelor și proceselor. Modelele, în general, se clasifică în modele deterministe (ce nu conțin elemente aleatoare care să influențeze starea fenomenului studiat) și modele statistice (stohastice). Pe lîngă variabilele observate modelele statistice conțin una sau mai multe variabile aleatoare (corespunzătoare efectelor factorilor necontrolați). Utilizarea unui model statistic presupune pentru simplificarea manifestărilor complexe ale fenomenelor efectuarea unor ipoteze. Cu ajutorul modelelor statistice elaborate în baza unor ipoteze se obțin indicatorii statistici, se analizează procesele de repartiție și de evoluție, legăturile dintre variabilele statistice.

1.4. CULEGEREA DATELOR STATISTICE (OBSERVAREA STATISTICĂ)

Pentru satisfacerea necesității de informații statistice este necesar să se organizeze cercetări (investigații) statistice. In funcție de scopul stabilit prin cercetarea statistică se culeg date de masă, care apoi se prelucrează în mod corespunzător pentru ca în final să se obțină într-o formă sintetică informațiile necesare în desfășurarea procesului de conducere.

In fața complexității fenomenelor și proceselor economice actul conducerii nu realizează obiectivele fixate fără un sistem informațional statistic. Sistemul informațional statistic, ca subsistem al sistemului informațional economico-social conține sub aspect funcțional mulțimea operațiilor de culegere, fixare, prelucrare și stocare a informațiilor statistice. Sistemul informațional statistic (S.I.S.) este instituționalizat în cadrul Comisiei Naționale pentru Statistică și al Direcțiilor Județene pentru Statistică, precum și în

Scanned with OKEN Scanner

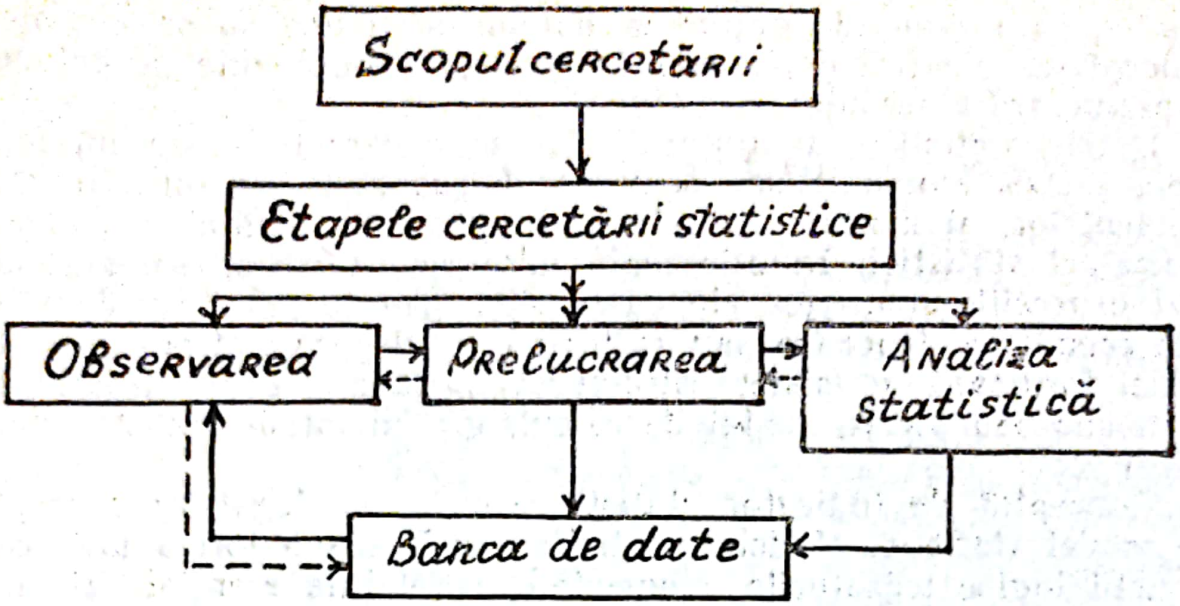


Fig. 1.2. Etapele cercetării statistice

cadrul statisticilor departamentelor şi organismelor de sinteză.

Cercetarea statistică, parte integrantă a S.I.S., presupune parcurgerea unor etape aflate în succesiune logică (fig. 1.2).

Culegerea datelor referitoare la fenomenele de masă, care se manifestă într-o colectivitate şi reprezintă prima etapă a cercetării statistice şi a S.I.S., se numeşte observare statistică.

1.4.1. Metode de culegere a datelor (de observare statistică)

Culegerea datelor (observarea statistică) se realizează prin diferite metode (procedee). Acestea sînt adoptate în funcţie de natura fenomenelor studiate, de modul de organizare a activităţii agenţilor economici, de posibilităţile de înregistrare a fenomenelor, de mijloacele tehnice de prelucrare existente la un moment dat.

In practică culegerea datelor se realizează prin:

— *observări totale* (exhaustive) (de exemplu, rapoartele statistice şi recensămintele). Acestea presupun înregistrarea caracteristicilor cuprinse în programul de cercetare la toate unităţile (fără excepţie) colectivităţii statistice;

— *observări parţiale.* Acestea presupun înregistrarea caracteristicilor la un număr redus de unităţi din colectivitatea generală;

— *observări curente.* Acestea constau în înregistrarea sistematică, permanentă, pe măsură ce se produc caracteristicile fenomenelor analizate la nivelul unităţilor colectivităţii (de exemplu, înregistrarea evenimentelor demografice de natalitate, mortalitate etc.);

Scanned with OKEN Scanner

— *observări periodice.* În acest caz înregistrarea datelor se efectuează la intervale de timp bine stabilite;

— *observări directe.* Acest tip de observări se realizează prin înregistrarea nemijlocită a datelor de către operator (cercetător) la unităţile colectivităţii.

— *observări indirecte.* Astfel de observări se întîlnesc atunci cînd înregistrarea datelor se realizează pe baza unor surse care au consemnat anterior fenomenul studiat (de exemplu, înregistrarea pe bază de documente).

Principalele metode de culegere a datelor, utilizate în funcţie de restricţiile obiective şi în funcţie de scopul cercetării, sînt prezentate în fig. 1.3.

Din fig. 1.3 rezultă că în practică se utilizează frecvent următoarele metode de culegere a datelor:

Recensămîntul — cea mai veche metodă de observare statistică. Prin recensămînt (al populaţiei, animalelor, mijloacelor fixe etc.) se culeg date de la toate unităţile colectivităţii. Organizarea recensămîntului presupune rezolvarea unor probleme (delicate prin complexitatea lor), cum sînt: scopul observării, timpul de culegere a datelor, timpul la care se referă datele, sfera de cuprindere, elaborarea de definiţii, clasificări şi nomenclatoare etc. Deoarece implică cheltuieli mari de materiale şi de timp, recensămîntele se efectuează periodic (de exemplu, din 10 în 10 ani în cazul populaţiei; anual în cazul populaţiei şcolare etc.).

Rapoartele statistice (dările de seamă statistice). Acestea sînt observări totale, permanente. Prin intermediul lor se culeg date statistice referitoare la diferite fenomene şi procese economice din domeniile de activitate ale agenţilor economici. Din această cauză se vorbeşte de un nomenclator al rapoartelor statistice pe care trebuie să le completeze fiecare agent economic. Există rapoarte statistice referitoare la capitalul fix, forţa de muncă şi timpul de lucru, rezultatele activităţilor, consumul de materii prime şi materiale etc.

Sondajele statistice. În cazul în care observările totale nu pot fi organizate din diferite motive se apelează la observările parţiale de tipul sondajelor statistice. De asemenea sondajele sînt preferate datorită economicităţii, rapidităţii lor etc.

Însă, eficacitatea (utilitatea) datelor obţinute prin sondaje statistice este condiţionată de gradul de reprezentativitate al eşantioanelor extrase, de măsura în care trăsăturile esenţiale ale structurii colectivităţii generale se regăsesc în structura eşantioanelor extrase.

Ancheta statistică este o formă de observare parţială care spre deosebire de sondaje nu presupune reprezentativitatea eşantioanelor. Acestea se realizează pe baza chestionarelor completate direct

Scanned with OKEN Scanner

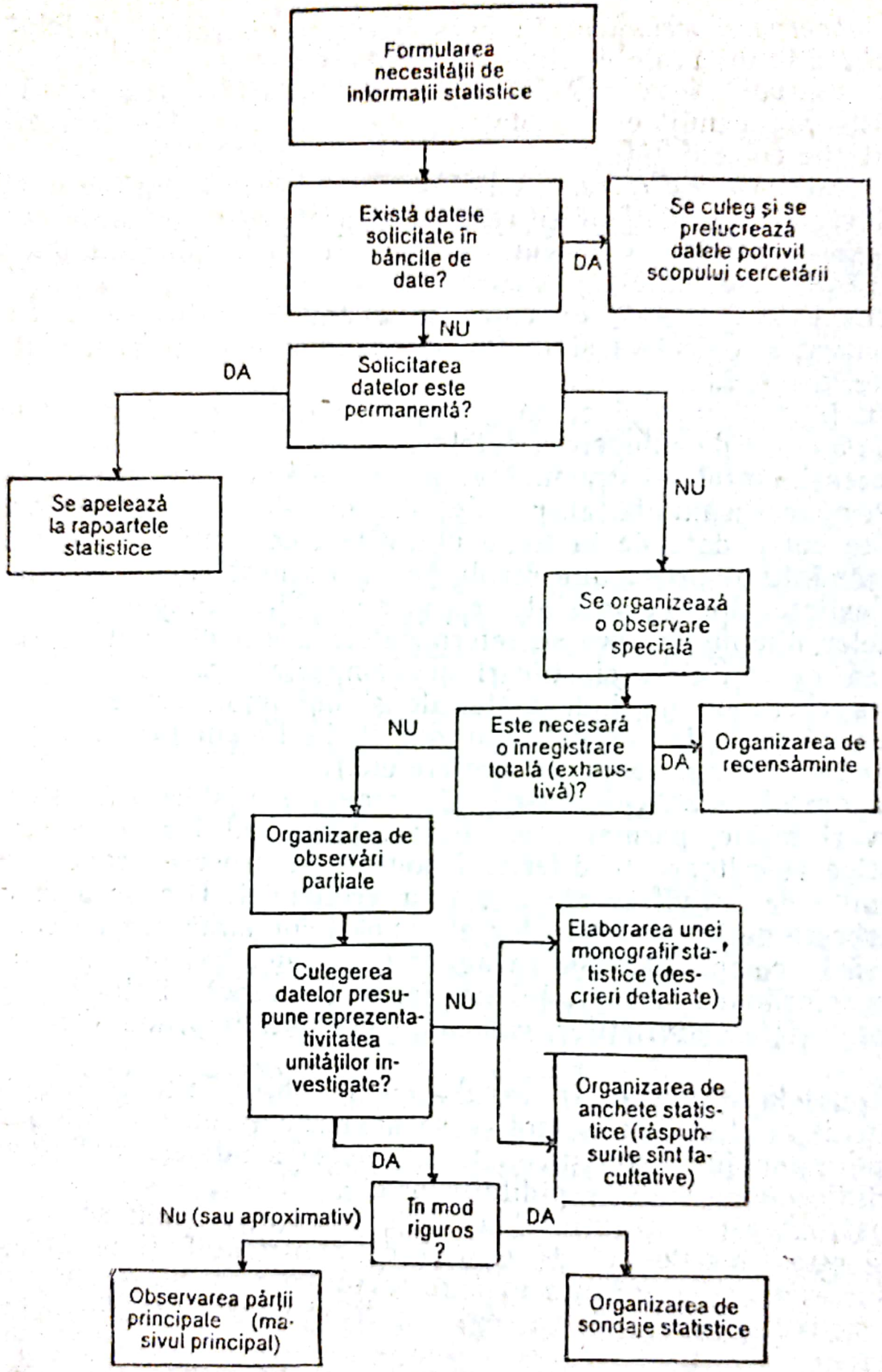


Fig. 1.3. Principalele metode de culegere a datelor. Condiții de aplicare

Scanned with OKEN Scanner

sau prin poştă. In cazul acestei metode de culegere răspunsul unităţii de înregistrare la întrebările din chestionar este benevol (facultativ).

Observarea părţii principale (masivul principal sau panelul) este o metodă operativă, parţială de culegere a datelor numai de la cele mai semnificative (masivul principal) unităţi ale colectivităţii. Prin această metodă nu se culeg datele de la unităţile cu importanţă redusă (nereprezentative).

Monografia. Aceasta este o metodă de observare aprofundată a fenomenelor şi proceselor ce au loc în activitatea unui agent economic sau grup de agenţi economici. Monografia efectuată asupra unei colectivităţi sau a unei unităţi de înregistrare presupune nu numai culegerea datelor, ci şi prelucrarea şi interpretarea acestora.

In ultima perioadă există tendinţa de utilizare pe o scară destul de largă a observărilor parţiale. Această înclinaţie este legată de nevoia rapidă de cunoaştere, de culegere a datelor, de posibilităţile largi de aplicare cu costuri dintre cele mai reduse.

Proiectarea şi organizarea unei observări statistice nu se efectuează la întîmplare, ci pe baza unui program riguros.

1.4.2. Programul de organizare a unei observări statistice

Prin definiţie observarea statistică presupune soluţionarea unor probleme metodologice şi organizatorice laborioase, participarea unui număr mare de persoane care de multe ori nu au o pregătire de specialitate.

Prin urmare, culegerea datelor (observarea statistică) ca primă etapă a cercetării statistice necesită numeroase operaţii efectuate în conformitate cu programul special elaborat. In esenţă, programul de observare statistică urmăreşte asigurarea celor mai bune condiţii de desfăşurare la timp şi de calitate a acţiunii de culegere (înregistrare) a datelor.

Prin programul de abordare trebuie să se precizeze cîteva elemente fixe şi anume:

— *scopul observării.* Acesta poate să coincidă sau să nu coincidă cu scopul cercetării statistice. El trebuie bine precizat, deoarece în funcţie de înţelegerea lui depinde delimitarea obiectului observării, mărimea erorilor de observare etc.;

— *colectivitatea statistică supusă observării (obiectul observării).* Obiectul observării reprezintă, deci, mulţimea unităţilor la care vor fi înregistrate caracteristicile precizate conform scopului fixat. Acesta este necesar să fie delimitat ca volum, în timp, spaţiu, cît şi din punct de vedere organizatoric;

— *unităţile de abordare (înregistrare).* Acestea sînt elemente-

Scanned with OKEN Scanner

le colectivității statistice investigate. Ele se aleg și se definesc în funcție de scopul cercetării, deoarece pot fi unități simple sau unități complexe. În acest cadru se stabilesc și unitățile de raportare. De obicei, acestea sînt desemnate prin lege;

— *precizarea caracteristicilor statistice* despre care se culeg datele la unitățile colectivității. Caracteristicile sînt înregistrate sub formă de răspunsuri la întrebările fixate în chestionar într-o anumită ordine logică;

— *elaborarea chestionarelor* care vor fi completate direct de unitatea de înregistrare sau de operatorul de interviu. În afară de chestionare pentru alegerea datelor se utilizează fișe și liste. Lista este un formular colectiv pentru mai multe unități concentrate în spațiu. Fișa este un formular individual, se completează cu date referitoare la o singură unitate;

— *timpul observării.* Acesta este elementul care vizează două probleme esențiale: stabilirea timpului la care se referă datele și timpul la care se efectuează culegerea datelor. Timpul la care se referă datele se numește **moment critic** și se deosebește de intervalul de timp (perioada) de culegere a datelor. De exemplu, pentru recensămîntul din ianuarie 1991 momentul critic a fost ora „0" a zilei de 7.01.1991, în timp ce perioada de culegere a datelor a fost de șapte zile. Alegerea timpului de observare este legată de particularitățile obiectului și de scopul cercetării statistice;

— *locul observării.* Acest element se precizează prin program în scopul identificării mai ușoare a unităților de observare. Locul observării coincide, de regulă, cu locul unde există, se manifestă fenomenul supus studiului;

— *măsuri organizatorice.* Acestea au drept scop asigurarea condițiilor favorabile pentru desfășurarea observării statistice. În acest context se elaborează hărți și planuri ale localităților, se organizează împărțirea locului observării; se recrutează și se pregătește personalul pentru efectuarea înregistrărilor; se tipăresc și se transmit formularele, se efectuează publicitatea corespunzătoare pentru înțelegerea scopului observării etc.

1.4.3. Controlul datelor înregistrate
Erorile de observare

Pentru depistarea și eliminarea erorilor datele statistice culese prin diferite metode se supun unui control riguros. Controlul datelor statistice presupuine verificarea completitudinii și autenticității acestora.

Completitudinea datelor vizează controlul datelor sub următoarele aspecte: dacă pentru toate unitățile investigate s-au strîns formularele de observare; dacă toți furnizorii de date au răspuns

Scanned with OKEN Scanner

la toate întrebările din chestionar; dacă toate rubricile din formularele de culegere au fost completate etc.

Prin operaţia de verificare a completitudinii se evită lipsa unor date, cît şi fenomenul de redundanţă (datele de prisos).

Controlul calităţii datelor culese este o operaţie mai laborioasă decît controlul completitudinii din cauza numărului mare de date care se înregistrează la fiecare unitate statistică. El are în vedere identificarea erorilor.

In general, prin **eroare de observare** se înţelege diferenţa dintre valoarea reală a nivelului caracteristicii urmărite şi valoarea individuală înregistrată. In practică nu se cunoaşte valoarea reală, adevărată. Deci, eroarea efectivă nu se poate calcula. Din această cauză pe baza experienţei acumulate se fixează în valoare absolută sau relativă o eroare maximă admisibilă, pe care eroarea efectivă nu o poate depăşi.

Erorile întîlnite frecvent în etapa de culegere a datelor se produc la înregistrare şi transmitere, la trecerea de pe un purtător de informaţii pe altul, la codificare etc. Aceste erori apar datorită lipsei de atenţie a operatorului de interviu, neînţelegerii scopului observării şi al cercetării, interpretării greşite a unor noţiuni etc. Erorile întîmplătoare (aleatoare) sînt cauzate de factorii care acţionează în mod întîmplător, indiferent de voinţa cercetătorului. Nu trebuie confundate erorile întîmplătoare cu eventualele deformări voite sau intenţionate.

Diminuarea erorilor de observare, indiferent de natura lor, poate fi realizată prin operaţii de control. Controlul datelor statistice este de volum, aritmetic şi logic.

Controlul de volum se referă în esenţă la verificarea completitudinii datelor. Controlul aritmetic presupune efectuarea unor operaţii simple de calcul pentru analiza şi verificarea unor date derivate calculate. Controlul logic, spre deosebire de cel aritmetic şi de volum, constă în testarea concordanţei logice care trebuie să existe între valorile diferitelor caracteristici înregistrate la aceeaşi unitate de observare (de exemplu, vîrsta, profesia şi starea cuvilă sau venitul realizat etc.). In efectuarea controlului logic un rol deosebit îl are experienţa statisticianului în depistarea neconcordanţelor cantitative sau calitative.

Pentru depistarea erorilor de observare şi eliminarea lor se impune din ce în ce mai mult utilizarea sistemelor informatice. In practică sistemele informatice se utilizează pentru controlul automat şi corectarea automată a datelor statistice.

In acest sens se elaborează algoritmi care au la bază practica controlului manual al datelor.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL II. PRELUCRAREA PRIMARĂ A DATELOR STATISTICE

2.1. CONȚINUTUL CONCEPTULUI DE PRELUCRARE STATISTICĂ

Prin metodele de observare statistică se înregistrează de la unitățile colectivității valorile individuale ale caracteristicilor precizate în program. De regulă, valorile individuale culese prezintă variații (modificări) mari de la o unitate la alta. Ansamblul datelor culese în formă brută nu permite cunoașterea esenței formei de manifestare a fenomenelor, a legăturilor dintre unitățile colectivității. Aceasta înseamnă că datele statistice înregistrate devin utile analizei numai în măsura în care sînt supuse unor operații de prelucrare.

Prelucrarea datelor înregistrate este după observare a doua etapă a cercetării statistice. Sub raport gnoseologic aceasta presupune operații de trecere de la datele individuale diferite la indicatori derivați, cu caracter sintetic, care să reflecte esența formei de manifestare a fenomenelor analizate.

Să presupunem că printr-o metodă oarecare de observare s-au cules date despre caracteristicile $X_1, X_2, \ldots, X_j, \ldots, X_m$, prevăzute în program, de la cele n unități ale unei colectivități. Apoi aceste date sînt ordonate (sistematizate) în funcție de unitățile cărora le aparțin obținîndu-se matricea ansamblului de date (2.1).

Matricea (2.1) evidențiază ansamblul datelor înregistrate despre caracteristicile X_j $(j=\overline{1, m})$ la fiecare din cele n unități ale colectivității studiate. Elementele (x_{ij}), $i=\overline{1, n}$ ale coloanei j se referă la valorile individuale ale caracteristicii j înregistrate la toate cele n unități. Aceste elemente sînt diferite sau/și egale între ele.

Unitățile colectivității (i)	Caracteristici prevăzute în programul de observare			
	X_1	X_2 ..	X_j ..	X_m
1	x_{11}	x_{12}	... x_{1j} ...	x_{1n}
2	x_{21}	x_{22}	... x_{2j} ...	x_{2n}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	x_{i1}	x_{i2}	... x_{ij} ...	x_{in}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	xn_1	x_{n2}	... x_{nj} ...	x_{nm}

(2.1)

Scanned with OKEN Scanner

Elementele liniei i reprezintă valorile caracteristicilor X_1, X_2, ..., ..., X_j, ..., X_m înregistrate la unitatea i din colectivitatea investigată. Matricea (2.1) conține elemente diferite și/sau egale cu zero. De asemenea, se observă că mărimea acesteia depinde atît de numărul caracteristicilor precizate în programul observării, cît și de numărul unităților investigate în colectivitatea analizată.

Pentru realizarea trecerii de la studierea concretă a fenomenelor la cunoașterea esenței lor comune, la desprinderea regularităților din procesul lor de apariție și dezvoltare, datele primare sistematizate sub forma (2.1) sînt supuse unor operații de grupare, centralizare, de comparări și abstractizări succesive etc. Această trecere de la unități la grupe, iar apoi la întreaga colectivitate statistică este însoțită de o pierdere inevitabilă de informații, deoarece prin efectuarea operațiilor de prelucrare se „pierde" ceea ce este întîmplător și neesențial în manifestarea fenomenelor.

Prin urmare, prelucrarea statistică este o etapă de trecere de la datele primare concrete la valori tipice, la sistemul de indicatori sintetici corespunzător modului de manifestare a fenomenului social-economic studiat. Ea cuprinde întregul complex de operații cu ajutorul cărora din datele primare obținute la observarea statistică se obțin informații sintetice necesare.

In funcție de natura datelor incluse în operațiile de prelucrare statistică deosebim prelucrare primară și prelucrare secundară.

Prelucrarea statistică primară cuprinde operațiile care au drept elemente de intrare datele primare înregistrate. Prin aceste operații se realizează, de regulă, sintetizarea datelor primare la nivelul colectivității și al grupelor sau claselor acesteia, calculul indicatorilor absoluți și relativi etc. Principalele operații de prelucrare primară a datelor statistice sînt: gruparea sau clasificarea; centralizarea sau agregarea și compararea prin diferență sau/și raportare.

Prelucrarea statistică secundară cuprinde un ansamblu de operații care utilizează datele obținute în cadrul prelucrării primare. In urma efectuării operațiilor de prelucrare secundară se obțin indicatori sintetici cu ajutorul cărora se apreciază tendința centrală, omogenitatea și asimetria distribuțiilor, intensitatea legăturilor dintre caracteristicile statistice, semnificația factorilor de grupare etc.

In funcție de nivelul la care se efectuează prelucrarea statistică aceasta poate fi centralizată sau descentralizată. Dacă prelucrarea centralizată a datelor statistice se efectuează, de exemplu în

---

[1] In asemenea cazuri prelucrarea manuală se realizează greu sau este imposibilă, favorizează producerea erorilor de prelucrare.

Scanned with OKEN Scanner

cadrul Comisiei Naţionale pentru Statistică, prelucrarea descentralizată se efectuează la nivelul agentului economic, al judeţului sau departamentului.

Complexitatea prelucrării statistice, calitatea rezultatelor, intervalul de timp în care se obţin acestea etc. sînt condiţionate în mare măsură de mijloacele tehnice de calcul utilizate.

Din punctul de vedere al mijloacelor tehnice de calcul prelucrarea statistică a cunoscut faza manuală, faza mecanografică (iniţiată în jurul anului 1890 de Hermann Hollerith) şi faza electronică sau automatizată.

Prelucrarea manuală se utilizează în cercetările de volum mic şi se completează, de regulă, cu efectuarea unor calcule la maşinile de birou. De cele mai multe ori cercetările statistice implică un volum mare de date ce trebuie prelucrate într-un interval de timp cît mai scurt, necesită calcule complexe care să faciliteze cunoaşterea profundă a fenomenelor studiate. În asemenea situaţii se utilizează tehnici şi metode informatice de prelucrare statistică[1]. În prelucrarea statistică se utilizează o varietate de mijloace tehnice de calcul, în funcţie de cerinţele specifice ale activităţii statistice luată în considerare.

Astfel, la nivelul personalului ocupat cu corectarea sau verificarea datelor statistice pot fi utilizate microcalculatoarele electronice de buzunar, maşinile de calcul de birou, minicalculatoarele, la nivelul comisiilor judeţene de statistică, a căror activitate este orientată cu prioritate spre prelucrarea datelor statistice operative şi curente, pot fi utilizate maşini electronice de facturat-contabilizat programabile, terminale conectate la un calculator central, microcalculatoare sau chiar calculatoare electronice; la nivelul Comisiei Naţionale pentru Statistică pentru asigurarea capacităţii de prelucrare este necesară utilizarea unui calculator electronic de mare capacitate la care pot fi conectate mai multe terminale.

Soluţiile de dotare a sistemului statistic cu tehnica de calcul sînt condiţionate de complexitatea programelor de prelucrare, de modul în care este concepută organizarea prelucrării statistice.

2.2. PLANUL PRELUCRĂRII STATISTICE

Indiferent de modalitatea de prelucrare solicitată de cercetarea statistică întreprinsă, aceasta nu poate fi efectuată la întîmplare, ci în mod organizat, pe baza unui plan. Acest plan de prelucrare statistică trebuie să cuprindă în esenţă următoarele:

— *programul prelucrării.* În conformitate cu scopul general, programul prelucrării se elaborează înaintea declanşării cercetării propriu-zise prin diagrama de flux (schema logică) în care

Scanned with OKEN Scanner

se indică operațiunile care trebuie executate, succesiunea și conexiunile dintre ele;

— *metodele și procedeele de calcul statistic* care vor fi aplicate pentru obținerea sistemului de indicatori sintetici. Aceste metode și procedee trebuie să fie selectate astfel încît se reflecte într-o formă cît mai sintetică și obiectivă fenomenele studiate în funcție de natura variabilelor înregistrate și a datelor disponibile;

— *formele de prezentare a rezultatelor prelucrării.* În planul de prelucrare trebuie să se precizeze caracteristicile pentru alcătuirea seriilor, machetele de tabele și tipurile de grafice ce vor fi utilizate;

— *problemele organizatorice ale prelucrării.* De regulă, acestea se referă la locul și timpul efectuării prelucrării și transmiterii rezultatelor.

2.3. ORGANIZAREA PRELUCRĂRII STATISTICE

În sensul cel mai larg prin organizarea prelucrării statistice se înțelege elaborarea și structurarea planului de prelucrare, a resurselor și fluxurilor informaționale. La nivelul unui agent economic prelucrarea statistică, ca etapă a cercetării declanșate presupune ca și la nivelul economiei naționale existența sau elaborarea unui sistem informațional corespunzător. În general, acesta este format din ansamblul metodelor și procedeelor necesare realizării culegerii, validării, transmiterii, memorării, regăsirii și analizei informației statistice. Într-un sens mai restrîns sistemul informațional statistic este format din:

— ansamblul datelor statistice (al indicatorilor statistici economico-sociali) înscrise pe suporturi de informație de tip documente și/sau magnetice;

— sistemul metainformațional statistic. Acesta se referă la ansamblul informației de descriere a datelor statistice (clasificări și nomenclatoare statistice; norme metodologice; documentația de prelucrare statistică etc.) și la fluxurile informaționale statistice (cu canal unic și/sau cu canale multiple) prin care se descriu procedeele de elaborare a ieșirilor, de memorare (arhivare) și actualizare a datelor statistice. Sistemul metainformațional statistic este elaborat de Comisia Națională pentru Statistică în colaborare cu Ministerul Finanțelor, cu Ministerele economice, cu unele instituții publice de interes național și teritorial.

Organizarea prelucrării statistice depinde de obiectivele și sfera de cuprindere a cercetării statistice. Astfel, la nivelul economiei

Scanned with OKEN Scanner

naţionale organizarea prelucrării corespunde modului de organizare a activităţii statistice şi se referă în principal la[1]:

— culegerea datelor primare, prelucrarea şi elaborarea de rapoarte şi formulare la nivelul agenţilor economici, în conformitate cu metodologia elaborată şi difuzată de Comisia Naţională pentru Statistică în colaborare cu Ministerul Finanţelor şi oficiile departamentale de statistică. In vederea asigurării condiţiilor de comparabilitate metodologia elaborării trebuie să fie compatibilă cu cea practicată pe plan european şi mondial;

— culegerea şi validarea rapoartelor şi formularelor statistice, prelucrarea lor primară de către Direcţiile judeţene de statistică, transmiterea lor la Comisia Naţională pentru Statistică (în Moldova — Departamentul de Stat pentru Statistică). Aceasta la rîndul său validează datele transmise, le prelucrează la nivelul economiei naţionale, elaborează rapoarte şi analize destinate guvernului, parlamentului, preşedinţiei şi publicului larg;

— culegerea, validarea şi prelucrarea rapoartelor şi formularelor statistice în cadrul departamentelor şi al Fondului proprietăţii private în conformitate cu metodologia elaborată (compatibilă cu cea europeană şi mondială) şi difuzată de către Comisia Naţională pentru Statistică.

In România, precum şi în Moldova, activitatea de prelucrare statistică ca şi cea de culegere şi transmitere, memorare şi analiză statistică este organizată (conform legii statistice, legii contabilităţii etc.) la nivelul agenţilor economici, departamentelor, patronatului şi structurii Sistemului Comisiei Naţionale pentru Statistică. In afară de prelucrarea statistică la nivel naţional este organizată şi prelucrarea datelor la nivel internaţional. Pe baza unor acorduri internaţionale Comisia Naţională pentru Statistică sau oficiile departamentale autorizate transmit periodic datele convenite la comisiile de specialitate ale O.N.U. Comunităţii Economice Europene, Biroului Internaţional al Muncii etc. In Republica Moldova organismul oficial de statistică este Departamentul de Stat pentru Statistică.

In funcţie de organizarea prelucrării statistice sistemul statistic naţional este dotat cu tehnică de calcul. Din acest punct de vedere prelucrarea datelor statistice poate fi centralizată, descentralizată sau mixtă. Aceste trei forme de prelucrare există în sistemul statistic naţional şi constau din următoarele:

— organizarea centralizată a prelucrării statistice presupune

---

[1] *Trebici V.* (coord.). Mică enciclopedie de statistică. Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1985, p. 63—64. Ordonanţa Guvernamentală privind organizarea statisticii în România, Bucureşti, 1993; Legea «Cu privire la statistică» a Republicii Moldova, Chişinău, 1990, nr. 412—XII.

Scanned with OKEN Scanner

existența unei unități de informatică statistică care să asigure la nivelul Comisiei Naționale pentru Statistici (C.N.S.) prelucrarea automată a datelor. La acest nivel se obțin rezultatele necesare atît la nivel teritorial, cît și la nivelul economiei naționale;

— prin organizarea descentralizată prelucrarea automată a datelor are loc, în principal, la nivel teritorial, la nivelul central (C.N.S.), realizîndu-se, în special, centralizări și analize. În cazul acestui tip de organizare prelucrarea datelor statistice se bazează pe un ansamblu de unități de informatică statistică. Unitățile de informatică statistică sînt societăți comerciale de stat sau particulare care au ca obiect de activitate prelucrarea informației statistice, iar uneori și proiectarea, implementarea și întreținerea sistemului informatic statistic sau a subsistemelor acestuia;

— organizarea mixtă a prelucrării datelor statistice combină pe baza anumitor criterii prelucrarea centralizată cu prelucrarea descentralizată.

După cum se observă, concepția organizării prelucrării statistice este subordonată scopului cercetării statisticii, modului de organizare a activității de statistică națională și internațională și condiționează dotarea sistemului statistic cu tehnici și metode informative de prelucrare, cu sisteme informatice adecvate.

2.4. SISTEMUL INFORMATIC STATISTIC

Sistemul informatic statistic, partea componentă a sistemului informațional statistic, este format din ansamblul echipamentelor și programelor care asigură automatizarea prelucrării, memorării, regăsirii și chiar a culegerii și publicării informației statistice.

Sistemul informatic statistic se caracterizează printr-o structură funcțională, o structură de echipamente de prelucrare și o structură de programe de prelucrare automată a datelor statistice.

Structura funcțională este formată, în principal, din următoarele: subsistemul metainformatic statistic; subsistemul prelucrării datelor din recensăminte și anchete statistice; subsistemul prelucrării datelor statistice operative și curente; subsistemul automatizării pregătirii publicării datelor și informațiilor statistice; subsistemul bazelor de date statistice; subsistemul metodelor de calcul și analiză statistică a agregatelor macroeconomice.

La structura de echipamente de prelucrare a datelor statistice se identifică: echipamentul electronic central și echipamentul de introducere și verificare a datelor la nivel central (în cadrul acestora se manifestă tendința sporită de utilizare a cititoarelor optice și a echipamentelor de tip mini/microcalculatoare); echipamentul pentru interogarea/utilizarea datelor statistice la nivelul central;

Scanned with OKEN Scanner

echipamentul de realizare a publicaţiilor statistice; echipamentul pentru teletransmisia automată a datelor statistice; echipamentele de prelucrare a datelor statistice la nivel teritorial, departamental şi al agenţilor economici; canalele de transmisie a datelor statistice în profil teritorial şi departamental etc.

Sistemul de programe de prelucrare a datelor statistice cuprinde[1] programe cu caracter specializat (execută o singură funcţiune); programe parametrizate (pot fi utilizate în principiu şi de nespecialişti în informatică şi pot fi adaptate necesităţilor aplicative); programe generate automat pe baza descrierii efectuate într-un limbaj orientat pe aplicaţie. Din punctul de vedere al domeniului de utilizare structura programelor de prelucrare automată a datelor statistice este formată din:

— sistemul de programe pentru crearea/întreţinerea, redarea şi copierea pe suporturi magnetice a nomenclatoarelor şi clasificărilor unitare statistice;

— sistemul de programe pentru prelucrarea datelor statistice în mod lot (în loturi). În cadrul acestui sistem există programe de introducere, de validare şi control logic automat al datelor statistice; programe de elaborare a tabelelor statistice; programe pentru crearea şi actualizarea textelor care nu sînt preluate automat din clasificările şi nomenclatoarele statistice unitare; programe pentru elaborarea graficelor statistice etc.;

— sistemul de programe de teleprelucrare a datelor statistice operative. Acesta are drept obiective teleintroducerea/validarea/ /centralizarea datelor statistice, apelarea de la distanţă a tabelelor statistice, teleprelucrarea datelor în timp real (realizarea simultană a introducerii, validării şi a elaborării tabelelor sau graficelor statistice);

— sistemul de programe de gestiune a bazelor de date. Prin el se asigură crearea şi actualizarea bazelor de date statistice; teleinterogarea bazelor de date statistice; interfaţa de utilizare a bazei de date statistice cu sistemul de programe de prelucrare a datelor în mod de lot etc.;

— sistemul programelor de analiză a datelor statistice; programe generale pentru calcule statistico-matematice; programe pentru analiză statistică specializată (de exemplu, pentru analiza corelaţiilor statistice; pentru analiza dispersională etc.); program pentru

---

[1] *Fendorenko N.* ş. a. Dicţionar de matematică şi cibernetică în economie. Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1979, p. 582—607; Slovari-sprayocinik. Matematica i kibernetika v ăconomike, M., Aconomica, 1975; *Trebici V.* (coord.). Mică enciclopedie de statistică, Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1985, p. 68—74; *Dodescu G.* (coord.). Informatica, Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1987 etc.

Scanned with OKEN Scanner

modelarea evoluției fenomenelor și proceselor economico-sociale etc.

Sistemul informatic statistic este structurat și după alte criterii. De exemplu, în funcție de domeniile de activitate statistică sistemul informatic statistic cuprinde subsistemul informatic al industriei, subsistemul informatic al agriculturii și silviculturii, subsistemul informatic al muncii și salariilor etc.

Dotarea cu mijloace și tehnici informatice, perfecționarea sistemului informatic statistic nu afectează funcțiile statisticii, ci dimpotrivă impune o reconsiderare a modului de utilizare a surselor de date, a metodelor de prelucrare și analiză statistică a fenomenelor studiate. In acest cadru este posibilă conceperea cercetării statistice ca o cercetare de sistem în care crește rolul analizei structurii interne a fenomenelor, a trăsăturilor cu caracter stabil, a legăturilor dintre datele prelucrate și cele care urmează să fie culese în etapele următoare etc.

2.5. METODE DE PRELUCRARE PRIMARĂ A DATELOR STATISTICE

2.5.1. Gruparea și clasificarea statistică

Gruparea și clasificarea statistică sînt principalele metode prin care se realizează trecerea de la datele primare, culese printr-o metodă oarecare și eventual sistematizate sub forma matriceală (2.1), la valorile tipice, sintetice, care reflectă esența fenomenelor studiate în cadrul unei colectivități. Aceste două metode evidențiază legătura dintre latura cantitativă și cea calitativă a fenomenelor studiate, deoarece cu ajutorul lor se efectuează o anume sistematizare a datelor primare care să conducă la formarea de grupe sau clase de unități omogene din punct de vedere statistic. Pentru unitățile statistice din interiorul lor valorile individuale ale caracteristicii urmărite au o variație minimă.

Sub raport gnoseologic, gruparea și clasificarea statistică presupune o operație de structurare a colectivității generale pe grupe sau clase omogene în funcție de variația unei caracteristici sau, simultan, a mai multor caracteristici. Gruparea și clasificarea datelor statistice sînt subordonate scopului cercetării, apoi sînt declanșate, după o analiză aprofundată, calitativă a colectivității statistice în vederea identificării grupelor sau claselor calitativ distincte și omogene. Este necesar să se acorde o atenție deosebită acestor operații, deoarece dacă grupările/clasificările obținute nu sînt corecte, atunci nu se mai pot observa deosebirile calitative existente în structura colectivității studiate, iar cunoașterea obiectivă a aspectelor esențiale este imposibilă.

Scanned with OKEN Scanner

Grupările și clasificările pot avea caracter permanent sau pot fi specifice fiecărei cercetări concrete. În acest caz gruparea se elaborează prin mai multe încercări succesive, fie după o caracteristică numerică, fie după o caracteristică nenumerică, fie prin combinarea mai multor caracteristici, pînă se obține cea mai bună structurare a colectivității[1]. Gruparea după caracteristici care evidențiază tipuri de fenomene este o grupare tipologică și de cele mai multe ori are un caracter permanent, oficial.

La elaborarea grupărilor și clasificărilor tipologice trebuie să se țină seama de experiența acumulată pe plan național și internațional.

Criteriile în funcție de care se efectuează structurarea colectivității se numesc caracteristici de grupare/clasificare. Alegerea caracteristicilor de grupare/clasificare se efectuează în funcție de scopul cercetării[2] astfel încît să conducă la separarea unităților colectivității în grupe/clase cît mai omogene. Cu cît gradul de complexitate al fenomenelor analizate este mai mare, cu atît mai greu se realizează grupe/clase omogene. În asemenea situații nu este suficient să se utilizeze o singură caracteristică de grupare, ci este necesar să se combine mai multe caracteristici aflate în relații de interdependență obiectivă.

Prin urmare, în funcție de numărul caracteristicilor de grupare utilizate există grupări simple și grupări combinate.

Grupările simple se obțin atunci cînd separarea unităților colectivității se face după o singură caracteristică de grupare. Grupările simple pot fi efectuate pentru toate caracteristicile din programul de observare. O grupare simplă poate fi însoțită de agregarea/centralizarea numărului de unități cît și/sau a valorilor individuale ale caracteristicii cu care caracteristica de grupare se află în interdependență (vezi tabelul 2.1).

Grupările combinate sînte efectuate după două sau mai multe caracteristici. Realizarea acestei grupări presupune alegerea unei caracteristici de grupare, iar apoi, în funcție de variația valorilor sale individuale, unitățile colectivității se separă pe grupe/clase. În continuare, fiecare grupă/clasă se descompune în subgrupe/subclase după variația celei de-a doua caracteristici de grupare. La

---

[1] *Biji E., Tövissi L.* (coord.). Statistică teoretică, Lito A.S.E, București, 1988, p. 53—63; *Tövissi L., Isaic-Maniu Al.* Statistică, Lito A.S.E., București, 1989, p. 32—37; *Gromiko G. L.* Manual de statistică, Ed. «Cartea Moldovenească», Chișinău, 1990, p. 30—36; *Yule G. U., Kendall M. G.* Introducere în teoria statisticii (ediția a XIV-a) Ed. științifică, București, 1969, p. 26—30; *Yule G. U., Kendall M. G.* (în l. rusă). Teoria statistiki, M., Gosstatizdat, 1960, p. 30—35.

[2] În raport cu scopul grupările caracteristice statistice prevăzute în programul observării pot să-și schimbe gradul de esențialitate.

Scanned with OKEN Scanner

rîndul său fiecare subgrupă/clasă se descompune în funcție de variația celei de-a treia caracteristici de grupare ș.a.m.d., obținîndu-se grupe din ce în ce mai omogene (vezi tabelul 2.5). Există riscul că în scopul obținerii unor grupe cu un grad foarte înalt de omogenitate masa datelor statistice să fie fărîmițată și să se piardă aspectele esențiale, calitative din structura colectivității. Pentru evitarea acestei situații se recomandă să nu se utilizeze mai mult de 3—4 caracteristici de grupare.

Grupările statistice obținute în prelucrarea primară a datelor pot fi diferențiate după conținutul caracteristicilor de grupare în grupări teritoriale, grupări cronologice și grupări după o caracteristică atributivă.

Realizarea grupărilor teritoriale și cronologice se efectuează în funcție de condițiile obiective în care se produc fenomenele. Astfel, în cazul grupărilor teritoriale unitățile colectivității statistice studiate se repartizează în funcție de unitățile administrativ-teritoriale cărora le aparțin.

Gruparea cronologică presupune utilizarea timpului drept o caracteristică de grupare a unităților statistice sau a valorilor individuale ale celorlalte caracteristici cuprinse în programul de observare. Gruparea cronologică, după cum se observă, trebuie precedată de o analiză prealabilă pentru a stabili lungimea perioadei în raport cu care se culeg datele (an, trimestru, lună etc.) și dacă variația în timp este o caracteristică determinantă. Atît timpul cît și spațiul pot fi utilizate drept caracteristici de grupare nu numai pentru elaborarea grupărilor simple, dar și a grupărilor combinate (vezi cap. X).

Grupările după o caracteristică atributivă se întîlnesc frecvent în cercetarea statistică fie ca grupări simple, fie ca grupări combinate, deoarece permit caracterizarea independentă sau interdependentă a fenomenelor din colectivitatea analizată. Caracteristicile atributive în funcție de care se descompune colectivitatea în grupe/clase omogene pot fi exprimate prin cuvinte sau/și prin numere.

Clasificarea statistică. Grupările după caracteristicile atributive nenumerice se numesc clasificări și au, de regulă, un caracter permanent. Omogenizarea pe clase a unităților în raport cu variația caracteristicii de grupare se realizează astfel: se identifică (se aleg) formele (variantele) sub care se manifestă caracteristica, după care se centralizează datele pe aceste forme (variante).

Clasificarea are un caracter natural, obiectiv, dacă se bazează pe cunoașterea structurii interne a colectivității. Uneori în cazul cînd pe lîngă particularitățile obiectului, criteriile introduse de observator joacă rolul principal, se elaborează și clasificări artificiale (subiective).

In funcție de o caracteristică calitativă ansamblul unităților

Scanned with OKEN Scanner

observate din colectivitate se divide prin dihotomie în clasa unităţilor care posedă caracteristica şi clasa unităţilor care nu posedă caracteristica. Cele două clase complementare pot fi în continuare descompuse în subclase omogene după o altă caracteristică nenumerică ş.a.m.d., obţinîndu-se în final o clasificare ierarhică cu un anumit număr de nivele (fig. 2.1).

Din exemplul prezentat în fig. 2.1 constatăm următoarele:

— o clasificare ierarhică prezintă mai multe niveluri, numărul lor fiind funcţie de scopul cercetării şi de caracteristicile cuprinse în programul de observare;

— ultimul nivel are caracter de nomenclator detaliat;

— direcţia săgeţilor indică ordinea de subordonare;

— pentru a asigura funcţionalitatea sistemului de clase şi subclase este necesară atribuirea unor coduri zecimale;

— lungimea codului atribuit este variabilă şi indică nivelul de clasificare şi poziţia clasei în cadrul nivelului.

Se observă că clastificarea ierarhică cu un număr mare de niveluri prezintă un neajuns: introducerea unei singure poziţii sau la modificarea codului unei singure clase prin modul de organizare creează modificări în lanţ.

Exemplul prezentat în fig. 2.1 evidenţiază totuşi faptul că la efectuarea unei clasificări statistice este necesar să se formuleze anumite cerinţe, cum ar fi[1]:

a) completitudinea: fiecare unitate a colectivităţii trebuie să aparţină unei clase;

b) evitarea dublei înregistrări: fiecare unitate să aparţină numai unei singure clase;

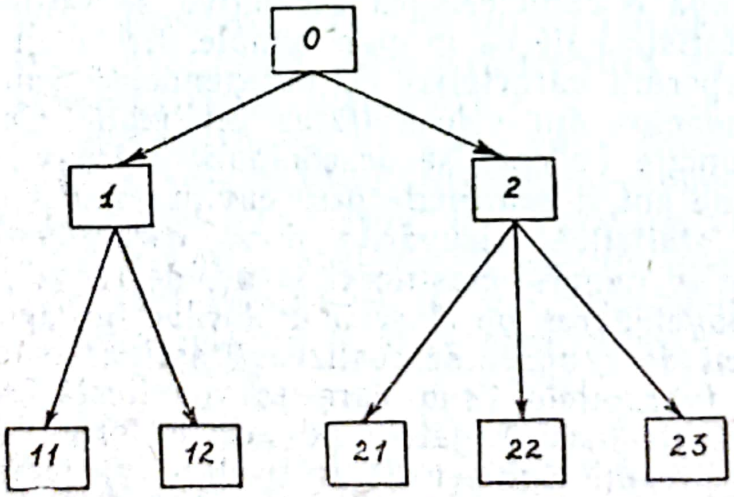


Fig. 2.1. Clasificarea ierarhică cu două niveluri

[1] *Tövissi L., Isaic-Maniu Al.* Statistică. Lito A.S.E., Bucureşti, 1989, p. 32; *Capătă M.* Probleme ale clasificării serviciilor. In Revista de Statistică, nr. 6/1970; *Volle M.* Analyse des donnes, Economica, Paris, 1981, p. 44—47.

Scanned with OKEN Scanner

c) omogenitatea: unităţile asemănătoare să aparţină aceleiaşi clase, iar cele diferite — claselor diferite.

Clasificarea care satisface primele două cerinţe se numeşte clasificare taxonomică. În cazul acestui tip de clasificare valorile agregate/centralizate ale claselor nu conţin duble înregistrări, deoarece fiecare unitate este inclusă într-o singură clasă. În practica statisticii economico-sociale clasificarea taxonomică se realizează destul de rar, deoarece între clasele pure, teoretic identificate, există numeroase nuanţe de trecere care fac ca unităţile clasificate să se caracterizeze prin trăsături specifice mai multor clase diferite. Această situaţie apare în cazul cînd unităţile care se clasifică sînt unităţi complexe, de exemplu societăţile comerciale în care se desfăşoară diferite activităţi. În asemenea situaţii pentru clasificare se utilizează criterii artificiale, cum ar fi, de exemplu, criteriul preponderenţei. Potrivit acestui criteriu societăţile comerciale (ca unităţi complexe) vor fi incluse în clasele în care îşi desfăşoară activitatea preponderentă. Omogenitatea unităţilor care aparţin aceleiaşi clase este relativă.

Realizarea omogenităţii claselor (obţinute prin clasificarea unităţilor complexe) este relativă, deoarece este dependentă de criteriul adoptat pentru structurarea colectivităţii. După un anumit criteriu omogenitatea poate fi asigurată pentru anumite clase. Pentru altele aceasta se realizează numai în cazul cînd se adoptă alte criterii. Pentru soluţionarea unitară a problematicii încadrării unităţilor în clase, în practica statistică se utilizează sisteme standardizate de clasificări economico-sociale. Asemenea sisteme standard conţin nomenclatoare ale claselor, precum şi ale relaţiilor de subordonare şi supraordonare.

Sistemele standard de clasificări ca şi nomenclatoarele oficiale sînt componentele de bază ale sistemului informaţional statistic. Exemple de astfel de clasificări şi nomenclatoare: clasificarea ramurilor economiei naţionale, clasificarea unitară a produselor şi serviciilor, nomenclatorul societăţilor comerciale şi al regiilor autonome, nomenclatorul nuităţilor administrativ-teritoriale etc.

În practica statisticii social-economice se utilizează şi alte modalităţi de concepere a clasificării datelor, cum ar fi: clasificarea sub formă de tezaur; clasificarea după criteriul de ramură a economiei naţionale etc.

Caracterul permanent al clasificărilor statistice nu este rigid, deoarece periodic acestea sînt supuse unor operaţii de actualizare şi raţionalizare, în conformitate cu modificările structurale ale colectivităţii.

Gruparea statistică. Realizarea scopului cercetărilor statistice necesită pe lîngă clasificări statistice şi elaborarea de grupări

Scanned with OKEN Scanner

simple şi/sau combinate după una sau mai multe caracteristici numerice cuprinse în programul de observare.

Caracteristicile numerice de grupare pot fi cu variaţie discretă sau cu variaţie continuă. În funcţie de variaţia caracteristicii grupările statistice ce clasifică în grupări pe variante şi grupări pe intervale de variaţie.

Grupările pe variante se folosesc în cazul cînd caracteristica numerică are un număr redus de variante. Aceasta constă în identificarea prin numărare a unităţilor (a frecvenţelor) din colectivitatea la care se înregistrează aceeaşi variantă a caracteristicii de grupare şi eventual este însoţită de centralizarea datelor pe fiecare variantă (tabelul 2.1).

Elementele din tabelul 2.1 au următoarele semnificaţii: x_i — varianta i a caracteristicii x; n_i — numărul de unităţi la care s-a înregistrat varianta x_i; $\sum_{v} x_{iv} = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in_i}$ — valoarea centralizată a caracteristicii x care posedă varianta x_i; $\sum_{v} y_{iv} = y_{i1} + y_{i2} + \ldots + y_{in_i}$ — valoarea centralizată a caracteristicii y la unităţile care posedă, după x, varianta x_i; $\sum_{i=1}^{k} \sum_{k=1}^{n_l} x_{iv}$ — valoarea totală a caracteristicii X în colectivitatea $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$; $\sum_{l=1}^{k} \sum_{v=1}^{n_l} y_{iv}$ — valoarea totală a caracteristicii Y în colectivitatea $\sum_{n=1}^{k} n_i$.

In urma operaţiei de grupare pe variante rezultă serii statistice de frecvenţe pe variante. Exemple de astfel de grupări (serii) pot fi: gruparea familiilor după numărul de copii sau după numărul membrilor de familie; gruparea studenţilor după notele obţinute la un examen; gruparea loturilor de produse după numărul de rebuturi etc.

Gruparea datelor pe intervale de variaţie se foloseşte atunci cînd caracteristica numerică de grupare prezintă un număr mare de valori individuale. În funcţie de mărimea intervalului de variaţie gruparea datelor poate fi pe intervale egale sau pe intervale neegale.

Grupările pe intervale egale de variaţie se folosesc în cazul în care mărimea variaţiei caracteristicii de grupare permite alegerea unei mărimi egale a intervalelor astfel încît să nu conducă la un număr prea mare de grupe.

Grupările pe intervale neegale se folosesc fie în cazul în care caracteristica de grupare prezintă un grad foarte mare de variaţie, fie în cazul grupărilor tipologice, unde diferenţierea pe tipuri calitative nu este uniformă.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 2.1

Gruparea unităților după caracteristica numerică discretă X

Variantele caracteristicii de grupare x	Numărul de unități n_i	Valorile centralizate pe grupe ale caracteristicilor	
		X	Y
x_1	n_1	$\sum_{v=1}^{n_1} x_{1v} = x_1 n_1$	$\sum_v y_{1v}$
⋮	⋮	⋮	⋮
x_i	n_i	$\sum_{v=1}^{n_i} x_{iv} = x_i n_i$	$\sum_v y_{iv}$
⋮	⋮	⋮	⋮
x_k	n_k	$\sum_{v=1}^{n_k} x_{kv} = x_k n_k$	$\sum_v y_{kv}$
Total	$n = \sum_{i=1}^{k} n_i$	$\sum_v \sum_i x_{iv} = \sum_i x_i n_i$	$\sum_i \sum_v y_{iv}$

Prin urmare, gruparea datelor pe intervale de variație comportă decizia de stabilire a numărului de grupe și a mărimii intervalelor de grupare. Desigur, că nu se poate da o soluție generală în ceea ce privește numărul optim de grupe ce se pot forma, cu toate că în literatura de specialitate au existat și astfel de preocupări[1].

Se recomandă, totuși, ca alegerea numărului de grupe să nu se facă mecanic, ci să se bazeze pe cunoașterea variației caracteristicilor numerice în colectivitatea statistică analizată. De asemenea, rezolvarea acestei probleme, în conformitate cu scopul pentru care

[1] Astfel, în *Biji M., Biji E.*, Curs de teoria statisticii. vol. I. Lito A.S.E., București, 1974, p. 94 se arată că numărul de grupe nu trebuie să depășească 15. In *Yule G. U.; Kendall M. G.* Introducere în teoria statisticii, Ed. științifică, București, 1969, p. 96 numărul optim de grupe este cuprins între 15 și 25. In *Mills Fr. C.* Metode statistice, ediția a 3-a, Columbia University, New York, 1955, traducere, D.C.S. București, se arată că Sturges a demonstrat că numărul optim de grupe formate într-o colectivitate de n unități este dat de relația: $1+3{,}322 \log_{10} n$; In Baillargean G.. Metodes Statistiques, vol 1, Les Edition SMG, Trans-Riviers, Québec, 1984. p. 8 se arată că numărul de grupe trebuie să fie cuprins între 5 și 20 etc.

Scanned with OKEN Scanner

se efectuează gruparea, poate fi realizată, deoarece prin tatonări se pot elabora mai multe variante de grupare, pînă se găseşte soluţia cea mai potrivită pentru forma concretă de variaţie a fenomenului delimitată în timp şi spaţiu.

În cazul în care gruparea se utilizează ca mijloc de analiză, în vederea stabilirii tipurilor calitative din structura colectivităţii, a unităţilor structurale produse, se recomandă formarea unui număr redus de grupe cu intervale neegale de variaţie. Această grupare se numeşte tipologică şi poate fi făcută combinînd mai multe caracteristici. Dacă gruparea se face cu scopul ca rezultatele să fie supuse în continuare prelucrării statistice, atunci se recomandă stabilirea unui număr mai mare de grupe şi pe cît este posibil, cu intervale egale de variaţie. Indiferent de scopul grupării se recomandă ca intervalele să nu fie prea largi (numărul de grupe prea mic), întrucît se constată o pierdere mare de informaţie şi, implicit, se micşorează precizia rezultatelor; şi nici prea înguste (un număr foarte mare de grupe), pentru că, deşi, se păstrează o informaţie mai deplină, nu se estompează iregularităţile accidentale, în schimb complică fără folos calculele. Este necesar să se găsească un echilibru între „o precizie amăgitoare şi o informaţie suficientă"[1].

Pentru efectuarea grupării pe intervale egale de variaţie este necesar ca numărul de grupe (notat cu r) să se stabilească în funcţie de mărimea amplitudinii variaţiei A. Amplitudinea variaţiei valorilor individuale ale caracteristicii de grupare se calculează după relaţia (2.2):

$$A = X_{max} - X_{min}, \tag{2.2}$$

unde $X_{min} = \min\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ şi $X_{max} = \max\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ semnifică cea mai mică şi, respectiv, cea mai mare valoare individuală din ansamblul datelor culese.

Numărul de grupe r care se formează trebuie să fie direct proporţional cu mărimea amplitudinii. Raţionamentul stabilirii numărului de grupe r în funcţie de mărimea amplitudinii poate fi, în mod orientativ, influenţat şi de rezultatul care s-ar fi obţinut cu ajutorul relaţiei lui Sturges (2.3).

$$r = 1 + 3{,}322 \log_{10} n, \tag{2.3}$$

unde n — numărul de unităţi din colectivitatea la care s-a înregistrat caracteristica X.

Relaţia (2.3) poate servi drept punct de reper la determinarea numărului de grupe în cazul cînd distribuirea unităţilor colecti-

---

[1] *Moineagu C., Negură I., Urseanu V.* Statistica. Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1976, p. 125.

Scanned with OKEN Scanner

vităţii după caracteristica dată se apropie de cea normală şi se folosesc intervale egale în grupe[1]. În baza formulei lui Sturges se alcătuieşte următoarea grupare:

Număr de observaţii n	15—24	25—44	45—89	90—179	180—359	360—719	720—1439
Număr de grupe r	5	6	7	8	9	10	11

Pe baza mărimii amplitudinii variaţiei şi a numărului de grupe stabilit se determină mărimea intervalului de grupare h cu relaţia (2.4)

$$h = \frac{A}{r} = \frac{x_{max} - x_{min}}{r}, \qquad (2.4)$$

unde h — mărimea intervalului de grupare; r — numărul intervalelor de grupare[2].

Mărimea intervalului de grupare trebuie să determine cuprinderea în cele r grupe a tuturor valorilor individuale înregistrate. Din această cauză h este, de regulă, un număr întreg, iar dacă din (2.4) se obţine un număr zecimal, atunci el va fi rotunjit totdeauna în plus. În cazul rotunjirii prin lipsă se vor pierde informaţii, deoarece nu toate valorile individuale $\{x_i\}$, $i=\overline{1,n}$ vor fi cuprinse în numărul de grupe stabilit.

Gruparea propriu-zisă pe intervale de variaţie a caracteristicii X se prezintă în forma generală în tabelul 2.2.

Modelul de grupare pe intervale de variaţie a caracteristicii numerice X, prezentat în tabelul 2.2, evidenţiază următoarele:

— fiecare interval de grupare i (din coloana A), cu $i=\overline{1,r}$, este definit printr-o limită inferioară x_i^{inf} şi o limită superioară x_i^{sup}. Cele r intervale de variaţie pot fi egale (cu mărimea h dată de (2.4) sau neegale între ele;

— numărul suficient de mare de valori individuale ale caracteristicii X încadrate în fiecare din cele r intervale (coloana 1) defineşte noţiunea de frecvenţă absolută;

— stabilirea limitelor intervalelor se poate face astfel: a) limita superioară a intervalului i ($i=1, r-1$) se preia ca limită inferioară a intervalului următor. În felul acesta se obţin intervale cu limită repetabilă. Deci,

---

[1] *Reuzov N. N.* Obşcaia teoria statistiki. M., Statistica, p. 87.

[2] Mărimea intervalului de grupare se poate determina şi în cazul cînd în loc de (2.4) implicăm relaţia Sturges (2.3).

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 2.2

Modelul grupării pe intervale de variație a caracteristicii X

Intervale de grupare $x_i^{inf} \leqslant x_i < x_i^{sup}$	Numărul de unități	Valorile centralizate ale caracteristicii dependente Y
A	1	2
$x_1^{inf} - x_1^{sup}$	n_1	$\sum_{v=1}^{n_1} y_{1v}$
$x_2^{inf} - x_2^{sup}$	n_2	$\sum_{v=1}^{n_2} y_{2v}$
⋮ ⋮	⋮	⋮
$x_i^{inf} - x_i^{sup}$	n_i	$\sum_{v=1}^{n_i} y_{iv}$
⋮ ⋮	⋮	⋮
$x_r^{inf} - x_r^{sup}$	n_r	$\sum_{v=1}^{n_r} y_{rv}$
Total	$n = \sum_{i=1}^{r} n_i$	$\sum_i \sum_o y_{iv}$

$$x_i^{sup} = x_{i+1}^{inf}, \text{ cu } i = \overline{1, r-1}. \tag{2.5}$$

In asemenea cazuri pot să apară ambiguități, deoarece este posibil să avem anumite valori individuale egale cu limita inferioară sau cu limita superioară a intervalului. Deci,

$$x_i = x_i^{sup} = x_i^{inf}. \tag{2.6}$$

Neajunsul (2.6) se înlătură printr-o convenție prealabilă, care, în general, admite cuprinderea în interval a limitei sale inferioare și excluderea limitei superioare. Deci, conform titulaturii coloanei A avem:

$$x_i \geqslant x_i^{inf} \tag{2.7}$$

b) limitele x_i^{sup} și x_{i+1}^{inf}, cu $i=1$, $r=1$ se pot fixa ca numere distincte diferențiate doar printr-o unitate. Deci,

$$x_{i+1}^{inf} = x_i^{sup} + 1, \text{ cu } i = \overline{1, r=1}. \tag{2.8}$$

Această grupare pe intervale cu limită nerepetabilă se utilizează cel mai frecvent în statistica economico-socială.

— lungimea intervalelor de grupare h_i ($i = \overline{1, r}$) este:

Scanned with OKEN Scanner

în cazul a) $h_i = x_i^{sup} - x_i^{inf}$, cu $i = \overline{1, r}$; (2.9)

în cazul b) $h_i = x_{i+1}^{inf} - x_i^{inf}$ sau $h_i = x_i^{sup} - x_{i-1}^{sup}$; (2.10)

— intervalele de grupare din coloana A pot fi închise, cînd ambele limite sînt explicitate și deschise, cînd nu sînt fixate limita inferioară a primului interval x_1^{inf} și/sau limita superioară a ultimului interval x_r^{sup}. Pentru utilizarea grupării în continuare în prelucrare este necesar să se închidă intervalele. Închiderea intervalelor se face pe baza ipotezei că lungimea primului interval este egală cu lungimea intervalului următor, iar lungimea ultimului interval este egală cu cea a intervalului precedent;

— repartizarea amplitudinii variației pe intervalele de grupare trebuie să se facă astfel, încît:

a) limitele de intervale să se exprime, pe cît este posibil, prin numere «rotunde»;

b) să se formeze un număr de intervale pentru obținerea informațiilor suficient de analitice;

c) intervalele să permită, la nevoie, regruparea datelor fără reluarea operației de grupare sau divizarea intervalelor;

d) fiecare interval să cuprindă un număr suficient de mare de valori individuale care să faciliteze interpretarea statistică a frecvențelor.

Aplicarea algoritmului de grupare a datelor pe intervale este concretizat în următorul exemplu.

Aplicația 2.1. Intr-un fișier informatic al societății comerciale «GRUPO» variabila statistică «vechimea în muncă (ani) a personalului» se prezintă astfel:

Tabelul 2.3

Vechimea în muncă a personalului (ani)									
9,4	8,4	12,0	16,3	11,9	16,8	9,8	7,0	11,5	12,6
8,3	8,0	9,5	12,1	11,0	14,1	13,1	7,1	12,6	12,1
11,0	12,2	14,0	9,4	10,2	13,4	7,3	14,6	11,1	10,3
11,2	11,0	11,4	15,4	12,5	10,5	10,0	11,9	13,2	15,6
16,3	11,2	11,1	12,8	10,6	10,5	15,0	10,2	13,1	12,0
13,8	10,3	9,8	12,4	11,4	10,4	8,2	9,3	11,6	9,4

Pentru cele 60 de persoane amplitudinea variației caracteristicii urmărite $A = 16,8 - 7,0 = 9,8$ ani o repartizăm pe $r = 7$ intervale de grupare de mărime $A/r = \frac{9,8}{7} = 1,4 \cong 1,5$. În urma fixării limitelor inferioare și superioare ale intervalelor și a frecvențelor corespunzătoare se obține distribuția din tabelul 2.4.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 2.4

Distribuţia personalului societăţii comerciale „GRUPO" după vechime

Numărul de persoane după vechime (ani) $x_i^{inf} < x_i \leq x_i^{sup}$	Încadrarea persoanelor în intervale	Numărul centralizat de persoane
$6,5 < x \leq 8,0$	///	3
$8,0 < x \leq 9,5$	|-|-|-|- ///	8
$9,5 < x \leq 11,0$	-|-|-|-|- |-|-|-| //	12
$11,0 < x \leq 12,5$	|-|-|-| |-|-|-| |-|-|-| ////	19
$12,5 < x \leq 14,0$	|-|-|-| ////	9
$14,0 < x \leq 15,5$	|-|-|-|	5
$15,5 < x \leq 17$	| | | |	4
Total	—	60

În cazul în care se urmăreşte structurarea colectivităţii după două sau mai multe caracteristici numerice, prevăzute în planul de observare, sau în cazul în care se urmăreşte analiza modului de manifestare a tendinţei legăturilor (interdependenţelor) dintre caracteristici, se elaborează **gruparea combinată.**

În cazul grupării combinate intervalele de grupare fixate pentru o primă caracteristică, (de regulă, caracteristică factorială cauzată) se divizează în subgrupe după a doua caracteristică (de regulă, rezultativă, efect). Acestea la rîndul lor pot fi divizate în subgrupe de alt rang, după o a treia caracteristică ş. a. m. d. Modelul general al grupării combinate a unităţilor unei colectivităţi statistice se prezintă în tabelul 2.5.

Gruparea combinată poate fi completată la nevoie cu centralizarea/agregarea valorilor caracteristicilor observate pe fiecare grupă şi subgrupă.

Importanţa grupării combinate constă în aceea că aceasta este o metodă elementară de analiză multidimensională atît prin numărul mare de caracteristici luate în considerare (de multe ori cu valori agregabile), cît şi prin structurarea succesivă a colectivităţii după variabile interdependente (vezi cap. IX).

Gruparea statistică este folosită în cercetarea statistică ca metodă de bază, deoarece rezultatele ei se utilizează în continuare în prelucrarea datelor şi aceasta poate fi utilizată ca o metodă principală de analiză a fenomenelor care prezintă diferenţieri etc. De asemenea se observă că funcţiile cognitive ale grupării se referă în esenţă la următoarele:

Scanned with OKEN Scanner

Modelul grupării combinate

Tabelul 2.5

Intervale după prima caracteristică de grupare (X) $x_i^{inf} < x_i < x_i^{sup}$	Intervale după a doua caracteristică de grupare (Y) $y_l^{inf} < y_l < y_l^{sup}$	Număr de unități n_{ij}	Valori centralizate ale caracteristicii dependente (Z)
0	1	2	3
$x_1^{inf} - x_1^{sup}$	$y_1^{inf} - y_1^{sup}$	n_{11}	$\sum_v z_{11v}$
		⋮	⋮
	$y_j^{inf} - y_j^{sup}$	n_{1j}	$\sum_v z_{1jv}$
		⋮	⋮
	$y_m^{inf} - y_m^{sup}$	n_{1m}	$\sum_v z_{1mv}$
TOTAL GR. 1	—	$n_{1.}$	$\sum_j \sum_v z_{1jv}$
⋮	⋮	⋮	⋮
$x_i^{inf} - x_i^{sup}$	$y_1^{inf} - y_1^{sup}$	n_{i1}	$\sum_v z_{i1v}$
	⋮	⋮	⋮
	$y_j^{inf} - y_j^{sup}$	n_{ij}	$\sum_v z_{ijv}$
	⋮	⋮	⋮
	$y_m^{inf} - y_m^{sup}$	n_{im}	$\sum_v z_{imv}$
TOTAL GR. i	—	n_i	$\sum_j \sum_v z_{ijv}$
⋮	⋮	⋮	⋮
$x_r^{inf} - x_r^{sup}$	$y_1^{inf} - y_1^{sup}$	n_{r1}	$\sum_v z_{r1v}$
		⋮	⋮
	$y_j^{inf} - y_j^{sup}$	nr_j	$\sum_v z_{rjv}$
		⋮	⋮
	$y_m^{inf} - y_m^{sup}$	n_{rm}	$\sum_v z_{rmv}$
TOTAL GR. r	—	$n_{r.}$	$\sum_j \sum_v z_{rjv}$
TOTAL GENERAL	—	n	$\sum_i \sum_j \sum_v z_{ijv}$

Scanned with OKEN Scanner

unde n_{ij} — numărul de unităţi încadrate după X în grupa $i=\overline{1, r}$ şi după Y în grupa $j=\overline{1, m}$; n_i — numărul total de unităţi cuprinse după X în grupa i, indiferent din ce interval $j=\overline{1, m}$ după Y fac parte; $n=\sum_{i=1}^{r} n_i=\sum_{j=1}^{r}\sum_{j=1}^{n} n_{ij}$ — numărul total de unităţi din colectivitatea analizată;

— evidenţierea structurii colectivităţii cercetate pe tipuri calitative;

— evidenţierea mutaţiilor structurale produse în colectivităţi statistice, pe plan teritorial, în dinamică şi ca urmare a modificării modalităţilor de organizare ale acestora;

— reflectarea tendinţelor de manifestare a variaţiei caracteristicilor observate într-o colectivitate;

— stabilirea şi interpretarea direcţiei, formei şi intensităţii legăturilor dintre fenomene şi factorii lor de influenţă.

Dezvoltarea sistemelor informatice a determinat efectuarea unor operaţii automate de grupare/clasificare a unităţilor unei colectivităţi în funcţie de una sau mai multe caracteristici cuprinse în programul de observare. În literatura de specialitate gruparea/clasificarea automată a datelor statistice în colectivităţi mari şi foarte mari a căpătat în ultima perioadă denumirea de *metodă cluster*[1]. Această evoluţie nu diminuează funcţiile grupării, ci, dimpotrivă, presupune accentuarea caracterului analitic al grupării statistice.

2.5.2. Agregarea (centralizarea) datelor statistice

Gruparea/clasificarea datelor statistice culese în conformitate cu planul de observare adoptat este precedată sau este însoţită de operaţii de centralizare/agregare. Aceste operaţii au drept scop obţinerea de date centralizate/agregate la nivelul colectivităţii şi grupelor ei.

Valorile centralizate/agregate ale caracteristicilor la nivelul colectivităţii şi grupelor au caracter general şi se numesc indicatori sintetici absoluţi. Atributul „absolut" precizează că pentru obţinerea indicatorilor sintetici, generalizatori, datele individuale culese şi sistematizate sînt luate în considerare aşa cum sînt, fără să necesite, de exemplu, pentru exprimarea bazei de comparaţie, alte date.

[1] «Fo cluster» înseamnă «a forma un grup». În literatura de specialitate analizei cluster îi sînt dedicate nu numai publicaţii periodice, dar şi lucrări de referinţă. Dintre acestea evidenţiem: *Kaufmann A.* Introduction a la théorie des sous-ansembles flous, editeur Masson et CTE, Paris, 1975; *Negoiţă C. V.* şi *Ralescu D. A.* Mulţimi vagi şi aplicaţii, Editura Tehnică, Bucureşti, 1974; *Volle M.* Analyse des données, Economica, Paris, 1981; *Zimmermann H.* Fuzzy sets and systems, vol. 6—8, North-Holland, Amsterdam, 1981 etc.

Scanned with OKEN Scanner

In practica statistică există mai multe criterii de clasificare a operațiilor de centralizare/agregare și a indicatorilor sintetici absoluți.

Astfel după nivelul la care se execută operațiile distingem:

— centralizarea/agregarea simplă (cînd ea este efectuată la nivelul unei colectivități negrupate);

— centralizarea/agregarea pe grupe/clase (cînd ea se efectuează la nivelul grupelor/claselor în care a fost structurată colectivitatea). Intr-o clasificare/grupare ierarhică agregarea datelor individuale se face succesiv, în concordanță cu nivelurile (treptele) acesteia. La nivelul grupelor elementare se agregă/centralizează datele individuale, pe treapta următoare se agregă/centralizează datele de la nivelul grupelor elementare ș.a.m.d. pînă se ajunge la nivelul întregului ansamblu.

In funcție de natura operațiilor prin care se obțin valorile centralizate/agregate ale caracteristicilor deosebim:

— centralizarea/agregarea prin aditivitatea (însumarea) datelor absolute individuale. Prin această operație se obțin la nivelul colectivității și grupelor ei indicatori sintetici sub formă de sume/totaluri. Exemple de astfel de indicatori: numărul total al unităților statistice din colectivitate și/sau din grupele acestea; suma valorilor individuale ale unei caracteristici numerice, la nivelul colectivității și/sau al grupelor, subgrupelor etc.

Activitatea (însumarea) datelor individuale absolute este condiționată de o serie de cerințe[1]:

— datele individuale trebuie să aibă același conținut, să se refere la fenomene de aceeași speță calitativă, să exprime aceeași categorie de fapte individuale;

— fenomenele reflectate prin datele individuale înregistrate trebuie să aibă caracter primar (de exemplu cantitățile de produse), și nu caracter derivat sau secundar (de exemplu productivitatea). Cu alte cuvinte, sînt însumabile direct numai caracteristicile de volum (cu caracter extensiv);

— datele individuale trebuie să fie exprimate în aceleași unități de măsură simple sau compuse prin multiplicare (nu prin divizare);

— centralizarea/agregarea datelor individuale prin aplicarea unor metodologii specifice de calcul și prin utilizarea unor ponderi sau coeficienți de echivalență (transformare). Exemple de valori centralizate/agregate obținute prin asemenea operații:

— din indicatorii de rezultate ale agenților economici pe baza unor reguli și metode specifice se obțin agregatele macroeconomice

---

[1] *Tövissi L., Isaic-Maniu Al.* Statistica, curs experimental. Lito A.S.E., București, 1989, p. 38.

Scanned with OKEN Scanner

de rezultate: produs intern brut şi net (PIB şi PIN), produs naţional brut şi net (PNB şi PNN) etc.;

— valorile agregate ale datelor individuale relative (de exemplu, productivităţile muncii individuale ale agenţilor economici dintr-o ramură), specifice variabilelor statistice calitative (intensive, de nivel), se obţin la nivelul colectivităţii şi/sau grupelor ei ca niveluri medii;

— pentru centralizarea/agregarea datelor cu privire la cantităţile de mărfuri diferite vîndute, producţiile fizice etc. se folosesc preţurile corespunzătoare din diferite perioade;

— centralizarea/agregarea variantelor caracteristicii numerice se face prin „numărarea pe categorii". Categoriile întîlnite în astfel de cazuri se definesc prin variantele sau grupele de variante înregistrate.

Centralizarea/agregarea datelor individuale ca şi gruparea/clasificarea şi celelalte metode de prelucrare se poate executa (vezi § 2.3 şi 2,4): manual, cu efectuarea unor calcule la maşinile de birou, cu procedeul fişelor sau al tabelării manuale etc.; mecanografic, cu maşini mecanografice; electronic, cu ajutorul minicalculatoarelor, a terminalelor conectate la un calculator electronic central etc.

Rezultatele operaţiilor de grupare/clasificare şi centralizare/agregare a datelor individuale sînt prezentate sub formă tabelară, grafică sau prin serii statistice astfel încît să faciliteze interpretarea formelor de manifestare ale fenomenelor sub raport statistic, aplicarea corectă a metodologiei de calcul a indicatorilor derivaţi, continuarea prelucrării statistice.

2.5.3. Gruparea secundară

In teoria statistică şi în particular în teoria grupărilor un interes deosebit prezintă aşa-numita **grupare secundară** sau grupare repetată.

Procesul formării unor noi grupe pe baza celor obţinute anterior se numeşte grupare secundară. Gruparea secundară face posibilă formarea unor grupe mai comasate, calitativ omogene, şi în care mai clar se evidenţiază caracterul repartiţiei fenomenului cercetat.

Dacă gruparea primară nu răspunde scopurilor analizei statistice, se recurge la gruparea secundară.

Gruparea secundară este necesară în două cazuri: 1) cînd dintr-un număr mare de grupe iniţial formate trebuie să se obţină un număr mai mic de grupe tipice; 2) cînd în scopul comparării şi generalizării datele statistice culese şi prelucrate în mod diferit (cu diferite intervale) se aduc la o formă unică (cu aceleaşi intervale).

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 2.6

Gruparea personalului muncitor şi a fondului de salarii de la două întreprinderi industriale după vechimea în muncă (date convenţionale) la începutul anului 1994

UZINA nr. 1			UZINA nr. 2		
Grupe de muncitori după vechimea în muncă (ani)	Structura salariaţilor (%)	Structura fondului de salarii (%)	Grupe de muncitori după vechimea în muncă (ani)	Structura salariaţilor (%)	Structura fondului de salarii (%)
Pînă la 2	9	2	Pînă la 1 an	8	5
2—5	12	10	1—2	10	8
5—10	18	20	2—4	18	16
10—15	26	30	4—6	20	18
15—20	25	26	6—8	15	17
20 şi peste	10	12	8—10	15	18
			10—15	8	10
			15—20	4	5
			20 şi peste	2	3
Total	100	100	Total	100	100

În ambele cazuri indicatorii grupelor noi (a grupelor formate în procesul grupării secundare) pot fi obţinuţi prin însumarea simplă a indicatorilor grupării primare sau în urma unor calcule speciale.

Tabelul 2.7

Gruparea secundară a personalului muncitor după vechimea în muncă şi după fondul de salarii la două întreprinderi industriale (la începutul anului 1994)

Grupe de muncitori după vechimea în muncă (ani)	UZINA nr. 1		UZINA nr. 2	
	Structura salariaţilor (%)	Structura fondului de salarii (%)	Structura salariaţilor (%)	Structura fondului de salarii (%)
Pînă la 2	9	2	18(8+10)	13(5+8)
2—5	12	10	$28(18+\frac{1}{2}\times 20)$	$25(16+\frac{1}{2}\times 18)$
5—10	18	20	$40(\frac{1}{2}\times 20+$ $+15+15)$	$44\ \frac{1}{2}\times 18+17+$ $+18)$
10—15	26	30	8	10
15—20	25	26	4	5
20 şi paste	10	12	2	3
Total	100	100	100	100

Notă: Tehnica de calcul pentru uzina nr. 2 este ilustrată în tabel. Ca urmare a regrupării sînt obţinute date comparabile pentru ambele uzine, care permit să tragem concluziile respective conform scopului cercetării statistice.

Aplicația 2.2. Vom examina printr-un exemplu concret utilizarea celei de-a doua metode (tabelul 2.6).

Observăm că este imposibilă compararea grupărilor personalului muncitor de la două întreprinderi industriale după vechimea în muncă, deoarece ele au intervale diferite. Pentru ca ele să devină comparabile, vom efectua regruparea personalului muncitor de la uzina nr. 2, luînd la baza comparării intervalele grupării personalului muncitor de la uzina nr. 1 după vechimea în muncă. Construim tabelul 2.7, care ilustrează rezultatele grupării secundare.

Metoda de calcul a indicatorilor expusă mai sus ilustrează regruparea datelor. Comasarea intervalelor și fracționarea indicatorilor s-a făcut pornind de la ipoteza creșterii numărului de unități în limitele fiecărei grupe în mod uniform. În realitate aceasta are loc numai în cazuri foarte rare.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL III. METODE DE PREZENTARE A DATELOR STATISTICE

Rezultatele prelucrării primare sau secundare a datelor statistice sînt prezentate în serii, tabele statistice sau grafic. Aceste forme de prezentare a datelor se utilizează la toate operaţiile de prelucrare pentru perceperea intuitivă şi înţelegerea datelor şi manifestărilor fenomenelor dintr-o colectivitate, pentru a decide succesiunea logică a operaţiilor de prelucrare ulterioară, pentru popularizarea datelor, pentru informarea opiniei publice etc. Tabelele, seriile şi graficele statistice sînt elaborate (manual sau pe cale informatică) nu numai în scopul prezentării rezultatelor prelucrării, dar şi în scopuri analitice, acestea fiind şi mijloace auxiliare, eficiente de investigare a legăturilor dintre fenomene, a formelor de evoluţie în timp a fenomenelor, de control statistic al calităţii etc. (vezi cap. IX şi X).

3.1. TABELE STATISTICE

Forma tabelară este cea mai adecvată şi raţională formă de prezentare a rezultatelor prelucrării primare şi secundare, a sistematizării logice a datelor statistice primare sau derivate (indicatori relativi, medii, coeficienţi, indici etc.). Cu ajutorul acestei forme de prezentare se caracterizează colectivitatea investigată, părţile ei componente, legăturile dintre ele şi variabile etc. In tabelul statistic (T.S.), folosindu-se o reţea de linii paralele orizontale şi verticale, datele/indicatorii se prezintă într-un sistem corelat, format dintr-o serie, din două sau mai multe serii statistice (vezi § 3.2). Prin urmare, T.S. se pot folosi cu dublu scop:

— pentru sistematizarea datelor statistice primare, în vederea continuării prelucrării şi obţinerii indicatorilor derivaţi;

— pentru prezentarea rezultatelor prelucrării primare şi secundare, în vederea analizei acestora în diferite faze.

Oricare ar fi destinaţia T.S. ele trebuie să fie elaborate după anumite principii, respectîndu-se unele reguli de conţinut şi de formă.

Elementele T. S. Elementele de conținut care se pot identifica la orice T. S. sînt subiectul și predicatul. Subiectul T. S. îl constituie colectivitatea statistică sau eșantionul la care se referă datele. În cazul în care colectivitatea (eșantionul) este structurată pe grupe/clase tabelul statistic întocmit apare cu subiectul prelucrat în funcție de una sau mai multe caracteristici de grupare. Predicatul T. S. permite caracterizarea statistică a fenomenelor studiate în condiții specifice de timp, spațiu și organizatorice, deoarece este format din sistemul de caracteristici primare sau derivate pentru care s-a efectuat centralizarea datelor.

Elementele care se referă la forma T. S. se regăsesc, în principal, în macheta lui. Macheta T. S. este formată dintr-o rețea de rubrici paralele, orizontale și verticale, în care se înscriu într-o formă ordonată datele statistice. Rubrica orizontală formează un rînd, iar cea verticală — o coloană. Rubricile rețelei T. S. se numerotează și se delimitează prin linii continue verticale sau orizontale, iar la intersecția rîndurilor cu coloanele se înscriu valorile numerice centralizate ale indicatorilor statistici.

Titlul general al tabelului se înscrie în partea de sus a T. S. și trebuie să fie clar, complet și formulat concis. Prin formularea titlului general este necesar să se atragă atenția asupra relațiilor care trebuie să fie analizate în legătură cu subiectul prezentat. De asemenea, în titlul general nu trebuie să lipsească precizarea timpului și spațiului la care se referă datele prezentate. Sub titlul general, în partea dreaptă, se înscrie numărul T. S. elaborat.

Titlurile interioare se înscriu în capetele rîndurilor cînd se referă la elementele componente ale subiectelor și în capetele coloanelor, cînd se referă la elementele componente ale predicatului T. S.

Notele explicative se înscriu în subsolul tabelului statistic în cazul cînd este necesar să se precizeze aspecte legate de sursa datelor sau de procedeele de culegere și prelucrare a datelor prezentate.

Tipuri de T. S. Tabelele statistice sînt extrem de diverse, deoarece ele se elaborează în funcție de scopul prelucrării sau analizei statistice. Tabelele statistice sînt utilizate frecvent pentru prezentarea centralizării/agregării simple sau pe grupe și pentru analiza independentă sau/și interdependentă a fenomenelor. Realizarea acestui deziderat presupune utilizarea grupării simple sau combinate și prelucrarea T. S. după subiect și/sau după predicat. Prin urmare, T. S. elaborate frecvent în prelucrare și analiză sînt:

Tabele simple, descriptive sau enumerative. Acestea sînt întocmite pentru prezentarea indicatorilor statistici ai unităților complexe investigate, ordonați din punct de vedere cronologic, teritorial sau organizatoric.

Scanned with OKEN Scanner

Tabele de lucru sau de prelucrare (de exemplu, tabelul 4.4.). Aceste T. S. sînt instrumente intermediare utilizate pentru realizarea/agregarea datelor.

Tabele pe grupe/clase. Ele se folosesc pentru prezentarea rezultatelor unei centralizări şi prelucrări pe grupe. Macheta unui astfel de tabel cuprinde mai multe coloane: prima coloană este destinată înscrierii intervalelor de variaţie (grupelor) ale caracteristicii urmărite; a doua coloană cuprinde frecvenţele absolute specifice intervalelor de grupare; a treia coloană poate cuprinde valorile centralizate pe intervale de grupare ale caracteristicii de grupare; a patra (a cincea etc.) coloană cuprinde valorile centralizate ale caracteristicilor dependente (Y, Z etc.) pe intervalele de variaţie ale factorului de grupare (X). Valorile centralizate/agregate ale variabilelor Y, Z etc. apar, deci, în aceste coloane ca sume/totaluri, nivele medii etc. condiţionate de modificarea caracteristicii cauzale (factoriale) X după care s-a făcut gruparea. Tabelele 2.1 şi 2.2 fac parte din categoria T. S. pe grupe.

Se observă că tabelul pe grupe/clase poate fi utilizat pentru caracterizarea independentă a variaţiei caracteristicii de grupare (X); analiza interdependenţelor statistice dintre variaţia caracteristicii de grupare (X) şi variaţia caracteristicilor dependente (Y, Z etc.) care formează predicatul tabelului; pentru aplicarea metodelor de calcul ale corelaţiei statistice etc.

Tabele combinate. Acest tip de tabele se elaborează pentru prezentarea rezultatelor unei centralizări şi grupări combinate. Subiectul tabelului combinat se prelucrează după cel puţin două caracteristici de grupare (X, Y), iar predicatul acestuia este format din valorile centralizate ale variabilelor dependente Z, U etc. de factori de grupare.

Tabelul 2.5 este o formă generalizată a tabelului combinat pe exemplul a două caracteristici de grupare. Folosind indicatorii din tabelul 2.5, se pot analiza următoarele aspecte: variaţia independentă a primei caracteristici de grupare X; distribuţiile condiţionate ale caracteristicii Y cauzată de variaţia caracteristicii factoriale X; legăturile dintre valorile-perechi ale caracteristicilor de grupare şi valorile centralizate ale celorlalte caracteristici dependente Z, U etc.; corelaţia multiplă etc. Într-un tabel combinat un indicator (o dată) face parte din mai multe serii statistice. Numărul care arată din cîte serii face parte un indicator defineşte dimensiunea tabelului.

Tabele cu dublă intrare. Aceste tabele de asemenea au la bază gruparea combinată şi se folosesc în cazul cînd colectivitatea statistică a fost structurată după două caracteristici X, Y şi s-au centralizat numai frecvenţele corespunzătoare variantelor/intervalelor

de grupare x_i, y_i. In astfel de tabele cu dublă intrare se prezintă, deci, distribuția unităților unei colectivități statistice după două — să cuprindă numai informațiile strict necesare caracterizăcaracteristici. Variantele/intervalele de variație ale caracteristicii X prezintă componentele subiectului T. S., iar cele ale caracteristicii Y sînt elementele componente ale predicatului T. S. In cazul în care între caracteristicile X și Y există o relație de interdependență tabelul cu dublă intrare se numește *tabel de corelație.*

In tabelul 3.1 se prezintă într-o formă generală tabelul cu dublă intrare (tabelul de corelație).

Uneori datele se reunesc într-o repartiție de frecvențe după trei caracteristici și în acest caz se construiește un tabel statistic cu trei intrări. Cu cît numărul intrărilor este mai mare, cu atît este mai greoaie interpretarea T. S. Tabelul cu dublă intrare facilitează caracterizarea independentă a variației fiecărei variabile, utilizîndu-se distribuțiile marginale corespunzătoare; caracterizarea distribuției condiționate ale caracteristicii Y în funcție de X etc.

Tabel de asociație. El prezintă repartiția simultană a unităților unei colectivități statistice după două caracteristici alternative corelate logic între ele. In acest scop considerăm X — caracteristica factorială (alternativă) care prezintă numai două forme de manifestare complementare x_1 și x_2 și Y — caracteristica dependentă, cu cele două forme de manifestare y_1 și y_2, care se exclud reciproc. Pentru prezentarea legăturii dintre cele două caracteristici alternative este necesar să se înscrie în subiect și în predicat variantele complementare ale caracteristicii factoriale și, respectiv, rezultative, iar în rubrici să se cuprindă frecvențele comune, speci-

Tabelul 3.1

Corelația generală dintre două caracteristici numerice X și Y

Valorile (variantele) X_i \ Valorile (variantele) Y_j	$y_1 \dots y_j \dots y_p$	Total frecvențe după variabila X
x_i $\vdots$ x_1 $\vdots$ x_r	$n_{11} \dots n_{1j} \dots n_{1p}$ $\vdots$ $n_{i1} \dots n_{ij} \dots n_{ip}$ $\vdots$ $n_{r1} \dots n_{rj} \dots n_{rp}$	$n_{1\cdot}$ $\vdots$ $n_{i\cdot}$ $\vdots$ $n_{r\cdot}$
Total frecvențe după variabila Y	$n_{\cdot 1}$ $n_{\cdot j}$ $n_{\cdot p}$	$n_{\cdot\cdot}$

Scanned with OKEN Scanner

fice modalităţilor de combinare succesivă a variantelor. Forma generală a tabelului de asociaţie se prezintă astfel (tabelul 3.2).

Tabelul 3.2 evidenţiază independenţa sau interdependenţa dintre două caracteristici alternative cuprinse în planul de observare şi conform planului de prelucrare serveşte la calculul coeficientului de asociaţie pentru aprecierea intensităţii legăturii.

In cercetările statistice în afară de T. S. prezentate se mai elaborează forme ale acestora transformate corespunzător cum ar fi *tabela statistică*. Acest tip de T. S. cuprinde funcţiile biometrice, de exemplu: tabela de mortalitate sau tabela de viaţă cu largă aplicabilitate în demografie, actuariat, controlul statistic al calităţii etc.

Reguli pentru întocmirea tabelelor. Pentru a răspunde scopului pentru care a fost elaborat T. S., indiferent de tipul lui, nu trebuie întocmit la întîmplare, ci pe baza anumitor reguli. Există atît reguli de întocmire a T. S. comune cu cele referitoare la elaborarea reprezentărilor grafice, cît şi reguli specifice T. S.[1].

In esenţă, regulile de elaborare a T. S. comune cu cele ale elaborării reprezentărilor grafice sînt următoarele:

— să permită perceperea rapidă şi exactă a informaţiilor prezentate;

— să aibă un titlu general clar, concis, care să sintetizeze conţinutul informativ al datelor;

— să se precizeze unităţile de măsură în care se exprimă datele;

— să se precizeze unitatea statistică, timpul şi spaţiul la care se referă datele;

Tabelul 3.2

Asocierea a două caracteristici alternative

Variantele alternative ale caracteristicii X	Variantele alternative ale caracteristicii Y		Total
	y_1 (DA sau $y_1=1$)	y_2 (DA sau $y_2=0$)	
x_1(DA sau $x_1=1$)	n_{11}	n_{12}	n_1
x_2(NU sau $x_2=0$)	n_{21}	n_{22}	n_2
TOTAL	$n_{.1}$	$n_{.2}$	$n_{..}$

[1] Vezi *Biji E., Tövissi L.* (coord.). Statistica teoretică, Lito, A.S.E., Bucureşti, 1987, p. 63—70, *Biji E., Baron T., Tövissi L., Isaic-Maniu Al.* etc. Statistica teoretică şi economică, Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1991, p. 54—55; *Haşiganu D., Marinescu I.* Grafice şi elemente de calcul grafic. Ed. ştiinţifică, Bucureşti, 1968; *Grădinaru A.* Obşcaia teoria statistiki v voprosah i zadaceah. Chişinău, 1988, p. 34—41.

Scanned with OKEN Scanner

— dacă se elaborează mai multe T. S. sau mai multe reprezentări grafice, acestea se vor numerota corespunzător în vederea identificării şi regăsirii rapide;

— să se precizeze sursele de date utilizate;

— să fie însoţite de scurte note explicative sau observaţii în care să se precizeze aspecte legate de metodologia prelucrării datelor prezentate, conţinutul noţiunilor folosite, excepţiile de la regulile de bază ale metodologiilor etc.

Regulile specifice pentru elaborarea T. S. se referă în principal la:

— numerotarea liniilor (rîndurilor) şi coloanelor ce formează reţeaua T. S. pentru a înlesni regăsirea datelor citate în text;

— precizarea în titlurile interioare ale T. S. a unităţilor de măsură diferite în care se exprimă datele prezentate;

— neadmiterea în T. S. a rubricilor necompletate (goale) şi înscrierea unor semne speciale în cazul cînd, din diferite motive, nu se trec date numerice. Astfel, dacă nu se cunosc datele respective, se trece „.“ sau „...“; dacă indicatorul are o valoare egală cu zero, se pune „—“ sau „0“; dacă într-o rubrică nu are sens trecerea unei date, atunci se pune „x“ sau „—“; dacă mărimea datei statistice este mai mică decît 0,1 din unităţile de măsură în care se exprimă indicatorii din T. S., atunci în rubrica corespunzătoare se trece „0“ sau „x“;

— înscrierea în fiecare rubrică numai a unei date statistice sau a unui semn special.

In fiecare publicaţie de date statistice (anuare, buletine periodice de informare etc.), unde rezultatele cercetării statistice sînt prezentate într-o mulţime de diferite tipuri de T. S. (structurată după diferite criterii logice), este necesar să se precizeze care dintre soluţiile alternative uzuale, cunoscute se folosesc în lucrarea statistică.

Dacă se apelează la programele informative standard din sistemul informatic statistic sau dacă se elaborează special anumite programe informatice, se obţin tabele statistice mai expresive, mai bogate în conţinut, mai utile analizei statistice întreprinse. Indiferent de mijlocul de elaborare a T. S., de tipul T. S. întocmit, acestea conţin una sau mai multe serii statistice.

3.2. PREZENTAREA DATELOR SUB FORMĂ DE SERII STATISTICE

Ansamblul sistematizat de date statistice înregistrate necesar caracterizării independente sau interdependente a fenomenelor dintr-o colectivitate se prezintă nu numai sub formă tabelară, ci

Scanned with OKEN Scanner

și sub formă de serii statistice. Deseori, seriile statistice se extrag din tabelele de prezentare sau de prelucrare (de lucru) a datelor.

Seria statistică se definește prin corespondența dintre două șiruri de date statistice în care primul șir reprezintă variația caracteristicii urmărite într-o colectivitate, iar cel de-al doilea șir cuprinde frecvențele de apariție a variantelor caracteristicii sau a valorilor centralizate/agregate ale altor caracteristici (vezi tabelele 2.1, 2.2, 2.5, 3.1). Într-o formă generală o serie statistică cu o singură caracteristică se prezintă conform definiției date astfel:

$$X \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_r \\ n_1 & n_2 & \dots & n_r \end{pmatrix}, \qquad (3.1)$$

unde $x_1, x_2, \dots, x_r$ semnifică valorile individuale înregistrate pentru caracteristica X; $n_1, n_2, \dots, n_r$ reprezintă șirul frecvențelor de apariție a valorilor individuale.

Forma schematică a seriei statistice prezentată în (3.1), fiind destul de abstractă, necesită unele observații:

— nu prezintă nici o informație cu privire la succesiunea și mărimea valorilor înregistrate și a frecvențelor corespunzătoare;

— între cele două șiruri există o legătură univocă în sensul că unei valori individuale oarecare din serie îi corespunde o frecvență, respectiv un număr care arată de cîte ori se repetă în serie valoarea dată a caracteristicii;

— schema (3.1) sugerează că repartiția unităților colectivității se referă la o singură variabilă, al cărei domeniu de variație este $i=1, 2, \dots, r$;

— din (3.1) nu se sesizează nici ordinea (crescătoare, descrescătoare, întîmplătoare etc.) în care se prezintă valorile observate, nici forma legăturii dintre cele două șiruri de date. Legătura dintre cele două șiruri de date nu este de natură cauzală, destinația ei este să arăte forma de repartiție, gradul de împrăștiere față de valorile tipice etc.

Pe baza observațiilor efectuate asupra corespondenței (3.1) rezultă că seria statistică este un mijloc eficient de prezentare a datelor statistice în cazul cînd ea se obține prin enumerarea într-o anumită ordine a valorilor individuale absolute sau relative pe care le înregistrează caracteristica (caracteristicile) urmărită. Ordonarea care generează o serie statistică poate rezulta din gruparea/clasificarea unităților unei colectivități după una sau mai multe caracteristici, descrierea evoluției în timp a unui fenomen, descrierea repartizării teritoriale (în spațiu) a unităților unei colectivități, prezentarea unor date (indicatori) referitoare la elementele unei unități complexe sau ale unei colectivități.

Prin urmare, seria statistică este formată din două șiruri de date statistice. Primul șir de date se referă la criteriul de enume-

Scanned with OKEN Scanner

rare ordonată (valorile sau variantele caracteristicii, intervalele de valori sau grupele de variante, momentele sau intervalele de timp, unităţile teritoriale etc.), iar al doilea şir cuprinde valorile centralizate ale frecvenţelor şi ale altor caracteristici.

În urma ordonării datelor se obţin serii statistice ce pot fi diferenţiate după diferite criterii, cum sînt: natura caracteristicilor urmărite; relaţiile de cauzalitate dintre valorile ordonate ale caracteristicilor; forma de exprimare a datelor etc.

În funcţie de natura caracteristicii studiate, ale cărei valori individuale s-au ordonat, seriile statistice se subdivizează în serii de repartiţie sau serii de distribuţie; serii cronologice (sau de timp); serii teritoriale (sau de spaţiu); serii descriptive sau enumerative.

Aceste serii pot să apară ca serii unidimensionale sau multidimensionale. Seriile unidimensionale se obţin în urma unei grupări simple, iar seriile multidimensionale (seriile bidiminsionale sînt cuprinse în tabelele 2.5, 3.1 şi 3.2) se obţin prin gruparea combinată.

Seriile de repartiţie sau de distribuţie se elaborează, de regulă, cînd caracteristicile de grupare studiate sînt atributive. Acestea, la rîndul lor, pot fi serii de repartiţie numerică sau cantitative şi nenumerice sau calitative. Seria numerică sau cantitativă se mai numeşte şi serie statistică de variaţie. Schema generală a unei serii de repartiţie este dată în tabelele 2.1 şi 2.3, iar o formă concretă de prezentare a datelor printr-o serie de repartiţie este arătată în aplicaţia 2.1.

Seriile cronologice (de timp sau dinamice) prezintă evoluţia unui fenomen sau descrie un proces. Forma generală a unei serii cronologice este prezentată în tabelul 3.3.

Seria cronologică poate fi modelată printr-o funcţie de timp $Y=f(t)$. Ea consideră variabil timpul şi constante spaţiul şi struc-

Tabelul 3.3

Modelul general al seriei cronologice

Variabila timp	Valorile caracteristicii indicatorului Y
0	y_0
1	y_1
2	y_2
⋮	⋮
t	y_t
⋮	⋮
T	y_T

Tabelul 3.4

Modelul general al seriei teritoriale

Unităţi teritoriale	Valorile caracteristicii indicatorului Y
A	y_A
B	y_B
⋮	⋮
I	y_I
⋮	⋮
Z	y_Z

Scanned with OKEN Scanner

tura organizatorică. După natura colectivității, a cărei evoluție se descrie, seriile cronologice pot fi de intervale (de flux) sau de momente (de stoc). In cazul seriei cronologice de intervale sau flux (specifică colectivității dinamice) termenii se pot cumula, în timp ce în cazul unei serii cronologice sau de momente (specifică colectivității statice) însumarea termenilor este lipsită de sens. Termenii unei serii cronologice pot fi indicatori absoluți, relativi sau medii (vezi cap. X).

Seriile teritoriale (sau de spațiu) sînt acele serii statistice care rezultă din centralizarea datelor (a frecvențelor sau a valorilor individuale ale caracteristicilor studiate), condiționată de unitatea din care face parte. Seriile teritoriale se obțin cel mai frecvent, după criterii administrative teritoriale, ceea ce înseamnă că ele consideră variabil spațiul (teritoriul) și constante timpul și structura organizatorică. Din această cauză seriile teritoriale pot fi utilizate în ierarhizarea unităților teritoriale, în analiza distribuțiilor teritoriale ale diferitelor caracteristici statistice (distribuția teritorială a producției din industria ușoară, chimică, metalurgică etc.), la analiza în profil teritorial a legăturilor dintre diferite caracteristici/indicatori statistici.

Valorile absolute ale caracteristicilor/indicatorilor dintr-o serie teritorială sînt însumabile. De regulă, seriile teritoriale se reprezintă grafic cu ajutorul hărților sau sub formă de cartograme sau cartodiagrame (tabelul 3.4).

Seriile descriptive sau enumerative sînt forme speciale de serii statistice. De exemplu, lista unităților dintr-o colectivitate și a valorilor caracteristicilor înregistrate formează o serie descriptivă sau enumerativă. Alte exemple de astfel de serii: lista județelor/țărilor cu specificarea principalelor date referitoare la economie, la activitatea culturală și social-politică etc.; lista candidaților admiși la facultate în urma concursului de admitere; clasamentul echipelor de fotbal etc.

Elaborarea seriilor și a tabelelor statistice sînt nu numai mijloace eficiente de prezentare a datelor statistice, ci și operații premergătoare deosebit de utile pentru reprezentarea grafică[1].

3.3. REPREZENTAREA GRAFICĂ A DATELOR STATISTICE PRINCIPII ȘI REGULI DE REPREZENTARE

Reprezentarea grafică a datelor statistice se utilizează pentru ca acestea să fie mai ușor sesizate și percepute intuitiv. Graficele statistice[2] nu sînt destinate să înlocuiască tabelele și seriile statis-

[1] Ideea legăturii dintre funcție și figura geometrică se datorează matematicianului Pierre Fermot și filozofului René Decartes (1596—1650).

[2] *Gerciuk S. P.* Graficeskie metodî v statistike, M., Statistika, 1968.

Scanned with OKEN Scanner

tice, ci să le completeze, să le facă mai asimilabile. Scopul pentru care se elaborează graficele statistice (G. S.) este multiplu, deoarece vizualizează informaţiile statistice în vederea perceperii sintetice şi globale a întregului ansamblu de mesaje informaţionale; formează o imagine intuitivă clară despre caracterul şi domeniul de variaţie a valorilor individuale observate, despre repartiţia lor, despre evoluţia fenomenelor şi proceselor în timp, despre legăturile şi corelaţiile existente între ele etc.; facilitează compararea intuitivă a diferitelor fenomene, pune în lumină caracteristicile acestora (structuri, relaţii, tendinţe, regularităţi) şi, eventual, conduce la descoperirea de anomalii, erori sau omisiuni în datele originale; uşurează efectuarea unor operaţii de prelucrare. Cu ajutorul lor se determină uşor anumite valori statistice solicitate cu mare frecvenţă, pentru care nu se cere o precizie prea mare; se utilizează ca mijloace auxiliare de planificare şi previziune; facilitează popularizarea datelor statistice, a informării opiniei publice despre diferite aspecte ale activităţii economico-sociale etc.

Reprezentările grafice (R. G.) sînt, deci, folosite în statistica social-economică fie ca metodă independentă de cercetare a fenomenelor, fie ca mijloace de alegere a metodelor şi procedurilor de calcul statistic diferenţiate în raport cu particularităţile de manifestare a fenomenelor studiate. Aria de utilizare a R. G., deşi însemnată, este limitată prin posibilităţile de reprezentare într-un singur plan. In general, în R. G. nu se poate vizualiza decît un singur fenomen sau fenomene juxtapuse. R. G. a evoluţiei simultane a mai multor variabile legate între ele este dificilă şi adesea imposibilă, deoarece, chiar în relief, cu greu se pot crea imagini grafice cu mai mult de trei dimensiuni.

In prezent pentru elaborarea R. G. sugestive, după operaţiile de culegere a datelor şi sistematizarea lor în serii şi/sau tabele statistice sau simultan cu aceste operaţii, se apelează la programele informatice standard din biblioteca grafică sau se creează programe speciale, în conformitate cu posibilităţile sistemului informatic[1].

Reprezentările grafice se aleg în funcţie de specificul fenomenelor studiate şi al relaţiilor care trebuie să fie evidenţiate. Aceasta înseamnă că R. G. ilustrează nu datele în sine, luate în mod absolut, ci proporţiile şi rapoartele care se află între ele. Prin urmare, în R. G. datele şi proporţiile dintre ele se vizualizează prin lungimi, suprafeţe şi volume.

---

[1] *Newmann W. M.* Sporul R. F. Principles of Interactive Computer Graphics. Second Edition, McGraw-Hill, 1979; *Vladu M, Posea A, Nistor I, Constantinescu C.* Grafică pe calculator în limbajele PASCAL şi C (vol. 1), Editura Tehnică, Bucureşti, 1992 etc.

Scanned with OKEN Scanner

Graficele se alcătuiesc utilizînd figuri geometrice, grafice într-un sistem de coordonate, hărți, desene figurale etc. Indiferent de tipul graficului ce se elaborează el trebuie să fie corect. Pentru acest lucru este necesar ca R. G. să fie trasată în funcție de anumite reguli de formă și conținut.

Elementele R. G. Regulile de elaborare a R. G. conțin o serie de elemente comune cu tabelele, dar și elemente specifice. Elementele specifice ale R. G. sînt: legenda, rețeaua graficului, scara de reprezentare, explicitarea axelor de coordonate (cînd este cazul).

Legenda graficului este un prim element specific care însoțește orice R. G., deoarece explică concis semnificația simbolurilor (semne convenționale, haşurări) și/sau a culorilor folosite.

In cazul reprezentării graficelor în sistemul de coordonate elementele esențiale ale graficului sînt rețeaua și scara graficului. Rețeaua se trasează cu linii subțiri pentru marcarea precisă a simbolurilor sau figurilor, fără să se îngreuieze interpretarea (citirea) graficului. Deseori, pentru a facilita citirea graficului, rețeaua de reprezentare nu apare în graficul final.

Rețeaua de reprezentare este formată dintr-o mulțime de linii paralele orizontale și verticale sau de cercuri concentrice după cum punctele graficului sînt trasate în coordonate rectangulare sau în coordonate polare (fig. 3.1, 3.2).

Rețeaua graficului formată pentru vizualizarea mulțimii punctelor $A_i\,(x_i,\ y_i)$ cu $i=\overline{1,r}$ în coordonate rectangulare (fig. 3.1)

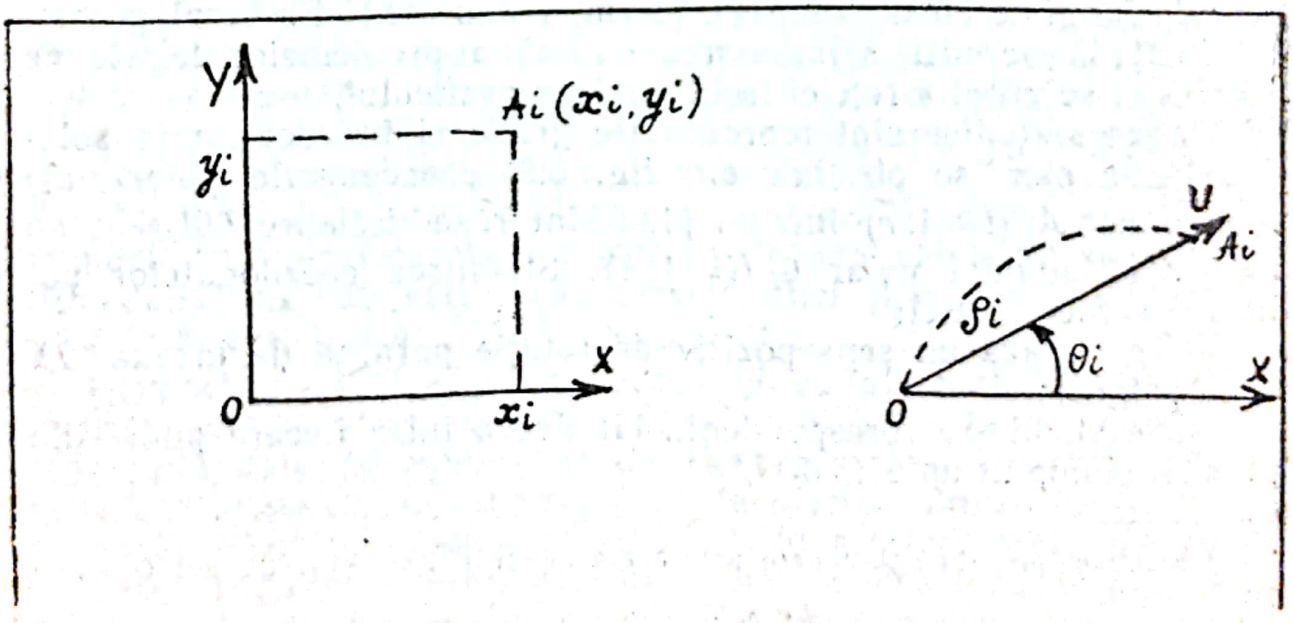


Fig. 3.1. Reprezentarea punctului A_i în coordonate rectangulare

Fig. 3.2. Reprezentarea punctului A_i în coordonate polare

Scanned with OKEN Scanner

necesită gradarea axelor OX și OY după anumite scări. Aceste scări de reprezentare sînt definite prin unități de lungime fixate pe axele sistemului de coordonate XOY astfel încît să existe o corespondență biunivocă între mărimea unităților de lungime și ordinul de mărime al datelor care se reprezintă; scările axelor să fie corelate între ele; să se respecte proporțiile dintre datele statistice vizualizate; să corespundă scopului pentru care se trasează datele; să fie fixate diferențiat pentru fiecare tip de grafic în parte; să se aibă în vedere considerentele de ordin tehnic și considerentele referitoare la forma graficului: imaginea sugerată de grafic să nu contrazică conținutul obiectiv al datelor reprezentate; să nu se producă nici aglomerarea, nici împrăștierea excesivă a figurilor în grafic etc.

În absența acestor cerințe nu se poate vorbi de o reprezentare grafică a datelor statistice. Nerespectarea (fie și parțială) a cerințelor conduce la erori de analiză și interpretare, de alegere a modelelor de analiză a legăturilor dintre fenomene și a evoluției fenomenelor, de informare etc. cu implicații dintre cele mai nefavorabile asupra calității deciziilor și a imaginii opiniei publice.

Scările grafice uzuale sînt uniforme și neuniforme. O scară uniformă este, de exemplu, scara aritmetică în care diviziunile de pe suportul scării sînt echidistante. Cu ajutorul acesteia se traduce proporționalitatea dintre numerele (x_i, y_i) și lungimile absciselor și ordonatelor. O scară neuniformă cum este, de exemplu, scara logaritmică are diviziunile suportului fixate în funcție de valoarea logaritmică a datelor care se reprezintă. Unitatea de lungime a scării arată mărimea sau valoarea care se reprezintă printr-o unitate de lungime aleasă ca bază (1 cm, 1 mm etc.). Ea se alege astfel încît să permită soluționarea optimă a problemelor legate de stabilirea scării și a rețelei la întocmirea graficului.

Datele statistice sînt reprezentate grafic și în coordonate polare[1]. După cum se observă din fig. 3.2, coordonatele polare ale unui punct A_i $(i=\overline{1,r})$ într-un plan sînt raza vectoare $OA_i=\rho_i$ cu $i=\overline{1,r}$ și unghiul polar θ_j $(i=\overline{1,k})$. Stabilirea coordonatelor polare se face astfel:

— se fixează un sens pozitiv de rotație pornind de la axa OX (axa polară);

— se stabilește corespondența biunivocă între fiecare punct din plan A_i și cuplul unic $(\rho_i\theta_j)$[2];

---

[1] Reprezentarea în coordonate polare presupune o axă X și un pol O situat pe X.

[2] În sensul că oricărui punct A_i din plan îi corespunde un cuplu unic (ρ_i, θ_j) și reciproc, dacă se dă un cuplu (ρ_i, θ_j) acestuia îi corespunde în plan un punct și numai unul.

Scanned with OKEN Scanner

— exprimarea unghiului 0_i se face în grade sau în radiani, iar raza vectoare OA — într-o unitate de lungime oarecare (cm, mm etc.). Coordonatele polare sînt utilizate în mod deosebit pentru reprezentarea seriilor cronologice, unde datele se prezintă săptămînal, lunar, trimestrial sau anual. În asemenea situații $\overline{OP_i}=\rho_i$ este o lungime proporțională cu mărimea sau valoarea dintr-o unitate de timp a caracteristicii (indicatorului) analizate, iar unghiul Θ_i semnifică intervalul (egal sau diferit) de timp care separă două mărimi/valori succesive. Astfel, dacă 2π reprezintă anul, Θ este egal cu $\pi/26$ pentru variațiile săptămînale, $\pi/6$ pentru variațiile lunare, $\pi/2$ pentru variațiile trimestriale.

În statistică reprezentările grafice sînt trasate cel mai frecvent în sistemul de coordonate rectangulare.

Această modalitate se bazează mai ales în cadrul seriilor de repartiție după una sau două caracteristici și al seriilor cronologice pe analogia dintre seria statistică și funcția matematică care o modelează. Astfel, pe axa OX vor fi trecute la scară variantele sau intervalele de variație ale caracteristicii independente și momentele sau intervalele de timp, iar pe axa OY se vor fixa frecvențele, valorile caracteristicii urmărite în evoluție sau valorile/intervalele de variație ale caracteristici dependente. Pentru realizarea reprezentării grafice se folosesc punctul, linii, coloane și benzi care se fixează, de regulă, în cadranul unu al sistemului de coordonate rectangulare.

Tipuri de R. G. Principalele tipuri de grafice care se realizează prin această modalitate sînt: histograma, poligonul frecvențelor, curba cumulativă de frecvențe și diagrama prin batoane, specifice seriilor simple de repartiție de frecvențe pe intervale de variație sau pe variante; cronograma (pentru seriile cronologice); corelograma (pentru seriile interdependente); diagramele prin benzi sau prin coloane (nu sînt specifice unui anumit tip de serie statistică). Aceste tipuri de reprezentări grafice sînt realizate în cea mai mare parte în cadrul capitolelor consacrate analizei seriilor de repartiție după una sau mai multe caracteristici și ale seriilor cronologice (vezi cap. V—X).

Graficele statistice se realizează și cu ajutorul figurilor geometrice (cerc, pătrat, dreptunghi, triunghi etc.) în cazul cînd se reprezintă date de volum sau de nivel pentru a vizualiza comparația sau a sesiza intuitiv raportul de mărime dintre ele. Structura unei activități, precum și modificările acesteia sînt vizualizate prin figuri geometrice numite diagramă de structură. O parte din aceste grafice sînt realizate în aplicația 3.1.

Aplicația 3.1. Din baza de date a societății comerciale «ANDREX" s-au extras cîțiva indicatori ai balanței timpului de lucru.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 3.5

Indicatorii timpului de lucru realizați de S.C. „ANDREX" în trim. I, 1993 și trim. I, 1994

(ore-om)

Indicatori	Trim. I 1993	Trim. I 1994
Fond de timp maxim disponibil	3 865 100	3 773 000
din care:		
fond de timp efectiv lucrat	3 688 155	3 602 700
fond de timp nelucrat	176 945	170 300

Valorile înregistrate de acești indicatori în trimestrul I din 1993 și 1994 se prezintă în tabelul 3.5 (date convenționale).

Mărimea fondului de timp efectiv lucrat în trim. I 1993 și trim. I 1994 se reprezintă grafic în fig. 3.3.

Graficul din fig. 3.3 pune în evidență mărimea fondului de timp efectiv lucrat în trimestrul întîi din fiecare an și totodată permite sesizarea, prin comparație, a diferențelor între ordinul de mărime al acestui indicator în cei doi ani. Pentru analiza gradului de folosire al fondului de timp maxim disponibil, precum si a

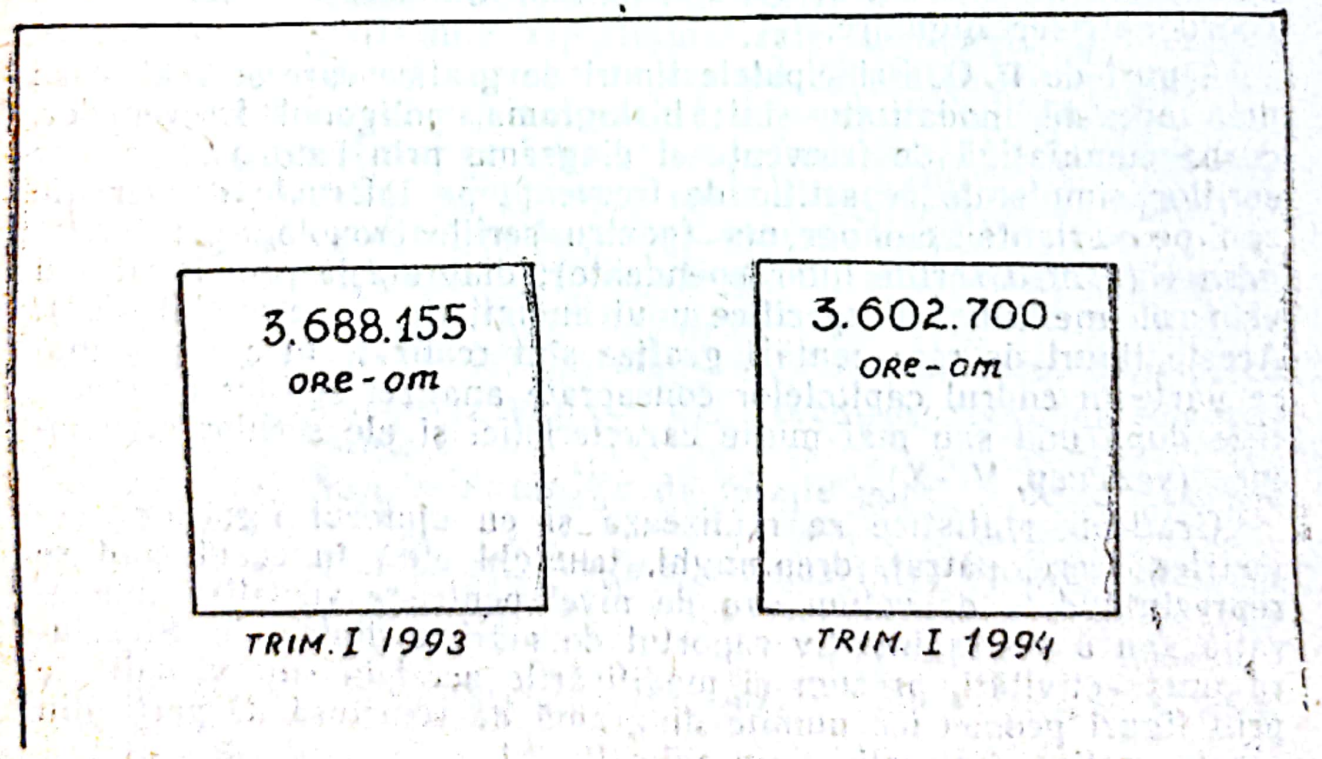


Fig. 3.3. Fondul de timp efectiv lucrat (om-ore) la S.C. «Andrex»

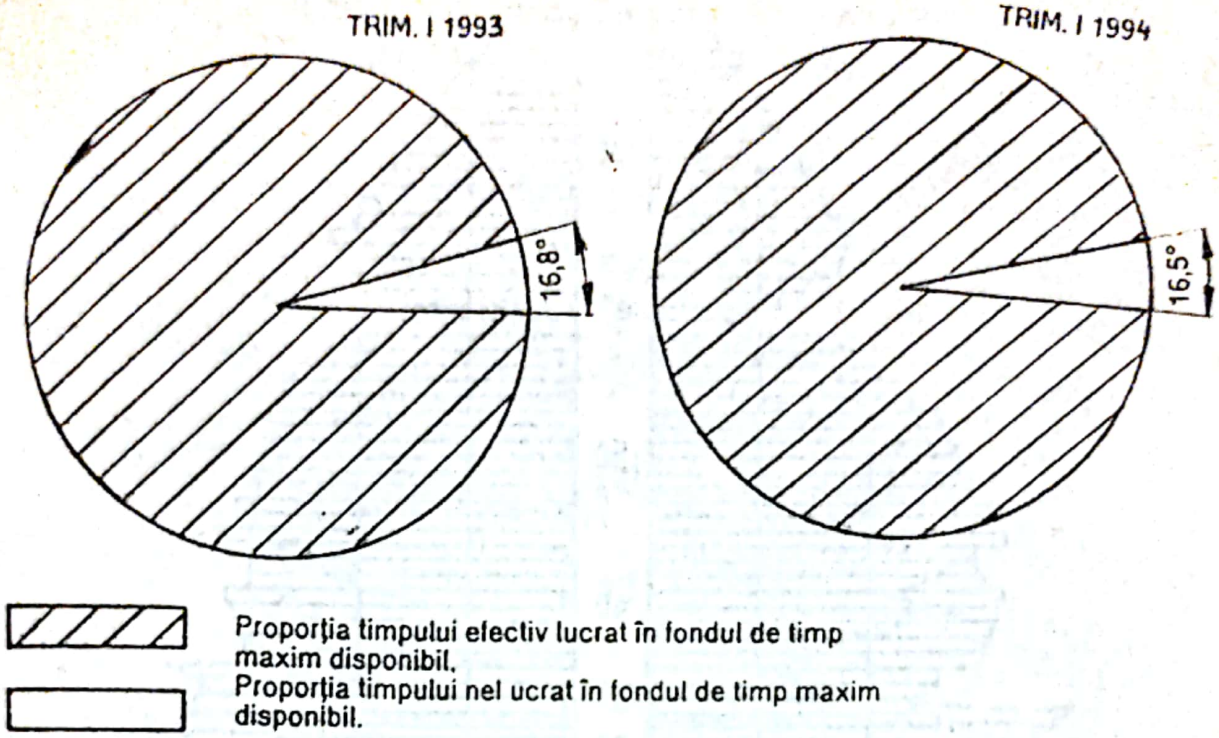


Fig. 3.4. Structura fondului de timp maxim disponibil de la S.C. «Andrex»

modificărilor structurale intervenite în trim. I, 1994 faţă de trim. I, 1993 s-au realizat diagramele de structură din fig. 3.4.

Pentru popularizarea datelor statistice sînt folosite frecvent grafice sub formă de benzi şi coloane, precum şi figuri simbolice şi naturale.

In funcţie de scopul cercetării, de natura datelor statistice care se reprezintă se utilizează şi alte tipuri grafice statistice. Astfel, mijloacele specifice de reprezentare grafică a seriilor teritoriale sînt cartogramele, cartodiagramele şi pictogramele; pentru analiza fenomenelor demografice reprezentările grafice specifice constituie piramida vîrstelor (o combinaţie de două repartiţii a populaţiei după sex şi vîrstă) (fig. 3.5 şi 3.6), graficul Gantt şi graficul lui Lexis; în controlul statistic al calităţii se utilizează grafice pentru prevenirea rebuturilor în timpul desfăşurării procesului de producţie, pentru calcule manageriale etc.

Aplicaţia 3.2. Pe baza datelor din tabelele 3.6, 3.7 identificaţi tipurile de serii prezentate şi reprezentaţi-le grafic prin cel mai adecvat procedeu.

Pentru aceleaşi date sistematizate se pot folosi mai multe tipuri de reprezentări grafice. Din această cauză se recomandă să

Scanned with OKEN Scanner

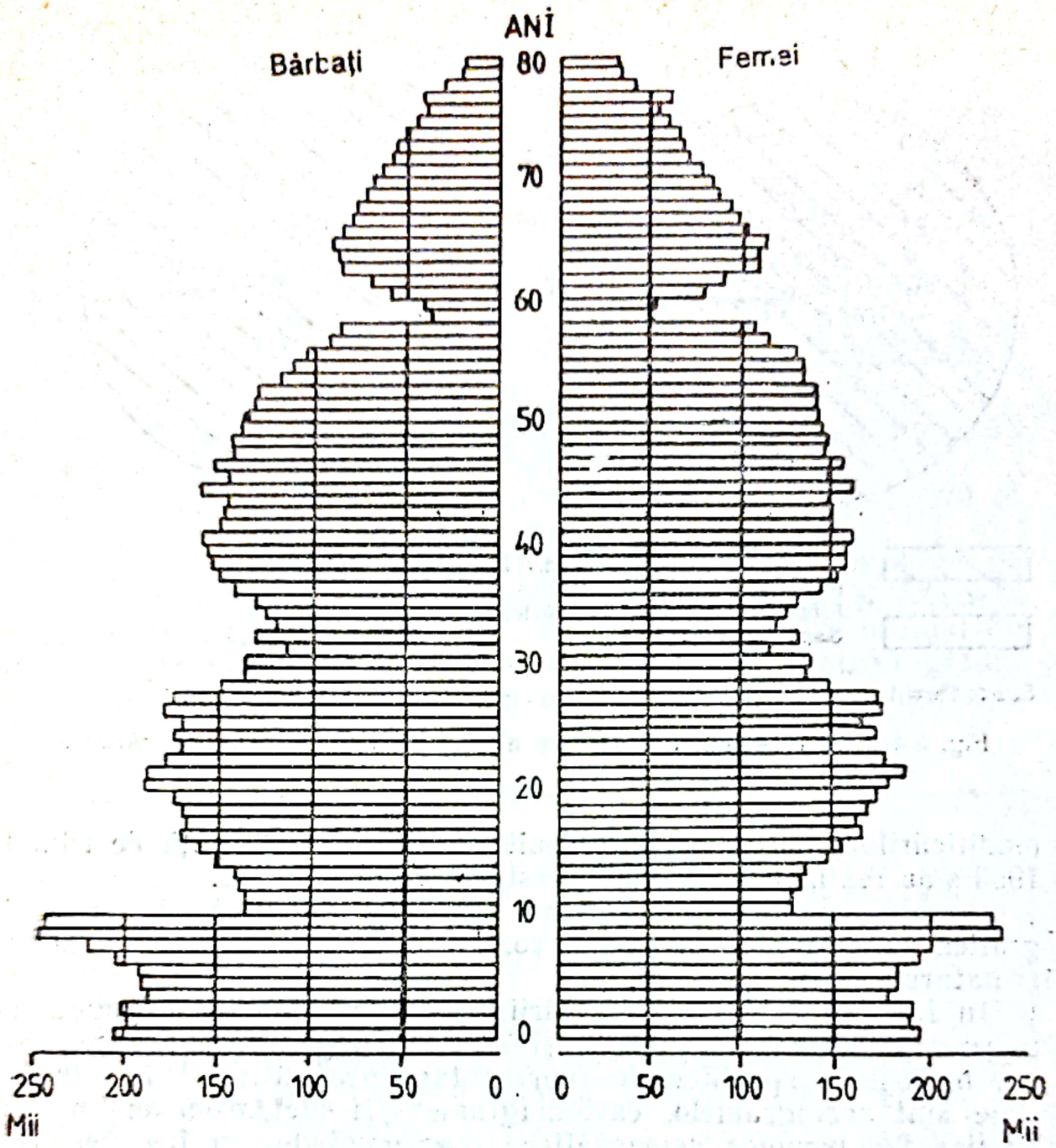


Fig. 3.5. Populaţia României pe vîrste şi sexe la recensămîntul din 1992.

se elaboreze mai multe variante de grafice[1], iar apoi să se decidă care din acestea se potriveşte cel mai bine cu natura datelor, care răspunde cel mai bine scopului urmărit.

[1] O mare tipologie de grafice statistice se prezintă în: *Haşeganu D., Marinescu I.* Grafice şi elemente de calcul grafic, Editura ştiinţifică, Bucureşti, 1968; *Biji M., Biji E.* Statistică teoretică, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1979; *Trebici V. (coord.).* Mică enciclopedie de statistică, Editura ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1985; Anuarul statistic al României elaborat de C.N.S. etc.

Scanned with OKEN Scanner

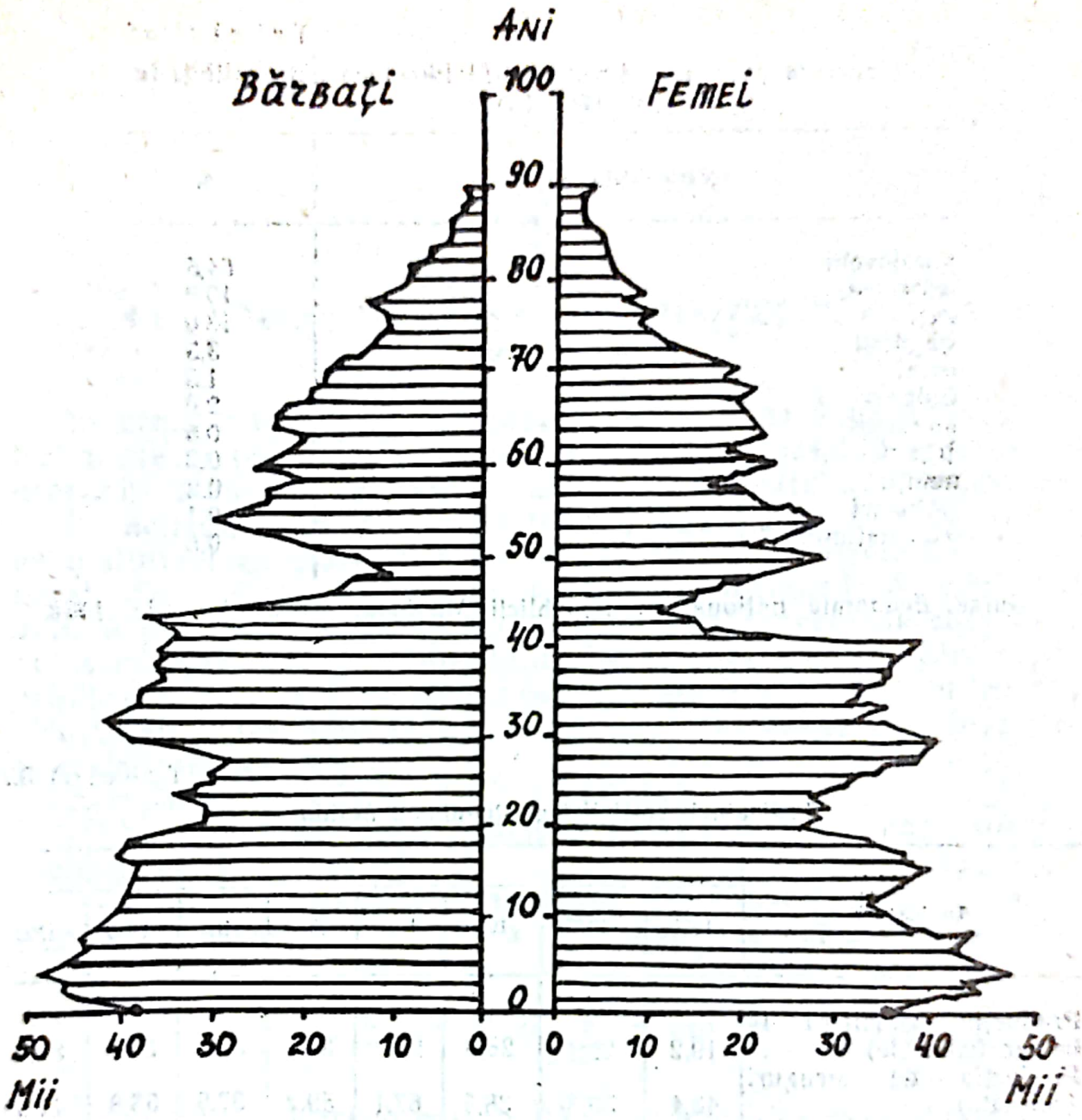


Fig. 3.6. Populaţia Moldovei pe vîrste şi sexe la începutul anului 1991

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 3.6

Structura populației Republicii Moldova pe naționalități în 1989 (%)

Naționalitatea	%
moldoveni	64,5
ucraineni	13,8
ruși	13,0
găgăuzi	3,5
evrei	1,5
bulgari	2,0
bieloruși	0,5
țigani	0,3
nemți.	0,2
polonezi	0,1
alte naționalități	0,6

Sursa: Economia națională a Republicii Moldova, Anuar Statistic, 1992.

Tabelul 3.7

Indicatorii statistici ai Republicii Moldova

Indicatori	Anii							
	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1991
Producția cerealieră la hectar (chintale)	19,2	25,4	28,8	28,8	33,4	31,9	35,1	38,2
Producția de struguri (chintale)	43,4	53,3	38,5	67,1	59,2	37,5	53,8	44,9
Producția de ciment (mii tone)	—	—	0,8	1,2	1,2	1,2	2,3	1,8
Țesături (mii m. p.)	8,0	26,3	54,5	89,2	166,0	244,2	230,7	228,1

Sursa: Economia națională a Republicii Moldova, Anuar Statistic, 1992.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL IV. INDICATORII STATISTICI REZULTAȚI DIN PRELUCRAREA DATELOR. MĂRIMI RELATIVE

4.1. INDICATORI OBȚINUȚI PRIN COMPARAREA DATELOR

In urma grupării și centralizării se obțin date agregate pe colectivitate și pe grupele ei numite **indicatori sintetici absoluți.** Ei exprimă volumul, efectivul, stocul etc. unor variabile economice.

In activitatea economică datele agregate absolute se folosesc de multe ori ca atare fără nici o prelucrare suplimentară. In general, din indicatorii absoluți se deduc indicatorii sintetici derivați. Acest lucru se face pentru a evidenția aspecte pe care nu le pot surprinde indicatorii absoluției, dar care sînt apți pentru a surprinde aspecte, cum ar fi: concordanțe și intensități; componență structurală; nivel tipic mediu; dinamică și evoluție; interdependențe și dependențe cauzale etc.

Compararea datelor se efectuează:

— la nivelul unităților statistice pentru una sau mai multe caracteristici (x_i, y_i, z_i etc.);

— la nivelul unei grupe sau clase a unităților colectivității, din punctul de vedere al uneia sau al mai multor caracteristici

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i;\ \sum_{i=1}^{n} y_i;\ \sum_{i=1}^{n} z_i \text{ etc.}\right);$$

— la nivelul întregii colectivități cercetate, în mod similar pentru una sau mai multe caracteristici

$$\left(\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{m} x_{ij}\right);\ \left(\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{m} y_i\right),\ldots;\ \left(\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{m} z_{ij}\right) \text{ etc.}$$

Indicatorii rezultați la nivel de unitate sînt indicatori „locali”. cei calculați la nivel de grupe sau pe ansamblul colectivității au caracter de medie.

Din indicatorii absoluți obținuți prin agregare (care indică volumul, nivelul, efectivul, stocul, soldul etc) se stabilesc prin procedee statistice **indicatorii sintetici derivați** (medii, coeficienți, mă-

Scanned with OKEN Scanner

rimi relative, indici etc.). Aceşti indicatori derivaţi caracterizează alte aspecte ale realităţilor economice studiate, cum sînt: intensităţi şi coordonate, structuri, nivel tipic mediu, dependenţe, tendinţe etc.

Cel mai utilizat model de calcul este **comparaţia**. Comparaţia se poate face ca diferenţă sau ca raport.

Ca diferenţă rezultă indicatori exprimaţi în aceeaşi unitate de măsură ca a indicatorilor comparaţi (bucăţi, tone, kWh, lei etc.).

Ca raport se compară şi indicatorii diferiţi, ceea ce oferă metodei un grad de generalitate mai ridicat comparativ cu metoda comparării prin diferenţă.

In raport apare un *termen comparat* (la numărător) şi un termen *bază de comparaţie* (la numitor). Din raportare poate să rezulte un *coeficient statistic* adimensional din punct de vedere economic, în cazul raportării a două niveluri ale aceluiaşi indicator sintetic absolut, sau un *indicator sintetic derivat,* exprimat printr-o unitate de măsură „raport" între unităţile de măsură ale indicatorilor raportaţi (ore-om/tonă; kWh/1000 lei producţie, număr de rotaţii a mijloacelor circulante într-un trimestru etc.).

Cîteva reguli referitoare la compararea datelor:

— între termenii comparaţi trebuie să existe o legătură obiectivă, reală, de condiţionare, de cauzalitate etc.;

— termenii incluşi în modelele de comparaţie trebuie să fie pe deplin comparabili (ca metodologie de calcul, ca preţuri de exprimare, ca sferă de cuprindere, ca perioade de referinţă etc.);

— baza de comparaţie trebuie să fie semnificativă astfel încît indicatorul rezultat din comparaţie să aibă un mesaj, o valoare de cunoaştere.

4.2. MĂRIMI RELATIVE — INDICATORI DERIVAŢI DIN PRELUCRAREA DATELOR

Mărimile relative („relativ" la baza de comparaţie) sînt indicatori derivaţi obţinuţi prin comparaţia datelor ca raport între termenul de comparat şi termenul bază de comparaţie.

Există mai multe tipuri de mărimi relative în funcţie de elementele comparate şi direcţia de comparare: mărimi relative de structură, mărimi relative de intensitate, mărimi relative ale dinamicii, mărimi relative ale prevederilor.

Pentru simplificarea prezentării în cele ce urmează se vor expune numai variantele de calcul pe baza valorilor individuale ale caracteristicilor, fiind lesne de adaptat şi în situaţia calculelor efectuate la nivelul grupelor sau din valorile agregate la nivelul întregii populaţii.

Scanned with OKEN Scanner

4.2.1. Mărimi relative de structură

Intr-o centralizare pe grupe o problemă primordială este caracterizarea sintetică a structurii colectivității, înțeleasă ca totalitatea grupelor în care a fost împărțită și a raporturilor în care se află acestea față de total. Această caracterizare se face cu ajutorul mărimilor relative de structură.

Mărimile relative de structură se calculează prin raportarea mărimilor agregate la nivelul grupelor f_i și Σx_i — la mărimile corespunzătoare agregate pe întreaga colectivitate

$$\Sigma f_i \text{ și respectiv } \sum_i \sum_j x_{ij};$$

$$f_i^* = \frac{f_i}{\sum_i f_i}; \tag{4.1}$$

$$g_i = \frac{\Sigma x_i}{\sum_i \sum_j x_{ji}}. \tag{4.2}$$

Mărimile relative de structură obținute pe baza frecvențelor f_i^* se numesc *frecvențe relative,* iar g_i — *greutăți specifice* sau *ponderi.*

Aceste mărimi evidențiază ponderea sau greutatea specifică a grupelor în cadrul colectivității și astfel caracterizează structura colectivității studiate.

De cele mai multe ori, mărimile relative de structură se exprimă în procente, prin înmulțire cu 100, f_i^* % și g_i%. In acest caz suma lor este egală, evident, cu 100%.

4.2.2. Mărimi relative de intensitate

Mărimile relative de intensitate se stabilesc ca raport între valorile a două caracteristici primare legate între ele, care are o semnificație economică concretă. Raportul arată acea cantitate din valoarea caracteristicii comparate ce revine pe unitatea caracteristicii ca bază de comparație.

Raportul poate fi calculat astfel încît să definească un indicator direct sau un indicator invers.

Cele mai cunoscute mărimi relative de intensitate sînt: densitatea populației unei țări, populația ce revine la 1 (sau 100) ha de teren agricol, producția industrială pe un lucrător, producția la 1000 lei mijloace fixe, consumul de fonduri pentru 1 (1000) leu (lei) mijloace fixe, rentabilitatea etc. Din aceste exemple se poate

Scanned with OKEN Scanner

constata importanța deosebită a acestei categorii de indicatori sintetici pentru economie.

Mărimea relativă de intensitate se definește ca raport dintre valoarea agregată a caracteristicii X și valoarea agregată a caracteristicii Y, efectuat în cele două sensuri posibile, dintre care după sensul lor economic concret unul devine indicator sintetic direct, iar celălalt — indicator sintetic invers:

$$v_i = \frac{\Sigma x_i}{\Sigma y_i}, \text{ respectiv } u_i = \frac{\Sigma y_i}{\Sigma x_i}. \qquad (4.3)$$

Mărimile relative de intensitate la nivelurile de agregare superioare au caracter de medie (implicită).

4.2.3. Mărimi relative de coordonare

Cînd se compară ca raport două date, două valori centralizate sau doi indicatori aflați la același nivel de agregare se obține o mărime relativă de coordonare. Într-o serie de spațiu diferitele teritorii descrise înseamnă de asemenea același nivel de agregare. Comparînd „grupă cu grupă", „teritoriu cu teritoriu", din punctul de vedere al modalității de calcul, se obține același fel de indicatori numiți cu un termen specific seriilor de spațiu — indici teritoriali. Subliniem că cele două denumiri sînt echivalente, deci mărimile relative de coordonare sînt în același timp și indici.

In cazul mărimilor relative de coordonare, direcția de comparație nu este unică. Oricare dintre termenii comparați, în funcție de scopul urmărit, poate fi considerat ca termen comparat, respectiv ca bază de comparație. Astfel în acest caz problema dificilă de rezolvat este alegerea bazei de comparație cu ajutorul căreia se măsoară și se exprimă termenul comparat.

Ca formă de calcul pentru această categorie de mărimi relative se poate da raportul (4.4)

$$\frac{\text{Grupa/teritoriul comparat;}}{\text{Grupa/teritoriul bază de comparație}} \left(\frac{x_A}{x_B} \text{ sau } \frac{x_B}{x_A} \right), \qquad (4.4)$$

unde A și B semnifică două „unități comparate".

4.2.4. Mărimi relative ale dinamicii

O altă direcție de comparație a datelor este compararea în timp a datelor referitoare la același proces, înregistrate la momente/perioade de timp diferite. Scopul acestor comparații este caracterizarea evoluției fenomenelor și proceselor din economie. Pentru calculul acestor mărimi se raportează un termen curent al seriei la un termen anterior, considerat bază de comparație.

Scanned with OKEN Scanner

Mărimea relativă de dinamică caracterizează modificarea relativă a termenilor seriei cronologice. Se arată de cîte ori termenul comparat se cuprinde în termenul bază de comparaţie, de cîte ori este mai mare sau mai mic decît acesta din urmă. In activitatea economică curentă mărimea relativă de dinamică se numeşte *indice statistic.*

Formula generală de calcul a mărimii relative de dinamică este:

$$\frac{\text{Nivelul indicatorului din perioada curentă}}{\text{Nivelul indicatorului din perioada de bază}} \left(\frac{x_1}{x_0} 100 \right). \qquad (4.5)$$

4.2.5. Mărimi relative ale prevederilor

Mărimile relative ale prevederilor (sau ale planului) reprezintă indicatori esenţiali în urmărirea realizării obiectivelor propuse. Ele arată de cîte ori nivelul relativ al sarcinii de plan (P) este mai mare sau mai mic faţă de realizările într-o perioadă anterioară, bază de comparaţie (0):

$$\frac{\text{Programat}}{\text{Realizat în perioada de bază}}; \quad \left(\frac{x_p}{x_0} \cdot 100 \right). \qquad (4.6)$$

In acest caz acestea se numesc mărimi relative sau **indici ai prevederilor** (sarcini de plan). Dacă se compară nivelul realizărilor faţă de cel al prevederilor:

$$\frac{\text{Realizat}}{\text{Prevăzut}}; \quad \left(\frac{x_1}{x_p} \cdot 100 \right), \qquad (4.7)$$

atunci se numesc mărimi relative sau **indici ai îndeplinirii prevederilor.** In mod curent aceste mărimi se exprimă în procente. Adesea se reţine numai valoarea ce depăşeşte sau este sub 100%. Acest procent adesea se numeşte ritm de creştere/scădere sau ritm de depăşire/nerealizare a prevederilor.

In cazul indicelui care exprimă o reducere, nivelul comparat fiind mai mic decît nivelul bază de comparaţie, complementul pînă la 1 sau pînă la 100% are semnul minus.

In general, acest complement rezultă:

$$R_{1/p} = \frac{\text{Realizat}}{\text{Prevederi}} - 1 = \text{Indicele de îndeplinire a prevederilor} - 1,$$

iar în procente:

$$R_{1/p} = \frac{\text{Realizat}}{\text{Prevederi}} \times 100 - 100 = \text{Indicele de îndeplinire a prevederilor} \times 100 - 100.$$

Scanned with OKEN Scanner

Indicele prevederilor (Plan/Realizat în perioada de bază) poate fi supraunitar sau subunitar. Cînd este supraunitar, se prevede o creştere (a producţiei, a profitului etc.), nivelul prevederii fiind o sarcină minimă, a cărei depăşire este stimulată, iar cînd este subunitar, se planifică o reducere (a cheltuielilor, a consumurilor, a costurilor etc.). In cazul acesta depăşirea înseamnă un nivel realizat mai mic decît cel planificat.

Legătura dintre mărimile relative ale prevederilor şi dinamicii este:

$$\frac{\text{Prevăzut}}{\text{Realizat „bază”}} \times \frac{\text{Realizat „curent”}}{\text{Prevăzut}} = \frac{\text{Realizat „curent”}}{\text{Realizat „bază”}}. \qquad (4.8)$$

(Indicele prevederilor ×Indicele realizărilor=Indicele dinamic).

Indicelui dinamic şi indicilor de plan le corespund modificările absolute calculate din aceleaşi elemente. (Plan — Realizat bază) + + (Realizat curent — Plan) = (Realizat curent — Realizat bază):

$$(x_p - x_0) + (x_1 - x_p) = x_1 - x_0. \qquad (4.9)$$

(Creşterea/reducerea prevăzută + Creşterea/reducerea faţă de prevederi=Creşterea/reducerea efectivă).

Aplicaţia 4.1. In tabelul 4.1 se prezintă date asupra volumului producţiei (în mii lei) şi a personalului muncitor pentru două secţii ale unei întreprinderi.

Să se caracterizeze activitatea unităţii în baza calculării mărimilor relativ cunoscute.

Tabelul 4.1

Secţia \ Indicator	Volumul producţiei mii buc. (q)			Numărul personalului muncitor (T)		
	Trim. I 1993	Trim. I 1994		Trim. I 1993	Trim. I 1994	
		P	Efectiv		P	Efectiv
Secţia I	21500	23000	24500	2350	2325	2340
Secţia II	37250	39000	38500	2525	2510	2520
TOTAL	$\Sigma q_0 = 58750$	$\Sigma q_p = 62000$	$\Sigma q_1 = 63000$	$\Sigma T_0 = 4875$	$\Sigma T_p = 4835$	$\Sigma T_1 = 4860$

Simbolizînd prin q — volumul producţiei şi prin T — numărul personalului muncitor, codificarea perioadelor se efectuează astfel:

Trim. I, 1993 — perioadă „bază de comparaţie”— 0;
Trim. I, 1994 — „nivel prevăzut” — p;

Scanned with OKEN Scanner

Trim. I, 1994 — „efectiv realizat" — 1.

a) Mărimile relative de structură (Ks), stabilite ca raport între „parte" și „întreg", se pot determina atît pentru indicatorul producției, cît și pentru personalul muncitor.

Astfel, de exemplu, ponderea secției I în totalul producției întreprinderii, pentru trimestrul I 1994, s-a stabilit astfel:

$$K_s = g\% = \frac{q_1}{\sum q_1} \cdot 100 = \frac{24\ 500}{63\ 000} \cdot 100 = 38{,}89\%.$$

Celelalte rezultate obținute după o metodologie similară sînt prezentate în tabelul 4.2.

Tabelul 4.2

Structura producției

Indicator / Secția	Greutăți specifice $g_i = \frac{q_i}{\Sigma q_i} \cdot 100$		
	g_0	g_p	g_1
Secția I	36,60	37,10	38,80
Secția II	63,40	62,90	61,11
TOTAL	$\Sigma g_0 = 100\%$	$\Sigma g_p = 100\%$	$\Sigma g_1 = 100\%$

Temă: Calculați mărimile relative de structură pentru indicatorul: «numărul personalului muncitor».

b) Mărimi relative de intensitate (Ki). In baza datelor tabelului se poate caracteriza modul de folosire a forței de muncă prin indicatorul «productivitatea muncii» după relația generală

$Z = \frac{X}{Y}$ care în cazul acesta va fi: $W = \frac{q}{T}$.

Pentru cele trei perioade, pe secții și pe total întreprindere, rezultatele se prezintă în tabelul 4.3.

c) Mărimile relative de coordonare (Kc) se calculează în cadrul acestei probleme prin compararea indicatorilor între cele două secții. Evident calculul se poate face pentru indicatorii producției, numărul personalului muncitor, nivelul productivității muncii etc.

De exemplu, pentru numărul personalului muncitor, luînd ca bază de comparare secția a II-a, rezultatele au fost:

$$Kc_0 = \frac{T_0^I}{T_0^{II}} = \frac{2350}{2525} \cdot 100 = 93{,}07\%;$$

$$Kc_p = \frac{T_p^I}{T_p^{II}} = \frac{23\,25}{2510} \cdot 100 = 92{,}63\%;$$

$$Kc_1 = \frac{T_1^I}{T_1^{II}} = \frac{2340}{2520} \cdot 100 = 92{,}86\%.$$

Tabelul 4.3

Nivelul productivității muncii

Secția \ Indicator	$W = q/T$ (buc./muncitor)		
	w_0	w_p	w_1
Secția I	9148,9	9892,5	10470,0
Secția II	14752,5	15537,8	15277,8
Total întreprindere	$W_0 = 12051{,}3$	$W_p = 12823{,}2$	$W_1 = 12963{,}5$

Tabelul 4.4

Mărimile relative ale dinamicii și prevederilor (%)

Secția \ Indicator	Mărimea relativă a dinamicii (w_1/w_0)	Mărimile relative ale planului	
		Mărimea relativă a sarcinii de plan (w_p/w_0)	Mărimea relativă a îndeplinirii planului (w_1/w_p)
Secția I	114,44	108,13	105,84
Secția II	113,56	105,32	98,33
Total întreprindere	106,40	106,41	101,88

Se cere să se stabilească mărimile relative de coordonare pentru indicatorii producției, luînd ca bază de comparație secția a II-a.

d) Mărimile relative ale dinamicii (K_d) compară nivelul efectiv realizat în perioada curentă (x_1) cu realizările perioadei de bază de comparație (x_0). Pentru indicatorul „productivitatea muncii" valorii acestor mărimi relative (sau indici ai dinamicii) s-au calculat $\left(\frac{w_1}{w_0}\right)$ și se prezintă sub formă procentuală în coloana 1 a tabelului 4.4.

De exemplu, pentru secția I rezultatul s-a obținut astfel:

$$K_d = \frac{w_1}{w_0} = \frac{10470{,}0}{9148{,}9} = 1{,}444 \text{ sau } 114{,}44\% \text{ sau ca ritm } +14{,}44\%.$$

Scanned with OKEN Scanner

e) Mărimea relativă a prevederilor (K_p) a fost stabilită ca raport între nivelul planificat al productivității muncii (w_p) și nivelul efectiv realizat în perioada de bază (w_0). De exemplu, pentru secția a II-a rezultatul a fost:

$$K_p = \frac{w_p}{w_0} = \frac{15537,8}{14752,5} = 1,05323 \text{ sau } 105,323\%.$$

Celelalte valori sînt înscrise în coloana 2 a tabelului 4.4.

f) Mărimea relativă a realizării prevederilor (K_{rp}) a fost calculată ca raport între nivelul efectiv al productivității muncii în perioada curentă (w_1) față de nivelul planificat (w_p).

Pentru întreaga întreprindere rezultatul s-a obținut astfel:

$$K_{rp} = \frac{12963,5}{12823,2} \cdot 100 = 101,00\%.$$ (Vezi rezultatele calculelor în coloana 3 a tabelului 4.4).

Să se calculeze, în continuare, mărimile relative ale prevederilor și dinamicii pentru indicatorii: producție și numărul personalului muncitor prezentate în tabelul 4.4 și să se interpreteze rezultatele obținute.

4.3. RECOMANDĂRI PRIVIND CALCULUL INDICATORILOR STATISTICI

4.3.1. Dimensiunea indicatorilor rezultați prin calcul

Forma numerică de prezentare a mărimilor statistice obținute în cursul prelucrării datelor inițiale are o mare importanță pentru întreprinderea economică a acestora, pentru definirea corectă a aspectelor relevate cu ajutorul lor.

Caracterul concret al datelor inițiale, tipologia fenomenelor studiate și scopul cercetării științifice condiționează dimensiunea indicatorilor statistici derivați.

Dacă indicatorul derivat este rezultatul unei comparări făcute *prin diferență,* forma de prezentare numerică și mărimea acestuia va fi asemănătoare cu cea a indicatorilor comparați, deci și în aceeași unitate de măsură.

Dacă compararea se face *prin raportare,* dimensionarea mărimii statistice derivate se bazează pe relația:

$$\frac{X \text{ comparat}}{X \text{ baza de comparație}} 10^k; \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, . \qquad (4.10)$$

Acordarea valorilor 0, 1, 2, ... lui k se face după analiza indicatorilor comparați, prin prisma scopului cercetării.

În cazul în care pentru analiza economică sînt necesare formele reale de manifestare a fenomenelor înregistrate, mărimile relative obținute, cînd nu au o denumire consacrată adecvată conținutului, se numesc *coeficienți*. Este cazul atribuirii valorii zero lui k.

Se optează pentru $k=2$ (forma procentuală de exprimare), în general, la mărimile relative de structură, de dinamică, ale sarcinii de plan și îndeplinirii planului.

Acordarea valorilor $k>2$ se face cînd mărimea lui „X comparat" este mult inferioară lui „X bază de comparație" și necesitățile analizei impun interpretarea mărimilor derivate ca promile (%0), prodecimile (%00), procentimile (%000) etc. Forma concretă de interpretare a acestora este dată de indicatorul „bază de comparație". De exemplu:

$$\frac{\text{cheltuieli de producție (lei)}}{\text{cifra de afaceri (lei)}} \cdot 1000 = \text{cheltuieli la 1 000 lei cifra de afaceri, sau}$$

$$\frac{\text{profit net (lei)}}{\text{valoarea mijloacelor fixe (lei)}} \cdot 1000 = \text{profitul net la 1 000 lei mijloace fixe.}$$

Alți indicatori exprimați în promile (%0): numărul de abonamente radio — TV la 1 000 locuitori (TV≈182, radio≈153); numărul născuților vii la 1 000 locuitori (circa 11,2 în România); locuințe date în folosință la 1 000 locuitori (circa 7,2) — media anuală pe ultimii 10 ani. În prodecimile se exprimă indicatorii, cum sînt:

$$\frac{\text{numărul de medici}}{\text{populație}} \cdot 10\,000 = \text{numărul de medici la 10 000 locuitori} = \frac{44{,}484}{22553074} \cdot 10\,000 = 19{,}7.$$

Similar se calculează numărul studenților la 100 000 locuitori (circa 922 în România), numărul de autoturisme produse la 10 000 locuitori (circa 36) etc.

Rezultă că dimensionarea indicatorilor statistici trebuie să corespundă, pe de o parte, conținutului concret al indicatorilor calculați, iar, pe de altă parte, — funcțiilor de caracterizare îndeplinite.

Scanned with OKEN Scanner

4.3.2. Rotunjirea şi aproximarea valorilor obţinute prin calcul

Aceasta este o problemă de care trebuie să se ţină seama în operaţiunile de prelucrare statistică a datelor. In primul rînd, numărul de cifre zecimale cu care se lucrează trebuie adecvat atît scopului calculelor, cît şi unităţii de măsură în care se exprimă datele brute. Astfel, dacă datele sînt exprimate, de pildă, în milioane lei, se va lucra cu cel puţin 5 zecimale, iar dacă datele sînt exprimate în lei, de regulă, este suficientă o singură zecimală.

In legătură cu „trunchierea" numărului de zecimale, adică stabilirea unor valori aproximative cu un număr finit de cifre exacte, prezentăm un exemplu. Numărul π reprezintă o funcţie zecimală infinită. In tabelele matematice $\pi = 3\,141592653589...$ Deci tabelul oferă o valoare aproximativă a lui π cu 12 zecimale exacte, întrerupîndu-se şirul zecimalelor. Cifrele rămase coincid cu cifrele corespunzătoare ale fracţiei zecimale infinite. Aceste cifre se numesc cifre exacte. Numărul π trunchiat după patru zecimale este $\pi = 3{,}1415...$

O metodă obişnuită de a aproxima fracţiile zecimale este rotunjirea prin lipsă sau prin adaos. Astfel ultima cifră care se păstrează rămîne neschimbată în cazul cînd după aceasta urmează 0, 1, 2, 3 sau 4, şi, respectiv, ultima cifră se va mări cu 1 în cazul cînd după ea urmează 5, 6, 7, 8 sau 9 (rotunjirea prin adaos). O rotunjire pentru π cu patru zecimale este $\pi = 3{,}1416$.

Calitatea unei valori aproximative $(\tilde{x})$ se poate aprecia prin abaterea ei de la valoarea adevărată (x), deci prin eroarea absolută $(E = x - \tilde{x})$ sau prin eroarea relativă, exprimată, de regulă, în procente $(E_{\%} = |x - \tilde{x}|/x)$.

Un număr rotunjit corect este un număr care are în componenţă numai cifre sigure, acestea fiind cifrele la care eroarea absolută este cel mult egală cu jumătate din unitatea ce ocupă locul ultimei cifre considerate.

La rotunjirea numerelor există o problemă în legătură cu cifrele „semnificative" şi „nesemnificative". De exemplu, rotunjind numărul 1567 la cifra sutelor, se obţine 1500. Cifrele semnificative 6 şi 7 înlocuite cu zerouri servesc numai la stabilirea ordinului de mărime al numărului rotunjit. Aceste cifre sînt nesemnificative.

Problemele specifice ridică rotunjirea numerelor care au suportat anterior o rotunjire. De pildă, rotunjind ultimele două zecimale ale numărului 0,5747, se obţine 0,57; rotunjind trei cifre şi apoi două rezultă 0,575, respectiv 0,58. Insă cifra 8 nu mai este o cifră sigură. Această situaţie rezultă întotdeauna cînd ultima cifră se rotunjeşte la 5. In asemenea cazuri pentru a indica tipul rotunji-

Scanned with OKEN Scanner

rii preliminare, se marchează cu „—" rotunjirea prin adaos, iar cu „." — rotunjirea prin lipsă. Exemplu: $3{,}7146 \approx 3{,}715 \approx 3{,}71$, iar $3{,}7154 \approx 3{,}715 \approx 3{,}72$.

În cazul în care prelucrarea presupune o succesiune de operații de calcul și dacă aceste calcule se fac cu valori aproximative, rezultatul final va fi de asemenea o valoare aproximativă. Eroarea cauzată de datele inițiale (aproximative) este o *eroare inițială* de intrare. Însă prin calcule, prin rotunjiri se comite și o *eroare de calcul*. Această eroare trebuie să constituie, de regulă, 1/10 din eroarea de intrare, realizată prin lucrul cu una sau două zecimale suplimentare față de cele pe care le prezintă datele de intrare.

O metodă de măsurare a erorilor o constituie calculul erorii limită, care se prezintă pentru principalele operații aritmetice în tabelul 4.5.

Tabelul 4.5

Operație	$f(x, y)$	Eroare limită absolută $(E f)$	Eroare limită relativă $Ef/\lvert f\rvert$
adunarea	$x+y$	$Ex+Ey$	$\frac{Ex+Ey}{\lvert x+y\rvert}$
scăderea	$x-y$	$Ex-Ey$	$\frac{Ex-Ey}{x-y}$
înmulțirea	$x \cdot y$	$E x \lvert y\rvert + E y \lvert x\rvert$	$\frac{Ex}{\lvert x\rvert} + \frac{Ey}{\lvert y\rvert}$
împărțirea	$\frac{x}{y}$	$\frac{E x \lvert y\rvert + E y \lvert x\rvert}{y^2}$	$\frac{Ex}{\lvert x\rvert} + \frac{Ey}{\lvert y\rvert}$
ridicarea la putere	x^n	$Ex \lvert nx^{n-1}\rvert$	$\lvert n\rvert - \frac{Ex}{\lvert x\rvert}$

In cazul în care valoarea $(\tilde{x})$ aproximativă a valorii x obținută printr-o măsurare, atunci eroarea absolută $E = x - \tilde{x}$ se numește *eroare de măsurare*. Fără a lua în considerare erorile grosolane datorate neatenției sau folosirii necorespunzătoare a instrumentelor de măsurare, erorile de măsurare sînt inevitabile. Erorile se comit din cauza impreciziei instrumentelor de măsurare (erori instrumentale), și a erorilor involuntare făcute de persoane care efectuează operațiunea (erori subiective).

Erorile datorate observatorului se mai numesc și *erori de observație*. Pentru a găsi o valoare aproximativă x pentru variabila

Scanned with OKEN Scanner

X este suficientă o singură măsurare. Insă pe această bază nu se pot face aprecieri asupra erorii de măsurare ce poate fi mai mică sau mai mare, pozitivă sau negativă. Cunoscînd calitatea instrumentului de măsurare şi iscusinţa operatorului se poate stabili o valoare a erorii Ex. Metodele de compensare conţin procedee pentru obţinerea unei valori aproximative acceptabile $\tilde{x}$ şi determinarea preciziei acesteia. In acest scop se utilizează funcţia de repartiţie introdusă de Carl Friedrich Gauss (1777—1855) ca rezultat al studiului erorilor de observaţie:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{\frac{-(x-b)^2}{2a^2}}.$$

cu valoarea medie $\mu=b$ şi dispersia $\sigma^2=a^2$. In calculul compensărilor se notează $x-b=E$ şi $a=\sigma$, $f(x)=\varphi(E)$, rezultînd legea lui Gauss a repartiţiei erorilor:

$$\varphi(E) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{E}{\sigma}\right)^2}$$

Dacă se cunoaşte dispersia repartiţiei erorilor pentru un anumit procedeu de măsurare, atunci se pot calcula erorile limită probabile $E=\lambda\sigma$, ce nu vor fi depăşite cu o probabilitate fixă.

In tabelul 4.6 se prezintă unele valori ale erorii maxime şi probabilităţile aferente.

Tabelul 4.6

Eroare limită probabilă $E=\lambda\sigma$	Probabilitate
0,67	0,500
1,00	0,683
1,96	0,950
2,58	0,990
3,00	0,997

4.3.3. Cîteva recomandări practice privind rotunjirea indicatorilor statistici

a) In operaţiunile aritmetice, efectuate asupra unui set de valori observate, se recomandă a se reţine la rezultate două cifre în plus faţă de numărul cifrelor semnificative obţinute prin observare;

b) Intervalul maxim admisibil de rotunjire a valorilor individuale se ia egal cu 0,6 din abaterea medie pătratică s a valorilor obser-

Scanned with OKEN Scanner

vate. Dacă abaterea medie pătratică s-a estimat pe baza amplitudinii, se recomandă a se lua în considerare și lungimea segmentului de valori din care s-a estimat amplitudinea;

c) Rotunjirile admise pentru media aritmetică, abaterea medie pătratică și dispersia sînt următoarele:

$$\frac{0{,}6\,s}{\sqrt{n}} \quad \text{pentru media aritmetică;} \qquad (4.11)$$

$$\frac{0{,}4\,s}{\sqrt{n-1}} \quad \text{pentru abaterea medie pătratică;} \qquad (4.12)$$

$$\frac{0{,}8\,s}{\sqrt{n-1}} \quad \text{pentru dispersie.} \qquad (4.13)$$

Rotunjirea valorilor finale ale celor trei parametri enunțați se efectuează pînă la cel mai mare număr terminat în zero sau cinci și cuprins în valoarea respectivului interval admisibil de rotunjire divizat cu 2. În cele trei relații s reprezintă estimatorul abaterii medii pătratice a datelor.

Prin aceste recomandări s-a devansat conținutul paragrafului prin probleme ce vor fi abordate mai tîrziu. Rețineți totuși tabelul de mai jos:

Tabelul 4.7

Numărul valorilor observate	Numărul minim de seturi de valori	Intervalul maxim admisibil de rotunjire
2	5	$0{,}5\,\bar{R}$
3	3	$0{,}4\,\bar{R}$
4	2	$0{,}3\,\bar{R}$
5...10	1	$0{,}2\,\bar{R}$

$R = x_{max} - x_{min}$ (cu semnificația de amplitudine a valorilor).

CAPITOLUL V. CARACTERIZAREA STATISTICĂ A TENDINȚEI CENTRALE ÎN SERIILE DE REPARTIȚIE

5.1. CERINȚE ȘI OBIECTIVE ALE ANALIZEI SERIILOR DE REPARTIȚIE

Seriile de repartiție[1] obținute prin centralizare/grupare, fie că sînt de variație, fie că sînt atributive, reprezintă un mijloc de prezentare a volumului și structurii colectivității statistice în funcție de una sau mai multe caracteristici. Pentru a surprinde variabilitatea fenomenelor de masă este necesar să se caracterizeze din punct de vedere statistic nivelul lor de dezvoltare, frecvența lor de apariție, gradul și forma de variație, tendințele de concentrare către valorile tipice pentru masa de valori individuale luată în studiu. Aceasta înseamnă că analiza seriilor de repartiție necesită utilizarea unor indicatori și metode corespunzătoare care au drept scop cunoașterea structurii colectivităților statistice, a esenței de manifestare a fenomenelor și proceselor de masă, a caracterului lor tipic, a legăturilor cauzale dintre ele etc.

Cunoașterea complexității fenomenelor de masă, evidențierea legăturilor statistice corespunzătoare presupune ca analiza seriilor de repartiție să satisfacă anumite cerințe, și anume:

a) să aibă un caracter sistemic. In virtutea acestui caracter analiza seriilor de repartiție trebuie să urmărească evidențierea și formularea precisă a problemelor cercetate, legitățile fenomenelor de masă, manifestându-se în condiții de incertitudine. Prin urmare, este necesar să se determine precis, în timp și spațiu, colectivitatea cercetată și structura acesteia, să se aleagă în funcție de natura fenomenului cele mai adecvate metode și sisteme de indicatori care să satisfacă relațiile de interdependență dintre părțile componente și întregul ansamblu de fenomene. Abordarea seriilor de repartiție statistică într-o viziune sistemică presupune verificarea

---

[1] In teoria și practica economică seriile statistice apar ca: a) repartiții empirice, obținute prin centralizarea/gruparea datelor observării, pentru care se utilizează frecvențele absolute și/sau relative; b) repartiții teoretice, care sînt elaborate pe baza unor ipoteze de repartiție, astfel încît să se poată stabili anumite funcții matematice între valorile caracteristicii studiate și frecvențele de apariție.

Scanned with OKEN Scanner

cerinței fundamentale a statisticii referitoare la cuprinderea exhaustivă sau reprezentativă a unităților din care este compusă colectivitatea studiată;

b) să folosească un sistem de indicatori, care din punctul de vedere al prelucrării datelor primare să cuprindă:

— indicatori care să caracterizeze structura colectivității — indicatori calculați pe baza frecvențelor de apariție ale valorilor individuale ale caracteristicii;

— indicatori care să caracterizeze gradul și forma de împrăștiere a valorilor caracteristicii studiate;

c) să pornească de la proprietățile datelor prezentate în seriile de repartiție, și anume: variabilitate, omogenitate, independență sau interdependență și concentrarea sau diversificarea față de unele valori ale seriei. In esență aceste proprietăți se referă la următoarele:

— variabilitatea datelor unei serii de repartiție de frecvențe se datorează faptului că valorile individuale înregistrate sînt, pe de o parte, rezultate ale influenței factorilor care acționează în manifestarea fenomenelor de masă, unii din ei avînd caracter esențial, alții intervenind întîmplător, iar, pe de altă parte, ale modului de asociere a acestor influențe. Practica demonstrează că atunci cînd gradul de variabilitate al factorilor întîmplători este puternic și împrăștierea valorilor înregistrate este mare, datele statistice analizate prezintă o omogenitate scăzută. De asemenea, modul de asociere a factorilor de influență are drept rezultantă o tendință de concentrare a valorilor individuale spre anumite valori tipice și o anumită formă de repartiție (distribuție) a valorilor individuale;

— omogenitatea valorilor individuale ale unei serii de repartiție provine, în principal, din faptul că acestea au același conținut, chiar dacă ele se prezintă aparent întîmplător unele față de altele. Omogenitatea statistică a unei serii de repartiție presupune, deci, existența unor abateri (variații) minime între termenii seriei. Această dependență între omogenitatea maximă și variația minimă se realizează însă numai în cazul în care toți factorii de influență acționează constant la nivelul fiecărei unități. Lipsa omogenității evidențiază existența mai multor tipuri/straturi în colectivitatea analizată. In asemenea situații este necesar ca seria dată să se descompună în serii componente. Prin urmare, seriile de repartiție empirice prezintă grade de omogenitate diferite, analizate cu indicatori și metode statistice corespunzătoare[1].

[1] In mod teoretic, la limită, într-o serie omogenitatea maximă există, dacă toate valorile individuale ar fi egale între ele, caz în care variațiile individuale ar fi nule. Astfel de fenomene nu constituie obiectul de studiu al statisticii.

Scanned with OKEN Scanner

Aceste proprietăţi se întîlnesc cel mai frecvent în cazul seriilor de repartiţie pentru o variabilă calitativă (atributivă). Din această cauză ele se mai numesc şi serii monograde;

— independenţa termenilor unei serii de repartiţie de frecvenţe provine din faptul că fiecare valoare individuală se înregistrează pentru o unitate statistică care este un element distinct şi obiectiv constituit al unei colectivităţi statistice. Această independenţă este relativă, deoarece unităţile statistice aparţinînd aceleiaşi colectivităţi se supun aceloraşi legi care se manifestă sub formă de tendinţă. Faţă de această tendinţă există, într-un sens sau altul, abateri care se compensează reciproc în funcţie de frecvenţa de apariţie a fiecărei valori înregistrate. Prin urmare, este necesar ca prin metode statistice corespunzătoare să se afle trăsăturile esenţiale şi comune care leagă aceste valori individuale relativ independente, dar care aparţin aceleaşi structuri calitative;

— concentrarea (diversificarea) faţă de una sau unele valori tipice ale seriei apare ca urmare a faptului că gradul diferit de intensitate al factorilor de influenţă conduce la frecvenţe diferite de apariţie ale valorilor individuale ale caracteristicii, la care se referă seria. În cazul în care intensitatea factorilor de influenţă este uniformă, frecvenţele de apariţie ale fiecărei valori sînt apropiate între ele. Dacă, însă, intensitatea factorilor de influenţă este diferită, atunci frecvenţele de apariţie se concentrează fie spre un singur capăt al seriei (pe grafic se descriu repartiţii în formă de „i" sau „j"), fie spre valoarea centrală a seriei (pe grafic se descrie o repartiţie simetrică sau normală[1]), fie spre ambele capete ale seriei (pe grafic se obţine o repartiţie în formă de „u"). Există şi cazuri în care nu se poate stabili nici o regularitate. În practică se pot întîlni şi alte serii de repartiţie de frecvenţe cu tendinţe de concentrare care să sugereze că datele seriei se referă la o colectivitate structurată în mod obiectiv pe mai multe tipuri calitative.

Cerinţele prezentate demonstrează necesitatea caracterizării tendinţei centrale, a împrăştierii valorilor individuale faţă de anumite valori tipice, a structurii, concentrării şi formei seriilor de distribuţie (de repartiţie).

Variabilitatea formelor individuale de manifestare este generată de multiple cauze asociate între ele şi a căror influenţă se modifică, în funcţie de condiţii obiective şi specifice, de la o unitate la alta. In aceste condiţii se pune problema determinării unor valori care să substituie toate formele de manifestare individuale.

---

[1] Legea normală a repartiţiei este numită şi curba normală Gauss-Laplace sau simplu clopotul lui Gauss.

Scanned with OKEN Scanner

Asemenea valori care substituie valorile individuale diferite sînt denumite valori tipice sau valori ale tendinței centrale. Cea mai cunoscută valoare tipică sau valoare a tendinței centrale este valoarea medie.

5.2. VALOAREA MEDIE — INDICATORUL PRINCIPAL AL TENDINȚEI CENTRALE

Media valorilor individuale ale unei caracteristici este expresia numerică a sintetizării într-un singur nivel reprezentativ a tot ceea ce este tipic, esențial și obiectiv în apariția, manifestarea și dezvoltarea fenomenului analizat. Cu alte cuvinte, valoarea medie este un număr capabil să sintetizeze ansamblul valorilor observate ale unei caracteristici, reprezentate printr-o funcție de aceste valori.

Fie $h(x)$ o funcție crescătoare sau descrescătoare și $\{x_i\}$ $i=\overline{1,n}$ valorile individuale observate ale caracteristicii x. Atunci calculul valorii medii are ca punct de pornire funcția $h(x)$. Aceasta este numărul $\bar{x}$ pentru care există următoarea proprietate:

— pentru o serie simplă de distribuție

$$h(x_1)+h(x_2)+\ldots+h(x_i)+\ldots+h(x_n)=$$
$$=h(x)+h(x)+\ldots+h(x)=nh(\bar{x}); \tag{5.1}$$

— pentru o serie de distribuție de frecvențe

$$n_1h(x_1)+n_2h(x_2)+\ldots+n_rh(x_r)=n_1h(\bar{x})+n_2h(\bar{x})+$$
$$+\ldots n_rh(\bar{x})=h(\bar{x})\sum_{i=1}^{r}n_i. \tag{5.2}$$

Prin urmare, media h se determină pe baza relațiilor următoare:

— pentru o serie simplă de distribuție

$$h(\bar{x})=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}h(x_i); \tag{5.3}$$

— pentru o serie de distribuție de frecvențe

$$h(\bar{x})=\frac{1}{\sum_{i=1}^{r}n_i}\sum_{i=1}^{r}h(x_i)n_i. \tag{5.4}$$

Scanned with OKEN Scanner

Relaţiile (5.1)—(5.4) care stau la baza determinării valorilor medii ale caracteristicilor numerice urmărite necesită unele observaţii de conţinut:

— conform relaţiei (5.3) o valoare medie exprimă nivelul atins de o variabilă numerică cînd ea este uniform repartizată pe unităţile care compun colectivitatea determinată. Intr-o serie de distribuţie de frecvenţe valoarea medie (5.4) este condiţonată nu numai de valorile individuale ale caracteristicii urmărite, dar şi de frecvenţele (absolute sau relative) de apariţie a acestora;

— valoarea medie ponderată (5.4) se reduce la valoarea medie simplă (5.3) atunci cînd frecvenţele valorilor repartiţiei sînt egale între ele;

— valoarea medie este egală cu valorile individuale ale caracteristicii analizate, dacă acestea sînt egale între ele;

— valoarea medie a unei caracteristici este cuprinsă între cea mai mică şi cea mai mare valoare individuală observată la variabila analizată;

— valoarea medie este un indicator derivat ce se exprimă în unitatea de măsură în care au fost exprimate valorile individuale ale caracteristicii studiate. Cu toate acestea, valoarea medie apare ca o mărime abstractă în raport cu valorile individuale, pe care le sintetizează, în sensul că ea poate să coincidă sau să nu coincidă cu nici una din valorile concrete luate în calcul. De asemenea, valoarea medie calculată pentru o caracteristică este reprezentativă pentru valorile individuale apropiate între ele ca mărime (omogene) şi mai puţin reprezentativă pentru valorile de la extremităţile repartiţiei. Aceasta înseamnă că dacă valorile individuale din care se calculează o valoare medie se încadrează într-un interval de variaţie mai mic, aceasta are un conţinut mai realist.

In funcţie de natura fenomenului studiat, după forma funcţiei h (x) din (5.1)—(5.4) etc. valoarea medie a caracteristicii se calculează sub diferite forme: ca medie aritmetică; armonică; pătratică; geometrică etc. Indiferent sub ce formă se calculează valoarea medie a unei caracteristici trebuie să se aibă în vedere să se confere conţinutului ei un caracter cît mai realist, mărimea să corespundă cît mai bine cu natura şi omogenitatea datelor înregistrate, cu nivelul şi forma de manifestare a fenomenului analizat[1]. Diferitele forme de medii se înrudesc prin faptul că formulele lor se obţin pornind de la relaţiile 5.1 şi 5.2.

---

[1] In caz contrar calculul valorii medii nu este decît un simplu exerciţiu aritmetic, iar prin interpretarea rezultatelor obţinute nu se contribuie la realizarea procesului de cunoaştere, ci la o simplă «manipulare prin cifre».

Scanned with OKEN Scanner

Valoarea medie a unei caracteristici are conținut de valoare tipică a tendinței centrale în măsura în care la calculul acesteia se ține seama de anumite cerințe (restricții). În concepția lui G. U. Yule cerințele pe care trebuie să se bazeze calculul valorii medii sub orice formă sînt următoarele:

1. Valoarea medie ca indicator care exprimă tendința centrală trebuie să fie definită în mod precis, obiectiv și să nu fie afectată de aprecierile subiective ale cercetătorului. Această cerință presupune efectuarea unei analize calitative a fenomenului de masă studiat, din care în mod obiectiv să rezulte că există o valoare tipică (centrală) în jurul căreia gravitează valorile individuale înregistrate.

2. Valoarea medie trebuie să fie expresia tuturor valorilor individuale observate într-o colectivitate, iar acestea să fie într-un număr cît mai mare. În cazul în care această cerință nu se respectă, valoarea medie calculată nu poate fi considerată o valoare tipică pentru tendința centrală din întreaga distribuție analizată.

3. Valoarea medie trebuie să aibă o semnificație concretă, iar înțelegerea sensului ei general trebuie să fie imediată.

4. Valoarea medie indiferent sub ce formă se calculează trebuie să posede proprietăți simple și evidente care să faciliteze înțelegerea sensului ei general.

5. Este de dorit ca valoarea medie să fie calculată cu ușurință și rapiditate. Potrivit acestei cerințe, dacă valoarea medie se poate calcula prin două forme cu proprietăți similare, atunci se va adopta aceea care se calculează cel mai ușor. Importanța acestei cerințe nu trebuie exagerată, deoarece există pericolul să se încalce celelalte cerințe și astfel să se afecteze conținutul valorii medii calculate.

6. În cazul în care datele provin dintr-un sondaj statistic este de dorit ca valoarea medie să fie cît mai puțin sensibilă la fluctuațiile de selecție. Această cerință trebuie asigurată astfel încît includerea sau excluderea unei unități în/din eșantion să aibă asupra valorii medii o influență nulă sau, în cel mai rău caz, minimă. Respectarea acestei cerințe este dificilă, deoarece pentru diferitele eșantioane selectate din aceeași activitate (chiar dacă sînt de același volum) valorile medii prezintă diferențieri mai mari sau mai mici (dar nu neglijabile) și numai foarte rar sînt identice. În astfel de cazuri se ia în considerare valoarea medie care are cea mai mare stabilitate.

7. Valoarea medie a unei caracteristici trebuie să permită utilizarea calculului algebric. De exemplu, dacă o variabilă statistică se exprimă ca sumă a două sau mai multe variabile, valoarea ei medie ar trebui să fie ușor calculabilă cu ajutorul valorii medii corespunzătoare variabilelor componente.

Scanned with OKEN Scanner

In conformitate cu variația valorilor individuale, cu sursele de date, cu natura și forma de manifestare a caracteristicilor urmărite, cu forma funcției $h(x)$ etc. valoarea medie, ca indicator al tendinței centrale, se calculează sub forma simplă sau ponderată ca medie aritmetică, armonică, pătratică, geometrică etc. Valoarea medie simplă se folosește atunci cînd se iau în considerare variantele înregistrate de caracteristica analizată sau cînd în urma operațiilor de sistematizare prin grupare variantele sau intervalele de variație prezintă frecvențe egale de apariție. In cazul în care în urma sistematizării datelor prin grupare, variantele/intervalele de variație prezintă frecvențe diferite de apariție caracterizarea tendinței centrale necesită calculul valorii medii ponderate a caracteristicii.

In consecință, valoarea medie este un principal indicator al tendinței centrale, deoarece pe baza ei se exprimă în fiecare etapă dată ceea ce este esențial, comun și general în forma de manifestare a fenomenelor de masă prin eliminarea a tot ce este întîmplător, accidental și neesențial în producerea lor.

5.2.1. Tipuri de mărimi medii utilizate frecvent pentru caracterizarea tendinței centrale

A. **Media aritmetică** (notată cu $\bar{x}$) este cea mai utilizată formă sub care se calculează valoarea medie a unei caracteristici.

Media aritmetică a valorilor individuale $\{x_i\}$ $i=\overline{1,n}$ ale caracteristicii x reprezintă acea valoare (x) care s-ar fi înregistrat dacă toți factorii de influență ar fi acționat în mod constant la nivelul fiecărei unități de înregistrare. Prin urmare, dacă fiecare valoare individuală x_i $(i=\overline{1,n})$ s-ar substitui prin $\bar{x}$, în ipoteza acțiunii constante a factorilor de influență, valoarea totalizată/agregată a caracteristicii nu s-ar modifica. Deci, dacă în (5.1) și (5.2) se ia $h(x)=x$, atunci obținem:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \ldots + x_i + \ldots + x_n = \bar{x} + \bar{x} + \ldots + \bar{x} = nx \qquad (5.5)$$

$$\text{sau } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (5.6)$$

Prin urmare, media aritmetică simplă (5.6), ca expresie sinte-

tică a valorilor înregistrate, se obține raportînd suma[1] valorilor individuale ale caracteristicii analizate la numărul acestora. Relația (5.5) se utilizează pentru calculul mediei aritmetice simple, atunci cînd se cunosc toate variantele înregistrate de o caracteristică într-o colectivitate, iar numărul acestora nu este foarte mare.

Intr-o colectivitate statistică mare unde multe unități prezintă pentru caracteristica urmărită aceeași valoare individuală, seria statistică alcătuită pe variante sau pe intervale de variație prezintă frecvențe diferite. Valoarea medie a caracteristicii se calculează ca medie aritmetică ponderată.

Relația ei de calcul este (5.8) și se obține după raționamentul din (5.3) și (5.4), unde se ia în considerare funcția $h(x)=x$. Deci,

$$\sum_{i=1}^{r} x_i n_i = x_1 n_1 + \ldots + x_i n_i + \ldots + x_r n_r = \bar{x} n_1 + \ldots + \bar{x} n_i + \ldots \bar{x} n_r = \bar{x} \sum_{i=1}^{r} n_i, \tag{5.7}$$

sau

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{r} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}, \tag{5.8}$$

unde x_i sînt cele „r" ($i=\overline{1, r}$) valorile individuale distincte înregistrate în colectivitate. Acestea sînt mai puțin numeroase decît unitățile colectivității ($r<n=\sum_{i=1}^{r} n_i$); $x_i n_i$ — valoarea centralizată/agregată a caracteristicii la toate unitățile (n_i) care prezintă același nivel (x_i); $\bar{x} \sum_{i=1}^{r} n_i$ — valoarea centralizată/agregată a caracteristicii la nivelul întregii colectivități; $n=\sum_{i=1}^{r} n_i$ — volumul colectivității studiate.

În legătură cu cele două modalități de calcul ale mediei aritmetice (5.6) și (5.8) se impun unele observații:

— media aritmetică satisface primele două cerințe prezentate în § 5.2, deoarece este precis definită și se bazează pe toate observațiile efectuate. In mod implicit ea satisface a treia cerință, deoarece conținutul ei este ușor de înțeles. De exemplu, dacă sala-

[1] Valoarea centralizată/agregată a caracteristicii se obține fie prin însumarea tuturor valorilor individuale, fie ca produs între media lor aritmetică și numărul de valori din care aceasta s-a calculat.

Scanned with OKEN Scanner

riile celor „n" angajaţi, de aceeaşi profesie, dintr-o unitate economică constituie un fond „S", atunci media aritmetică a salariilor $S/n=\Sigma S_i/n$ reprezintă suma pe care fiecare ar primi-o, dacă întreaga sumă $S=\sum_{i=1}^{n} S_i$ disponibilă ar fi repartizată în mod egal între cei „n" angajaţi;

— nivelul mediei aritmetice depinde nu numai de nivelul variantelor, ci şi de mărimea frecvenţelor corespunzătoare. Deci, pentru modificarea nivelului mediei în sensul dorit de cercetător ar trebui să acţioneze fie asupra valorilor individuale, fie asupra frecvenţelor lor de apariţie, fie şi asupra valorilor individuale şi asupra frecvenţelor;

— în cazul în care calculul mediei aritmetice este precedat de operaţia de grupare a valorilor individuale pe intervale, valorile x_i $(i=\overline{1, r})$ vor fi centrele intervalelor de grupare. Acestea sînt luate în considerare în baza ipotezei că în interiorul intervalului frecvenţelor de apariţie a valorilor individuale urmează o distribuţie normală (Gauss-Laplace). În cazul în care această ipoteză nu este confirmată, media calculată pe baza centrelor de interval este diferită de cea obţinută cu (5.8). Din această cauză spunem că media aritmetică calculată pe baza centrelor de interval estimează adevărata valoare medie;

— în cazul în care pentru valorile individuale dispunem de frecvenţele relative f_i $(i=\overline{1, r})$, şi nu de frecvenţele absolute n_i, media aritmetică se calculează după relaţia (5.9). Deci,

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i f_i}{100}, \qquad (5.9)$$

unde

$$f_i=\frac{n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}\cdot 100 \text{ pentru orice } i=\overline{1, r};$$

— relaţiile (5.6), (5.8) şi (5.9)[1] se utilizează pentru calculul nivelului mediu al variabilelor cu variaţie discretă. În cazul unei

[1] În cazul în care frecvenţele relative sînt exprimate în coeficienţi, şi nu în procente, relaţia (5.9) se va transforma astfel:

$$\bar{x}\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}=\sum_{i=1}^{r} x_i\left(\frac{n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}\right)=\sum_{i=1}^{r} x_i f_i.$$

Scanned with OKEN Scanner

variabile cu variație continuă, care ia orice valoare cuprinsă între cele două limite ale intervalului de variație $[x_{min}; x_{max}]$ și care prezintă o anumită densitate de repartiție specifică $f(x)$, nivelul mediu se calculează după relația (5.10):

$$M(x) = \int_{x_{min}}^{x_{max}} xf(x)\,dx. \qquad (5.10)$$

În practică, însă, fenomenele social-economice supuse cercetării se produc și se manifestă în condiții concrete de timp și spațiu, iar cunoașterea întregii game posibile de valori individuale cuprinse într-un anumit interval este dificilă. Pentru a evita acest neajuns se apelează la anumite convenții și variabila cu variație continuă se înregistrează ca o variabilă cu variație discretă. În aceste situații valoarea medie se calculează ca medie aritmetică simplă sau ponderată după relațiile (5.6), (5.8) sau (5.9);

— calculul nivelului mediu după relațiile (5.6), (5.8) sau (5.9) este posibil numai atunci cînd caracteristica urmărită este numerică sau nealternativă. În cazul în care caracteristica urmărită este alternativă unitățile colectivității se împart în două clase: o clasă care cuprinde acele unități la care se înregistrează forma directă de manifestare a caracteristicii și o clasă de unități la care se înregistrează opusul formei de manifestare a caracteristicii. În asemenea situație, pentru a exprima numeric acest tip de caracteristică, în mod convențional variantelor cu răspuns afirmativ (forma directă) li se acordă valoarea „1", iar variantelor cu răspuns negativ (forma opusă, complementară) — valoarea „0". Numărul de unități (frecvențele) din cele două grupe este, de regulă, diferit, iar distribuția lor se prezintă în tabelul 5.1.

Tabelul 5.1

Distribuția de frecvențe a caracteristicii alternative

Valoarea caracteristicii (x_i)	Răspunsul înregistrat (variante înregistrate)	Frecvențe absolute	Frecvențe relative
$x=1$	Da	N Nr. de unități care posedă caracteristica	$P=\frac{N}{N+M}$
$x=0$	Nu	M Nr. de unități care nu posedă caracteristica	$q=\frac{M}{N+M}=1-p$
Total	—	$n=N+M$	$P+q=1$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru distribuţia de mai sus, media caracteristicii alternative se calculează, aplicînd relaţia mediei aritmetice ponderate (5.8), după expresia (5.11).

$$\frac{1 \cdot N + 0 \cdot M}{N+M} = \frac{N}{n} = p. \qquad (5.11)$$

Se observă că media caracteristicii alternative (5.11) se obţine ca o mărime relativă de structură (greutate specifică sau frecvenţă relativă), raportînd numărul unităţilor în care s-a înregistrat caracteristica în forma directă (cu răspuns afirmativ) la numărul total al unităţilor.

Media aritmetică a unei caracteristici numerice are o serie de proprietăţi utile pentru calculul (verificarea exactităţii şi simplificarea operaţiilor implicate) şi interpretarea valorii sale. In continuare vom prezenta acele proprietăţi ale mediei aritmetice care se utilizează frecvent în analiza statistică a fenomenelor sociale şi economice.

a) Într-un şir de valori egale media lor aritmetică este egală cu fiecare dintre ele. Deci, dacă $x_1 = x_2 = \ldots = x_i = \ldots x_n = x_0$, atunci $x_0 = \bar{x}$.

b) Mărimea mediei aritmetice este întotdeauna cuprinsă în intervalul de variaţie al caracteristicii studiate. Deci, $x_{min} < \bar{x} < x_{max}$.

Acest rezultat (5.12) se obţine imediat, dacă vom avea în vedere că:

$$\frac{x_{min} + x_{min} + \ldots + x_{min}}{\text{de } n \text{ ori}} < \sum_{i=1}^{n} x_i < \frac{x_{max} + x_{max} + \ldots + \ldots + x_{max}}{\text{de } n \text{ ori}} \text{ sau } nx_{min} <$$

$$< \sum_{i=1}^{n} x_i < nx_{max}, \text{ de unde } x_{min} < \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} < x_{max} \text{ sau } x_{min} < \bar{x} < x_{max}.$$

In legătură cu această proprietate se impune următoarea observaţie. In cazul unei serii de distribuţie de frecvenţe media se încadrează între valorile extreme ale variabilei şi cu siguranţă va oscila în vecinătatea acelei valori individuale care are cea mai mare frecvenţă. Dacă, însă, media calculată prezintă o abatere foarte mare faţă de termenul cu frecvenţa cea mai mare sau se află în afara intervalului de variaţie sînt indicii clare că s-au produs erori de calcul şi atunci calculul trebuie refăcut. Prin urmare, această proprietate se utilizează pentru o primă verificare a exactităţii valorii medii calculată ca medie aritmetică.

c) Într-o serie statistică suma tuturor abaterilor individuale ale termenilor seriei de la media lor aritmetică (luate cu semnul lor corespunzător) este zero. Aceasta evidenţiază faptul că acţiunea factorilor întîmplători, la nivelul unităţilor, conduc la valori

Scanned with OKEN Scanner

individuale mai mari şi mai mici decît nivelul lor mediu, iar pe ansamblul colectivităţii influenţa lor este nulă. Deci,

— pentru o serie simplă

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum_{i=1}^{n}\bar{x}=n\bar{x}-n\bar{x}=0. \qquad (5.13)$$

— pentru o serie de frecvenţe

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})\,n_1=0 \text{ sau } \sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})\,f_i=0^1. \qquad (5.14)$$

d) Intr-o serie statistică, dacă toţi termenii se măresc sau se micşorează cu aceeaşi mărime constantă „a", atunci media noilor termeni este mai mică sau mai mare decît media seriei iniţiale cu constanta „a".

Deci, dacă $\{x^1{}_i\}=\{x_i\pm a\}$, cu $i=\overline{1,n}$, atunci:

$$\bar{x}'=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_1'}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i\pm a)}{n}=\bar{x}\pm a \text{ sau } \bar{x}=\bar{x}'\mp a. \qquad (5.15)$$

e) Intr-o serie statistică, dacă toţi termenii se măresc sau se micşorează de acelaşi număr de ori k, atunci şi media seriei iniţiale se măreşte sau se micşorează de acelaşi număr de ori k. Astfel, fie $\{x_i\}$ $(i=\overline{1,n})$ seria iniţială pentru care s-a calculat $\bar{x}$ şi $\{x_i\}=\left\{\frac{x_i}{k}\right\}(i=\overline{1,n})$ seria cu termenii transformaţi. Atunci

$$\bar{x}_i'=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i'}{n}\quad\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{k}}{n}=\frac{\bar{x}}{k} \qquad (5.16)$$

sau $\bar{x}=\bar{x}'k$.

Proprietăţile (d) şi (e) se folosesc în mod deosebit pentru simplificarea datelor, în vederea obţinerii rapide (pe cale manuală) a nivelului mediu. Prin combinarea celor două proprietăţi se determină relaţia de calcul simplificat al mediei aritmetice. Astfel,

— pentru seria simplă

$$\bar{x}=\bar{x}'\,k+a=\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i-a}{k}}{n}\cdot k+a; \qquad (5.17)$$

---

[1] Această proprietate ca şi proprietatea «d» se utilizează pentru verificarea exactităţii calculului nivelului mediu.

Scanned with OKEN Scanner

— pentru seria de distribuție

$$\bar{x}=\bar{x}'h+a=\frac{\sum_{i=1}^{r}\left(\frac{x_i-a}{k}\right)n_i}{\sum_{i=1}^{r}n_i}\times k+a$$

sau

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{r}\left(\frac{x_i-a}{k}\right)f_i}{100}\times k+a. \qquad (5.18)$$

Relația (5.18) se recomandă să se utilizeze pentru calculul mediei aritmetice într-o serie de distribuție de frecvențe pe intervale egale. In această situație se alege valoarea lui a egală cu mărimea centrului de interval cu frecvența cea mai mare, iar k cu mărimea intervalului. Relația (5.18) se poate utiliza și în cazul seriei de distribuție pe intervale neegale, dar valoarea lui a, de regulă, se va lua egală cu centrul de interval cu frecvența cea mai mare, iar valoarea lui h va fi cel mai mare divizor al mărimilor $\{x_i-a\}$, $i=\overline{1,r}$.

f) Dacă într-o serie de distribuție se reduc proporțional toate frecvențele, atunci media calculată pe baza noilor frecvențe va fi egală cu media seriei inițiale.

Această proprietate este utilizată frecvent atunci cînd calculul mediei se face pe baza frecvențelor relative cu relația (5.9) sau (5.18).

g) Pentru o serie de distribuție de frecvențe cu toate frecvențele egale între ele media aritmetică ponderată se transformă în medie aritmetică simplă.

Această proprietate demonstrează că valoarea medie calculată ca medie aritmetică ponderată este determinată și de structura seriei, reprezentată prin frecvențele care o compun, nu numai de mărimea valorilor individuale. Deci, repartizarea frecvențelor poate fi considerată un factor semnificativ de influență pentru modificarea valorii medii.

h) Intr-o colectivitate structurată pe grupe media acesteia $(\bar{x})$ este dependentă de media grupelor $(\bar{x}_j$ cu $j=\overline{1,p})$ și de frecvențele grupelor respective (n_j sau f_j). Deci, dacă frecvențele sînt absolute, atunci

$$\bar{x}=\bar{\bar{x}}=\frac{\sum_{j=1}^{p}\bar{x}_j n_j}{\sum_{j=1}^{p}n_j}, \qquad (5.19)$$

iar dacă frecvențele sînt relative

$$\bar{\bar{x}}=\bar{x}=\frac{\sum_{j=1}^{p} x_j f_j}{100}. \tag{5.20}$$

Se observă că media aritmetică generală nu este o sumă a mediilor aritmetice parțiale, ci o sinteză a acestora. Aceasta înseamnă că pe întreaga activitate are loc un proces de compensare a abaterilor mediilor parțiale de la media generală. Din acest motiv

$$\sum_{j=1}^{p}(\bar{x}_j-\bar{x})\,n_j=0 \text{ sau } \sum_{j=1}^{p}(\bar{x}_j-\bar{x})\,f_j=0, \tag{5.21}$$

iar

$$\bar{x}_{\min}<\bar{x}<\bar{x}_{\max}. \tag{5.22}$$

i) Media aritmetică a sumei sau diferenței dintre două variabile independente este egală cu suma sau diferența mediilor celor două variabile luate în considerare. Deci,

$$\overline{x\pm y}=\bar{x}\pm\bar{y}. \tag{5.23}$$

Demonstrația relației (5.23) este evidentă, dacă avem în vedere faptul că în economie sînt variabile complexe „Z_i" a căror valoare se formează prin însumarea sau diferența dintre termenii a două serii $\{x_i\}$ și $\{y_i\}$, cu număr egal de termeni. De exemplu, cheltuielile de producție ale unui agent economic se formează prin însumarea termenilor seriilor referitoare la cheltuielile fixe și cheltuielile variabile efectuate. Deci, dacă $\{Z_i\}=\{x_i\pm y_i\}$ cu $i=\overline{1,n}$, atunci

$$\bar{Z}=\frac{\sum_{i=1}^{n} Z_i}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i\pm y_i)}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\pm\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}=\bar{x}\pm\bar{y}. \tag{5.23'}$$

Dacă însă o variabilă complexă y se află în dependență liniară cu mai multe variabile independente x_j (cu $j=\overline{1,m}$), de forma

$$y_i=a_0\pm a_1x_1\pm a_2x_2\pm\ldots\pm a_jx_j\pm\ldots\pm a_mx_m \text{ cu } i=\overline{1,n}. \tag{5.24}$$

atunci media ei va fi:

$$\bar{y}=a_0\pm a_1\bar{x}_1\pm a_2\bar{x}_2\pm\ldots\pm a_j\bar{x}_j\pm\ldots\pm a_m\bar{x}_m. \tag{5.25}$$

j) Media produsului a două variabile aleatoare independente x și y este egală cu produsul mediilor celor două variabile.

Scanned with OKEN Scanner

Această proprietate se folosește în mod deosebit atunci cînd o variabilă complexă se formează (sau se descompune) în produs de două sau mai multe variabile independente (considerate și factori). De exemplu, în activitatea de transporturi indicatorul „volumul parcursului mărfurilor" se calculează ca produs între cantitatea transportată (în tone) și distanța de transport (în km). În această situație media produsului este egală cu produsul mediilor. Deci, $\overline{xy}=\bar{x}\cdot\bar{y}$.

Pentru a demonstra această proprietate se urmărește modul de formare a valorilor variabilei complexe XY, prezentat în tabelul 5.2.

Tabelul 5.2

Y / X	y_1 ... y_i ... y_n	$\sum_{i=1}^{n} y_i$
x_1	x_1y_1 ... x_iy_1 ... x_iy_n	$x_i \sum_{i=1}^{n} y_i$
⋮		⋮
x_i	x_1y_i ... x_iy_i ... x_1y_n	$x_i \sum_{i=1}^{n} y_i$
⋮		⋮
x_n	x_ny_i ... x_ny_1 ... x_ny_n	$x_n \sum_{i=1}^{n} y_i$
$\sum_{i=1}^{n} x_i$	$y_i\sum_{i=1}^{n} x_i$ ... $y_i\sum_{i=1}^{n} x_i$ ... $y_n\sum_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} x_iy_i$

Dacă pentru fiecare factor (variabilă independentă) se calculează mediile corespunzătoare $\bar{x}$ și $\bar{y}$, atunci media variabilei complexe (produs) va fi:

$$\overline{xy}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_iy_i}{n\cdot n}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\cdot\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}=\bar{x}\cdot\bar{y}. \qquad (5.26)$$

In cazul în care variabilele factori x și y nu sînt independente între ele, această proprietate nu se mai respectă ($\overline{xy}\neq\bar{x}\cdot\bar{y}$). Diferența Cov. $(x, y)=\overline{xy}-\bar{x}\cdot\bar{y}\neq 0$ se numește covarianța (Cov. (x, y))

Scanned with OKEN Scanner

dintre x și y. În această situație se pune problema cunoașterii intensității și formei sub care se manifestă interdependența dintre variabila complexă efect (Z) și factorii ei de influență X și Y (luați în considerare în mod simultan sau izolat).

B. **Media armonică.** Valoarea medie a caracteristicii analizate într-o colectivitate statistică pentru a sintetiza esența din manifestarea fenomenului, ceea ce este comun și general în valorile individuale înregistrate, se calculează în unele situații nu sub forma mediei aritmetice, ci sub forma mediei armonice. În mod sintetic media armonică (notată cu $\bar{x}_h$) se definește ca valoare inversă a mediei aritmetice calculată din inversele valorilor individuale înregistrate.

Potrivit raționamentului din (5.1)—(5.4) și luînd $h(x)=x^{-1}$ se observă că media armonică arată că dacă inversa fiecărei valori individuale se substituie prin $\bar{x}^{-1}$, atunci $\sum_{i=1}^{n} x_i^{-1}$ nu se modifică. Deci,

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}=\frac{1}{x_1}=\ldots+\frac{1}{x_i}+\ldots+\frac{1}{x_n}=\left(\frac{\overline{1}}{x}\right)+\ldots+\left(\frac{\overline{1}}{x}\right)=n\left(\frac{\overline{1}}{x}\right). \tag{5.28}$$

Din (5.28) se deduce următoarea relație de calcul a mediei armonice simple:

$$\bar{x}_h=\frac{1}{\left(\frac{\overline{1}}{x}\right)}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}}. \tag{5.29}$$

Concretizăm raționamentul de calcul al valorii medii ca medie armonică prin următoarea aplicație.

Aplicația 5.1. Presupunem că pentru executarea unei operații un lucrător cheltuiește 15 minute, iar altul — 30 minute. Să se determine timpul mediu cheltuit de un lucrător.

Se știe că într-o oră primul lucrător a executat $60:15=4$ operații, iar al doilea $60:30=2$ operații. Deci, amîndoi au executat într-o oră 6 operații. Timpul mediu cheltuit, calculat prin raportarea timpului total lucrat la numărul total al operațiilor executate, va fi:

$$\frac{60+60}{\frac{60}{15}+\frac{60}{30}}=\frac{1+1}{\frac{1}{15}+\frac{1}{50}}=\frac{2}{\frac{1}{15}+\frac{1}{30}}=20 \text{ minute}.$$

În ipoteza unui consum de timp de muncă egal cu timpul mediu (20 minute), pentru fiecare din cei doi lucrători, într-o oră

Scanned with OKEN Scanner

aceştia ar fi executat $\frac{60}{20}+\frac{60}{20}=6$ operaţii, adică un număr egal cu cel efectiv realizat. In această situaţie timpul mediu cheltuit de o persoană pentru efectuarea unei operaţii s-a calculat ca medie armonică simplă.

Pentru o serie de distribuţie de frecvenţe media armonică ponderată, obţinută după raţionamentul prezentat în (5.3) şi (5.4), va fi:

— dacă se utilizează frecvenţele absolute

$$\bar{x}_h=\frac{\sum_{i=1}^{r} n_i}{\sum_{i=1}^{r}\frac{1}{x_i}n_i}; \qquad (5.30)$$

— dacă se utilizează frecvenţele relative

$$\bar{x}_h=\frac{100}{\sum_{i=1}^{r}\frac{1}{x_i}f_i}. \qquad (5.31)$$

Comparîndu-se media armonică cu media aritmetică se pot stabili anumite relaţii utile pentru folosirea în practică a relaţiilor (5.8) şi (5.30).

Pentru aceleaşi valori pozitive ale unei caracteristici media lor armonică este mai mică decît cea aritmetică ($\bar{x}_h<\bar{x}$). Dacă valorile individuale sînt egale între ele şi egale cu o constantă c, atunci $\bar{x}_h=\bar{x}=c$.

In cazul în care între două variabile interdependente există o relaţie de inversă proporţionalitate $\left(Y=\frac{1}{x}\right)$, aceasta se păstrează şi între mediile calculate pentru cele două variabile. Se pune întrebarea: Ce fel de medii trebuie calculate pentru fiecare variabilă pentru a se menţine relaţia de inversă proporţionalitate?

Să luăm în considerare valorile individuale ale productivităţii muncii W şi cele ale consumului specific de timp de muncă t. Intre aceste valori există relaţia $W_i=\frac{1}{t_i}$ cu $W_i=\frac{q_i}{T_i}$ şi $i=\overline{1,r}$. Pentru calculul nivelului mediu al productivităţii muncii

$$\bar{W}=\frac{\sum_{i=1}^{r} q_i}{\sum_{i=1}^{r} T_i}=\frac{\sum_{i=1}^{r} W_i T_i}{\sum_{i=1}^{r} T_i}$$

se va folosi media aritmetică, iar pentru calculul consumului specific mediu de timp de muncă

$$\overline{t} = \frac{\sum_{i=1}^{r} T_i}{\sum_{i=1}^{r} q_i} = \frac{\sum_{i=1}^{r} T_i}{\sum_{i=1}^{r} \frac{1}{t_i} T_i}$$

se va folosi media armonică. De asemenea, $\overline{w} = \frac{1}{t}$ în calculul ambelor medii se folosesc aceleaşi frecvenţe T_i.

Generalizînd, se poate afirma că dacă două variabile se află într-un raport de inversă proporţionalitate, iar pentru una dintre ele nivelul mediu se calculează ca media aritmetică, atunci în mod obligatoriu nivelul mediu al celei de-a doua variabile se calculează ca medie armonică.

În cazul în care din evidenţele curente ale agenţilor economici se cunoaşte consumul specific individual de timp de muncă (t_i) şi cheltuielile totale de timp de muncă ($t_i q_i$), nivelul mediu al consumului specific de timp de muncă se va calcula după relaţia (5.32).

$$\overline{t} = \frac{\sum_{i=1}^{r} T_i}{\sum_{i=1}^{r} q_i} = \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i q_i}{\sum_{i=1}^{r} \frac{1}{t_i} (t_i q_i)}. \qquad (5.32)$$

Din observaţia anterioară rezultă că media armonică este egală cu media aritmetică calculată din aceleaşi valori ale caracteristicii, dacă se folosesc ponderi compuse diferite. Astfel, dacă pentru media aritmetică se folosesc ponderile n_i sau f_i, iar pentru media armonică se iau în considerare ponderile compuse $x_i n_i$ sau $x_i f_i$, atunci

$$\overline{x}_h = \frac{\sum_{i=1}^{r} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{r} \frac{1}{x_i} (x_i n_i)} = \frac{\sum_{i=1}^{r} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i} = \overline{x}. \qquad (5.33)$$

Asemenea cazuri în care media armonică apare ca o formă transformată a mediei aritmetice se întîlnesc atunci cînd se calculează media unor indicatori derivaţi exprimaţi ca mărimi relative sau ca mărimi medii parţiale. Media armonică se foloseşte, de exemplu, la calculul preţului mediu şi al indicelui mediu al preţu-

Scanned with OKEN Scanner

rilor în cazul în care lipsesc informaţiile despre volumul fizic al circulaţiei mărfurilor; la calculul salariului mediu pe unitatea economică în cazul în care se cunosc salariile medii şi fondurile de salarii de la nivelul secţiilor; la calculul recoltei medii a unei societăţi în cazul în care se cunosc recoltele medii şi totale pe formele de organizare ale societăţii respective; la calculul procentului mediu al sarcinii de plan al unui agent economic în cazul în care s-au stabilit procentele sarcinii şi producţiile planificate (programate) pe fiecare formă de organizare a acestuia etc. În toate aceste exemple observăm că se cunosc valorile individuale ale caracteristicii x_i $(i=\overline{1,r})$ şi ponderile complexe x_in_i sau x_if_i $(i=\overline{1,r})$. Dacă în exemplele prezentate s-ar fi cunoscut valorile x_i $(i=\overline{1,r})$ şi frecvenţele simple, corespunzătoare n_i sau f_i $(i=\overline{1,r})$ cum ar fi volumul fizic al circulaţiei mărfurilor, numărul muncitorilor, suprafaţa cultivată etc., nivelul mediu al caracteristicilor derivate analizate s-ar fi obţinut utilizînd media aritmetică ponderată.

In concluzie, dacă se cunosc mărimile medii sau relative parţiale x_i şi numitorii parţiali din care acestea s-au obţinut n_i sau f_i, atunci pentru calculul nivelului mediu este necesară utilizarea mediei aritmetice ponderate; dacă se cunosc mărimile medii sau relative parţiale şi numărătorii parţiali din care acestea s-au obţinut x_in_i sau x_if_i (cu $i=\overline{1,r}$), pentru calculul nivelului mediu se poate utiliza media armonică.

In alte situaţii practice pentru determinarea valorii medii a unei caracteristici este necesar să se utilizeze alte tipuri de medii, cum ar fi media pătratică sau media geometrică.

C. **Media pătratică.** Aceasta reprezintă o altă modalitate de determinare a valorii medi a unei caracteristici şi se notează cu $\overline{x_p}$. Conform raţionamentului din (5.1)[1]—(5.4), cu $h(x)=x^2$, media pătratică reprezintă acea valoare a caracteristicii care, dacă ar substitui fiecare valoare individuală, suma pătratelor acestora nu s-ar modifica. Deci,

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \overline{x}_p^2 + \ldots + \overline{x}_p^2 = n\overline{x}_p^2. \tag{5.34}$$

Rezultă că media pătratică simplă este dată de următoarea relaţie:

$$\overline{x}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}. \tag{5.35}$$

[1] Proprietatea din (5.1) şi (5.3) poate fi formulată sintetic astfel: $f(x_1^2, x_2^2, \ldots, x_n) = \Delta f(x^2, x^2, \ldots, x^2)$.

Scanned with OKEN Scanner

In cazul seriilor de distribuţie de frecvenţe calculul mediei pătratice ponderate se efectuează după relaţiile (5.36) sau (5.37) obţinute pe baza raţionamentului din (5.3)[1] şi (5.4). Deci,

— dacă frecvenţele sînt absolute

$$\bar{x}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}}; \qquad (5.36)$$

— dacă frecvenţele sînt relative (exprimate în procente), atunci relaţia (5.36) devine:

$$\bar{x}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i^2 f_i}{100}}. \qquad (5.37)$$

Relaţiile (5.34)—(5.37) evidenţiază faptul că media pătratică se poate calcula pentru orice şir de valori pozitive, nule sau negative. Cu toate acestea ea are sens de valoare a tendinţei centrale în cazul în care toate valorile individuale x_i sînt pozitive. Însă indiferent de sensul valorilor individuale $\{x_i\}$, $i=\overline{1,n}$, media pătratică este mai mare decît media lor aritmetică[1]. Nivelul mediu calculat ca medie pătratică este influenţat în mare măsură de cele mai ridicate valori individuale din seria $\{x_i\} i=\overline{1,n}$.

Considerentele de mai sus conduc la concluzia că media pătratică este recomandabilă pentru calculul valorii medii în cazul în care în seria analizată predomină valorile ridicate sau se doreşte să se acorde o importanţă mai mare acelor unităţi pentru care caracteristica prezintă cele mai mari valori absolute. Media pătratică se foloseşte, de asemenea, frecvent pentru calculul mediei abaterilor valorilor individuale de la nivelul lor mediu, indicator care oferă informaţii utile pentru aprecierea omogenităţii seriei analizate.

D. **Media geometrică** se notează cu $\bar{x}_g$. Spre deosebire de tipurile de medii prezentate, care se bazează pe o relaţie de aditivitate între termenii seriei statistice, media geometrică folosită pentru calculul valorii medii a caracteristicii are la bază o relaţie multiplicativă acea valoare $\bar{x}_g$ a caracteristicii care, dacă ar înlocui toate valorile individuale, produsul lor nu s-ar modifica: $f(x_1, x_2 \ldots \ldots x_n) = f(\bar{x}_g\, \bar{x}_g \ldots \bar{x}_g)$.

[1] Media pătratică este egală cu media aritmetică şi cu celelalte tipuri de medii, dacă valorile individuale din care se calculează sînt egale între ele.

Scanned with OKEN Scanner

Fie $\{x_i\}$, $i=\overline{1,n}$ o serie statistică și $\bar{x}_g$ — media geometrică a termenilor seriei. Atunci potrivit definiției avem:

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \cdot x_2 \ldots x_n = \bar{x}_g \cdot \bar{x}_g \ldots \bar{x}_g = \bar{x}_g^n. \tag{5.38}$$

Rezultă că relația de calcul a mediei geometrice simple este:

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}. \tag{5.39}$$

Logaritmînd această expresie, obținem:

$$\log \bar{x}_g = \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}{n} \quad \text{sau}$$

$$\bar{x}_g = \text{antilog} \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}{n}. \tag{5.40}$$

In cazul unei serii de distribuție de frecvențe relația de calcul a mediei geometrice ponderate se obține dacă în (5.38) și (5.39) fiecare valoare individuală se multiplică de un număr de ori egal cu frecvența lor de apariție. Deci,

$$\bar{x}_g = \sqrt[\sum_{i=1}^{r} n_i]{\prod_{i=1}^{r} x_i^{n_i}}. \tag{5.41}$$

Logaritmînd relația (5.41) se obține

$$\log \bar{x}_g = \frac{\sum_{i=1}^{r} n_i \log x_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i} \tag{5.42}$$

sau

$$\bar{x}_g = \text{antilog} \frac{\sum_{i=1}^{r} n_i \log x_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}.$$

Din relațiile (5.38)—(5.42) rezultă, în mod evident, observații utile pentru folosirea acestui tip de medie. Astfel, calculul nivelu-

lui mediu al unei caracteristici ca medie geometrică are sens numai atunci cînd relaţia de multiplicitate a termenilor seriei este posibilă şi are sens economic. Din această cauză media geometrică se foloseşte frecvent în cazul seriilor dinamice la calculul mediilor (al indicelui mediu) din mărimile relative de dinamică, deoarece între acestea există o relaţie de produs. In cazul seriilor de distribuţie media geometrică se foloseşte mai rar numai atunci cînd termenii seriei prezintă o pronunţată concentrare spre cele mai mici valori individuale, sau cînd se urmăreşte să se acorde o importanţă deosebită acelor unităţi ale colectivităţii pentru care caracteristica a înregistrat cele mai mici valori.

Dacă cel puţin un termen al seriei este nul sau negativ, media geometrică calculată pentru seria analizată nu are nici sens economic şi nici sens de valoare a tendinţei centrale a repartiţiei studiate.

Deoarece media geometrică este egală cu antilogaritmul mediei aritmetice a logaritmilor valorilor individuale ale seriei, ea se mai întîlneşte şi sub denumirea de medie logaritmică.

Media geometrică are o serie de proprietăţi care diferă de proprietăţile celorlalte tipuri de medii. Dintre acestea amintim:

In cazul mediei geometrice abaterile termenilor seriei faţă de media lor nu se calculează sub formă de diferenţe, ci sub formă de rapoarte $\left(\frac{x_i}{\bar{x}_g},\ i=\overline{1,n}\right)$. Produsul acestor rapoarte este egal cu 1. Deci,

$$\prod_{i=1}^{n}\frac{x_i}{\bar{x}_g}=\frac{x_1}{\bar{x}_g}\cdot\frac{x_2}{\bar{x}_g}\cdot\frac{x^3}{\bar{x}_g}\cdots\frac{x_n}{\bar{x}_g}=\frac{\prod_{i=1}^{n}x_i}{\bar{x}_g^n}\frac{\bar{x}_g^n}{\bar{x}_g^n}=1. \qquad (5.43)$$

Media geometrică a unui ansamblu structurat în două sau mai multe subansambluri poate fi calculată direct, în funcţie de media geometrică a fiecărui subansamblu, după relaţia (5.44):

$$\bar{x}_g=\sqrt[\sum_{j=1}^{m}n_j]{\prod_{j=1}^{m}\bar{x}_{gj}^{n_j}} \qquad (5.44)$$

sau

$$\bar{x}_g=\text{antilog}\frac{\sum_{j=1}^{m}n_j\log\bar{x}_g}{\sum_{j=1}^{m}n_j}, \qquad (5.45)$$

Scanned with OKEN Scanner

unde $\bar{x}_{gj}$ este media geometrică parțială a subansamblului j; n_j — numărul de unități (observații) din subansamblul j.

Relațiile (5.44) și (5.45) devin

$$\bar{x}_g = \sqrt[m]{\prod_{j=1}^{m} \bar{x}_{gj}} \tag{5.46}$$

sau

$$\bar{x}_g = \text{antilog} \frac{\sum_{j=1}^{m} \log x_{gj}}{m} \tag{5.47}$$

în cazul în care frecvențele subansamblurilor sînt egale între ele.

Metoda geometrică a raportului dintre două caracteristici independente este egală cu raportul mediilor geometrice ale celor două caracteristici. Prin urmare, fie X, Y, Z, cu $Z=X/Y$, caracteristicile urmărite și în funcție de care în aceeași colectivitate se formează seriile $\{x_i\}$, $\{y_i\}$ și $\{z_i\}$, cu $i=1, n$, unde z_i/y_i. Atunci

$$\bar{z}_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} z_i} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} \frac{x_i}{y_i}} = \frac{\bar{x}_g}{\bar{y}_g}. \tag{5.48}$$

Media geometrică a unui produs de caracteristici independente este egală cu produsul mediilor geometrice ale caracteristicolr respective. Deci, dacă $x_i=z_iy_i$, cu $i=\overline{1, n}$, atunci avem:

$$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} z_i y_i} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} y_i} \cdot \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} z_i} = \bar{y}_g \cdot \bar{z}_g. \tag{5.49}$$

In concluzie, una dintre cele mai importante probleme care se pune atunci cînd dorim să evaluăm esența din forma de manifestare a unui fenomen o reprezintă identificarea celei mai adecvate metode de calcul a valorii medii. Decizia alegerii tipului de medie trebuie să fie precedată de analiza calitativă a fenomenului urmărit. In caz contrar este posibil să se comită erori de metodă cu efecte nedorite, deoarece între tipurile de medii există o anumită relație de ordine.

5.2.2. Relația de ordine a tipurilor de medii

Pentru determinarea relației de ordine a tipurilor de medii prin care se calculează indicatorul tendinței centrale considerăm funcția $y=h(x)$ strict monotonă, definită pe intervalul de variație

Scanned with OKEN Scanner

$[\overline{x_1, x_r}]$. In aceste condiții numim media h a unei variabile discrete X de valori x_i și frecvențe f_i cantitatea $h(\bar{x})$ pentru care[1]:

$$h(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{r} f_i h(x_i). \tag{5.50}$$

In graficul funcției $y=h(x)$, prezentat în fig. 5.1, luăm în considerare ansamblul punctelor $M_i(x_i, y_i)$, cu $i=\overline{1, r}$, centrul de greutate G de coordonate:

$$x_G = \sum_{i=1}^{r} f_i x_i = \bar{x}; \tag{5.51}$$

$$y_G = \sum_{i=1}^{r} f_i y_i = \sum_{i=1}^{r} f_i h(x_i) = h(\bar{x}) = \bar{y}.$$

Se observă că media h $(h, (\bar{x})$ în fig. 5.1 este abscisă punctului la curba $y=h(x)$, a cărui ordonată este egală cu y_G, ordonata centrului de greutate.

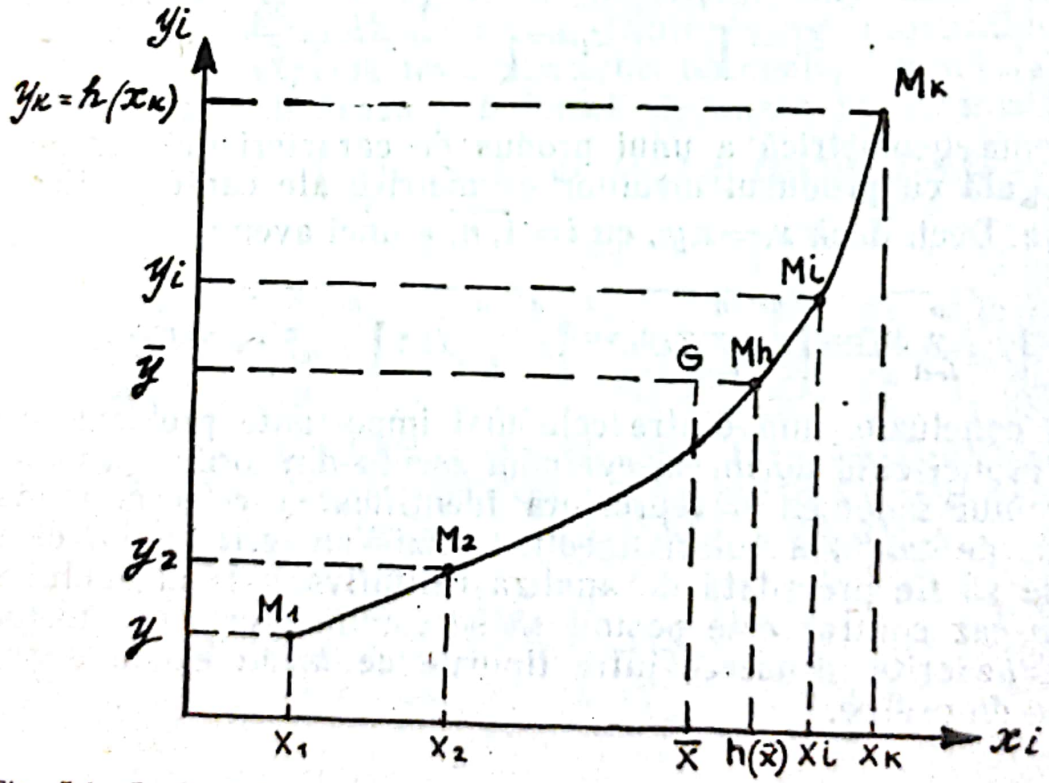


Fig. 5.1. Graficul funcției $y=h(x)$ și poziția mediei h față de centrul de greutate G.

[1] In raționament se pot utiliza nu numai frecvențele relative, ci și frecvențele absolute.

Scanned with OKEN Scanner

Analizîndu-se convexitatea sau concavitatea funcției $h(x)$ cît și poziția punctului G în funcție de aceasta, se constată că între media h și media aritmetică există anumite relații. Astfel,

$$\begin{aligned} &h(\bar{x}) > \bar{x}, \text{ dacă } h'(x) \cdot h''(x) > 0^1 \\ &h(\bar{x}) = \bar{x}, \text{ dacă } h'(x) \cdot h''(x) = 0^2 \\ &h(x) < x, \text{ dacă } h'(x) \cdot h''(x) < 0. \end{aligned} \tag{5.52}$$

Relația (5.52) evidențiază faptul că decizia de alegere a tipului de medie utilizat pentru calculul valorii medii a unei caracteristici este precedată atît de analiza calitativă a fenomenului urmărit, cît și de identificarea funcției după care se produce și se manifestă fenomenul. Astfel, dacă se ia $h(x) = x^k$ $(k \in Z)$, atunci pentru valorile individuale x_i, $i = \overline{1, r}$ (pozitive), cuprinse într-un interval de variație finit, se definește media de ordin k sau momentul simplu de ordin k (notația se consacră fiind m_k). Aplicînd relația (5.52), se poate aprecia poziția mediei m_k față de media aritmetică. Deci,

$$h'(x) \cdot h''(x) = k^2(k-1)\, x^{2k-3}. \tag{5.53}$$

Din (5.53) se observă că

$$\begin{aligned} &m_k > \bar{x}, \text{ dacă } k > 1; \\ &m_k = \bar{x}, \text{ dacă } k = 1^3; \\ &m_k < \bar{x}, \text{ dacă } k < 1. \end{aligned} \tag{5.54}$$

Prin urmare, luînd pe k întreg, variabil, în funcția $h(x)$ și (5.53)—(5.54) se obține o infinitate de tipuri de medii. In particular, dacă se ia k variabil între —1 și 2 se obține

pentru $k = -1$, media armonică $\bar{x}_h$;
pentru $k = 0$, media geometrică $\bar{x}_g$;
pentru $k = 1$, media aritmetică $\bar{x}$;
pentru $k = 2$, media pătratică $\bar{x}_p$.

Raționamentul de mai sus (inegalitățile dintre funcțiile $h(x)$ cu $k \in \{-1; 0; 1; 2\}$ conduce la concluzia că între tipurile de medii prezentate există următoarea relație de ordine.

$$\bar{x}_h \leqslant \bar{x}_g \leqslant \bar{x} \leqslant \bar{x}_p. \tag{5.55}$$

Relația de ordine (5.55) este vizualizată și în fig. 5.2.

---

[1] $h'(x)$ și $h''(x)$ sînt prima și a doua derivată a funcției $h(x)$.
[2] Egalitatea există și în cazuri în care valorile individuale sînt egale între ele: $x_1 = x_2 = \ldots = x_r$.
[3] Media geometrică se obține și dacă se ia $h(x) = \log x$ în (5.1)—(5.4).

Scanned with OKEN Scanner

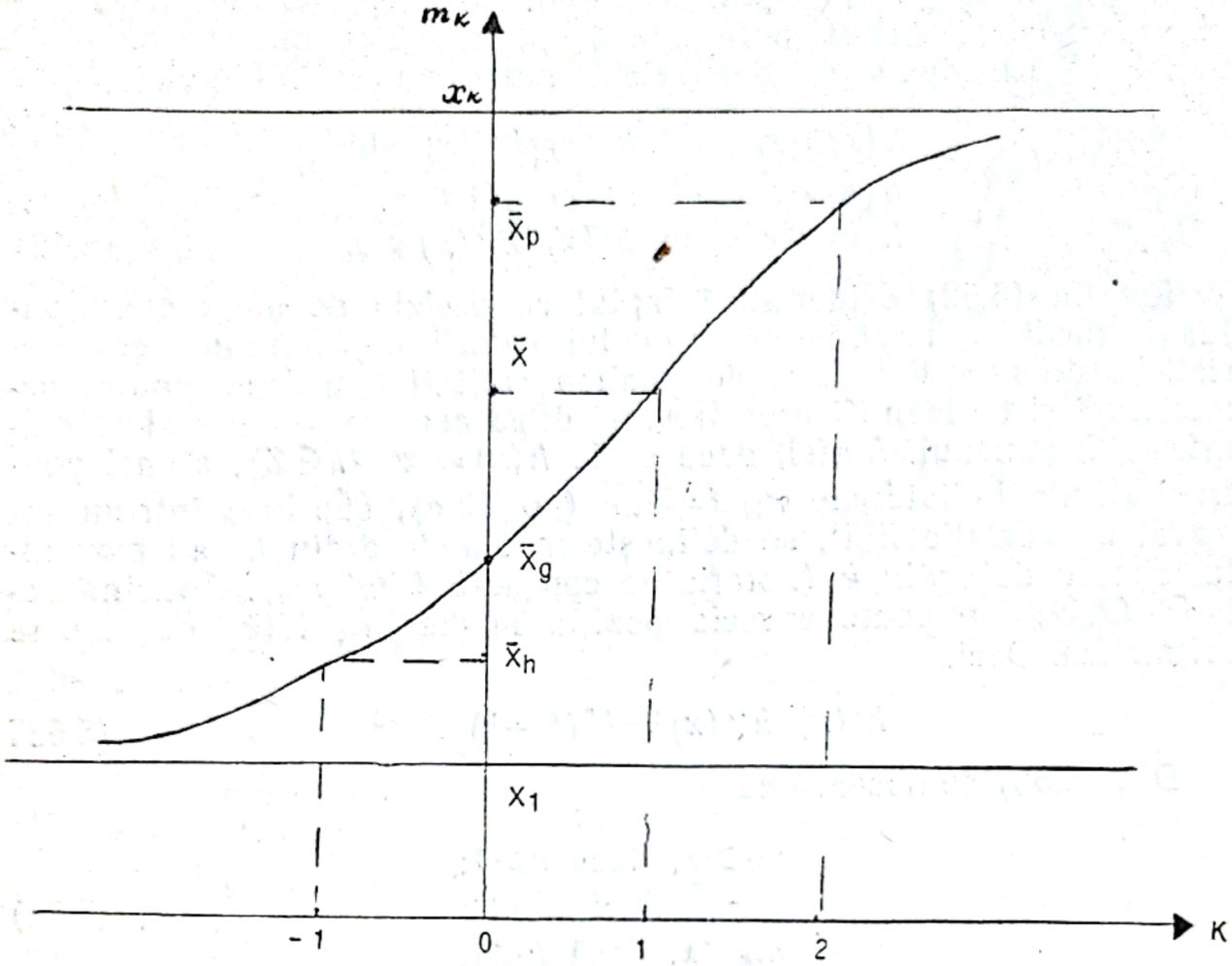


Fig. 5.2. Inegalitatea mediilor

5.3. INDICATORII DE POZIȚIE

Analiza tendinței centrale în seriile de repartiție presupune luarea în considerare nu numai a valorilor individuale ale caracteristicii, ci și a formei în care se repartizează frecventele de apariție a acestor valori. Prin urmare, caracterizarea tendințelor centrale presupune un sistem de indicatori care să cuprindă pe lîngă valoarea medie a caracteristicii și valori ce structurează repartiția. Aceasta înseamnă că la analiza unei serii de repartiție se poate considera valoare tipică nu numai media, ci și indicatorii de poziție: mediana, cuartilele, decilele, modulul (dominanta) etc.

O parte din indicatorii de poziție prin locul pe care îl ocupă în cadrul variantelor caracteristicii evidențiază tendința de aglomerare, de concentrare a frecvențelor în zona centrală a distribuțiilor statistice. Din această cauză indicatorii de poziție prezintă o mare aplicabilitate, fiind folosiți în mod special pentru estimarea nivelului mediu, aprecierea gradului de semnificație a mediei, eva-

Scanned with OKEN Scanner

luarea asimetriei distribuţiilor, obţinerea unor informaţii utile despre modul de repartizare a frecvenţelor într-o serie etc.

5.3.1. Valoarea mediană şi valoarea medială

Mediana reprezintă acea valoare a caracteristicii situată la mijlocul seriei sau repartiţiei statistice, cu valorile individuale aranjate în ordine de mărime crescătoare sau descrescătoare. Cu alte cuvinte, mediana (*Me*) împarte numărul unităţilor la care s-a observat o anumită caracteristică în două părţi egale; numărul observaţiilor care prezintă valori individuale inferioare medianei este egal cu numărul celor care au valori individuale superioare medianei[1].

Potrivit definiţiei date determinarea medianei depinde de natura seriei analizate şi presupune ordonarea termenilor seriei şi stabilirea locului medianei în serie.

Cazul seriei simple. Pentru o serie ordonată cu un număr impar de termeni, mediana este valoarea corespunzătoare termenului de rang $\frac{n+1}{2}$. De exemplu: mediana seriei 5; 8; 13; 28; 34; 40;

$$\downarrow$$
$$Me=28$$

61, iar mediana seriei 8; 6; 5; 7; 4; 1; 1; $\Rightarrow$ 8; 7; 6; 5; 4; 1; 1.

$$\downarrow$$
$$Me=5$$

In cazul seriei ordonate cu un număr par de termeni mediana este valoarea situată între termenii de rang $\frac{n}{2}$ şi $\frac{n+2}{2}$. In această situaţie mediana se determină, în mod convenţional, ca medie aritmetică a termenilor de rang $\frac{n}{2}$ şi de rang $\frac{n+2}{2}$

De exemplu: rang 4 rang 5

$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$5;\ 8;\ 13;\ 28;\ 34;\ 40;\ 61;\ 63$$
$$\uparrow\_\_\_\_\_\uparrow$$
interval median

$$Me=\frac{x_4+x_5}{2}=31.$$

[1] Mediana se mai numeşte valoarea echiprobabilă a caracteristicii, deoarece $P(x<Me)=\frac{1}{2}$ şi $P(x>Me)=\frac{1}{2}$.

Scanned with OKEN Scanner

Observăm că dacă în cazul seriei simple impare mediana determinată respectă pe deplin definiția dată, în cazul seriei pare mediana nu respectă la fel de bine definiția dată, deoarece ea se determină în mod convențional ca medie aritmetică între termenii de rang $\frac{n}{2}$ și de rang $\frac{n+2}{2}$.

Cazul seriei de distribuție de frecvențe. În cazul unei serii de distribuție de frecvențe, pe variante distincte, semnificația medianei suferă uneori (deoarece apare nesigură) datorită modului de determinare. În mod frecvent se utilizează (în această situație) următorul principiu[1]: mediana se ia acea valoare a caracteristicii corespunzătoare primei frecvențe cumulate ascendent care depășește $\frac{\sum_{i=1} n_i+1}{2}$.

Aplicația 5.2. Se consideră că în urma unui control de calitate efectuat asupra a 100 de loturi dintr-un produs s-au obținut următoarele date:

Tabelul 5.3

Distribuția loturilor de produse după numărul de rebuturi (date convenționale)

Număr de rebuturi dintr-un lot (x_i)	Număr de loturi (n_i)	Număr cumulat crescător de loturi (F_{ai})
0	10	10
1	20	30
2	40	70
3	15	85
4	10	95
5	5	100
Total	100	—

Prima frecvență cumulată ascendent care depășește $\frac{100+1}{2} = 50{,}5$ este 70. Prin urmare, numărul median de rebuturi este 2 (varianta corespunzătoare frecvenței cumulate 70). Valoarea medianei astfel determinată nu răspunde definiției date în sensul de valoare cu proprietatea că numărul valorilor mai mari și al celor mai mici decît ea trebuie să fie egal. În exemplul nostru observăm

[1] Analog se procedează și în cazul cînd frecvențele sînt relative.

Scanned with OKEN Scanner

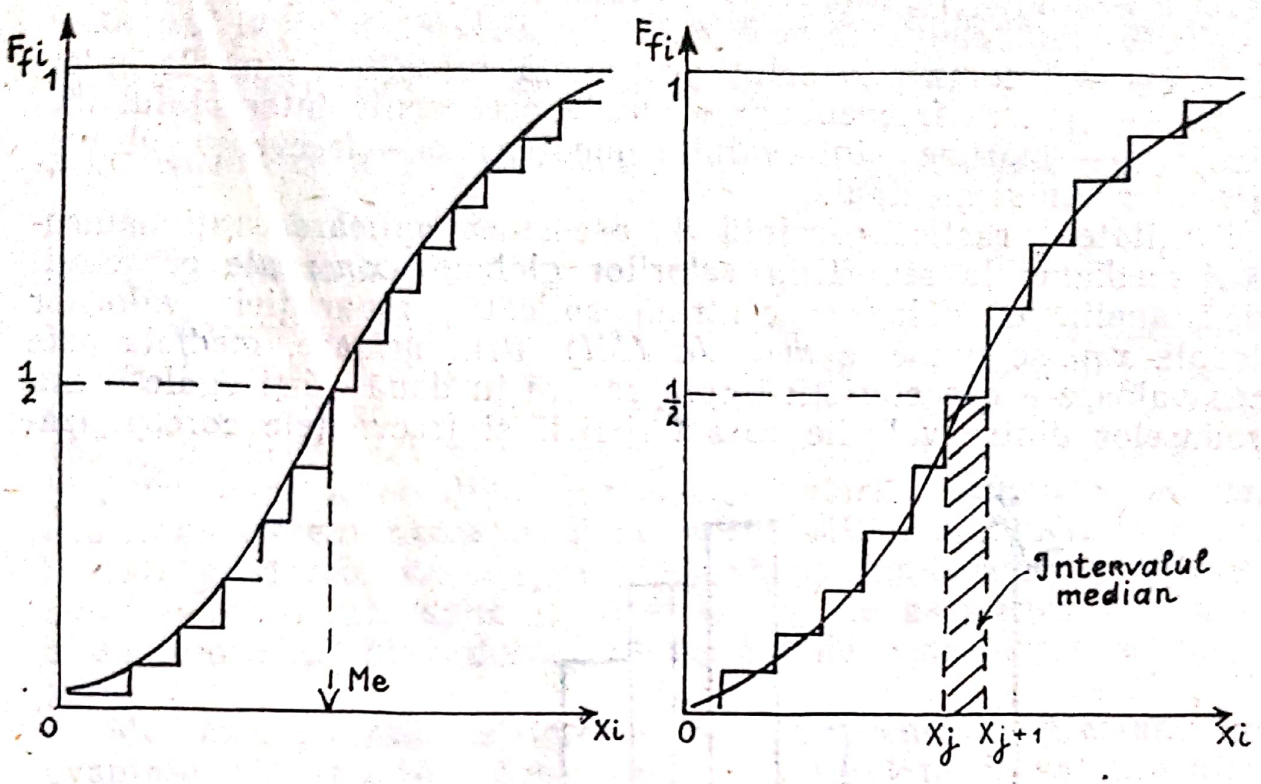


Fig. 5.3. Determinarea medianei şi a intervalului median

că numai 30% de loturi au un număr de rebuturi mai mic decît numărul median şi cu 50%, cum cere definiţia. In aceste situaţii se recomandă să se renunţe la mediană ca valoare tipică pentru caracterizarea tendinţei centrale a repartiţiei şi să se recurgă la alte valori tipice.

In cazul distribuţiei de frecvenţe pe intervale (caz în care datele îşi pierd individualitatea) mediana se determină prin procedeul de interpolare liniară, care are la bază ipoteza repartiţiei normale a frecvenţelor în intervalul median (fig. 5.3).

Procedeul de determinare a valorii mediane a caracteristicii în cazul seriilor de distribuţie pe intervale se desfăşoară în următoarele etape (vezi şi fig. 5.3):

— se determină intervalul median (locul medianei). Intervalul median este considerat acel interval care corespunde primei frecvenţe cumulate ascendent ce depăşeşte $\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{r} n_i + 1\right)$.

In cadrul intervalului median valoarea medianei se determină cu relaţia

$$Me = x_j + h_j \frac{\frac{1}{2} F_{ak+1} - F_{aj-1}}{n_j}, \qquad (5.56)$$

unde x_j — limita inferioară a intervalului median j; F_{ak} — frecvența absolută cumulată maximă sau numărul total al frecvențelor; F_{aj-1} — frecvența absolută cumulată crescător pînă la intervalul j—1 (suma frecvențelor absolute precedente intervalului median); h_j — mărimea intervalului median; n_j — frecvența absolută a intervalului median[1].

Utilitatea practică prezintă de asemenea aplicarea raționamentului medianei la repartiția valorilor globale ($x_i n_i$) ale caracteristicii analizate. Valoarea centrală aplicată repartiției valorilor globale $x_i n_i$ se numește *medială (Ml)*. Prin urmare, mediala este acea valoare a caracteristicii care separă în două părți egale suma produselor dintre valorile caracteristicii și frecvențele corespunză-

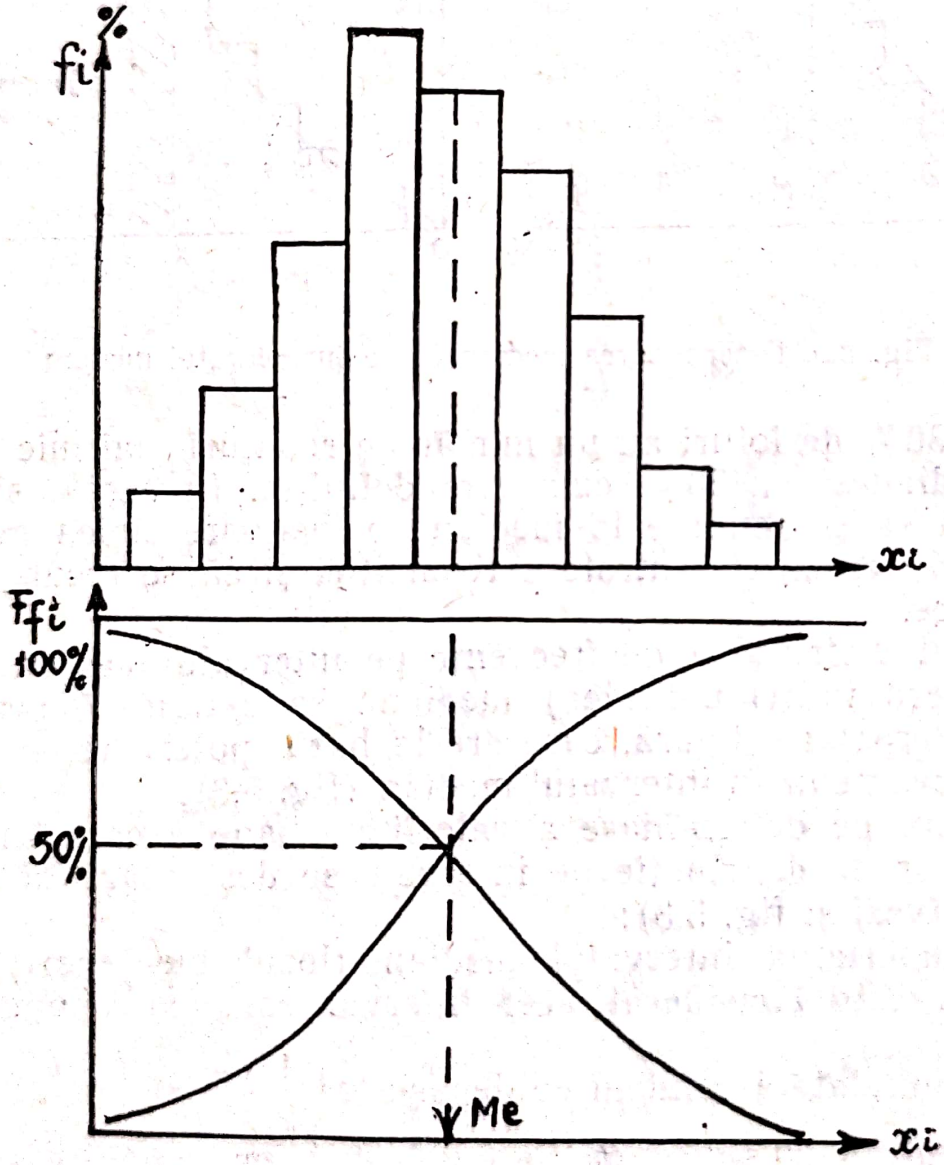


Fig. 5.4. Aproximarea grafică a medianei

[1] In mod analog se determină mediana, dacă dispunem de frecvențe relative.

Scanned with OKEN Scanner

toare $\left(\sum_{i=1}^{r} x_i n_i\right)$. Dacă nu se cunoaşte suma valorilor reale pe baza unei centralizări înscrise odată cu seria, ele se pot aproxima prin centrele de interval. Mediala este $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} x_i$ într-o serie simplă şi $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{r} x_i n_i$ în cazul seriei de frecvenţe. În cazul seriei de intervale valoarea medială se găseşte de asemenea într-un interval de valori. Deci, ea trebuie calculată. Procedeul de determinare a medialei este similar cu cel al medianei, cu precizarea că în relaţia (5.56) în locul frecvenţelor absolute şi cumulate se va lua $x_i n_i$ corespunzătoare intervalului median şi valorile cumulate ale valorilor $x_i n_i$. Determinarea medialei este justificată numai în măsura în care produsele $x_i n_i$ au un conţinut economic concret. Diferenţa absolută dintre mediană şi medială are de asemenea conţinut şi oferă informaţii utile despre fenomenul de concentrare a frecvenţelor.

Mediana, ca valoare tipică a tendinţei centrale, prezintă unele avantaje faţă de medie, deoarece nu este afectată de valorile individuale extreme ale seriei şi este mai stabilă, mai puţin afectată de fluctuaţiile de selecţie. În schimb media prezintă alte avantaje care o determină să fie considerată valoare tipică superioară medianei. Deseori, sînt necesare raţionamente teoretice cu caracter comparativ în care mediana nu se poate utiliza,. deoarece mediana sumei sau a diferenţei observaţiilor din două sau mai multe serii nu este, în general, egală cu suma sau diferenţa medianelor mai multor serii.

Intr-o serie cu grad mare de variaţie se calculează şi alţi indicatori de poziţie, cum sînt cuantilele.

5.3.2. Cuantilele de ordin $k>2$[1]

Cuantilele de ordin k (C_k) sînt valori ale caracteristicii care împarte distribuţia statistică ordonată în k părţi egale cu acelaşi efectiv $\frac{1}{k}$ din numărul total al unităţilor.

---

[1] Cuantilele se mai numesc şi valori echiprobabile, deoarece $P[x \leqslant Ck] = \frac{1}{k}$ şi $P[x > Ck] = \frac{1}{k}$.

Dacă $k=\begin{cases} 2 \text{ cuantile corespunzătoare se numesc } \textit{mediană} \\ 4 \text{ cuantile se numesc } \textit{cuartile} \\ 10 \text{ cuantile se numesc } \textit{decile} \text{ etc.} \end{cases}$

Cuartilele (cuantilele de ordin 4) sînt acele valori ale caracteristicii care împarte seria ordonată în patru părţi egale.

Procedeul de determinare a cuartilelor este asemănător cu cel al determinării medianei.

Pentru o serie simplă determinarea cuartilelor Q_1, $Q_2=Me$, Q_3 este efectuată după procedeul prezentat la mediană. În cazul seriei de distribuţie de frecvenţe pe variante Q_1 este considerată ca fiind valoarea caracteristicii corespunzătoare primei frecvenţe cumulate ascendent care depăşeşte $\frac{1}{4}(F_{ak}+1)=\frac{1}{4}\left(\sum_{i=1}^{r} n_i+1\right)$; $Q_2=$Me; iar Q_3 este acea valoare a caracteristicii corespunzătoare primei frecvenţe cumulate ascendent care depăşeşte $\frac{3}{4}(F_{ak}+1)=$ $=\frac{3}{4}\left(\sum_{i=1}^{n} n_i+1\right)$. Dacă seria de distribuţie de frecvenţe este de intervale, unde valorile individuale îşi pierd individualitatea, valorile aproximative ale cuartilelor (Q_1, $Q_2=Me$ şi Q_3) se determină prin procedeul de interpolare liniară astfel:

— se stabilesc intervalele în care se situează Q_1, Q_2 şi Q_3. Acestea sînt intervalele corespunzătoare primelor frecvenţe cumulate ascendent care depăşesc $\frac{1}{4}(F_{ak}+1)$; $\frac{2}{4}(F_{ak}+1)$; $\frac{3}{4}(F_{ak}+1)$;

— în etapa anterioară în cadrul intervalelor identificate valorile cuartilelor (Q_1, Q_2, Q_3) se determină după următorul sistem de relaţii[1]:

$$\begin{cases} Q_1=x_{ja1}+h_{ja1}\dfrac{\frac{1}{4}(F_{ak}+1)-F_{aja1-1}}{n_{ja1}}; \\ Q_2=x_{ja2}+h_{ja2}\dfrac{\frac{2}{4}(F_{ak}+1)-F_{aja2-1}}{n_{ja2}}=Me; \\ Q_3=x_{ja3}+h_{ja3}\dfrac{\frac{3}{4}(F_{ak}+1)-F_{aja3-1}}{n_{ja3}}. \end{cases} \qquad (5.57)$$

[1] In mod analog se procedează, dacă se utilizează frecvenţele relative şi nu frecvenţele absolute.

Scanned with OKEN Scanner

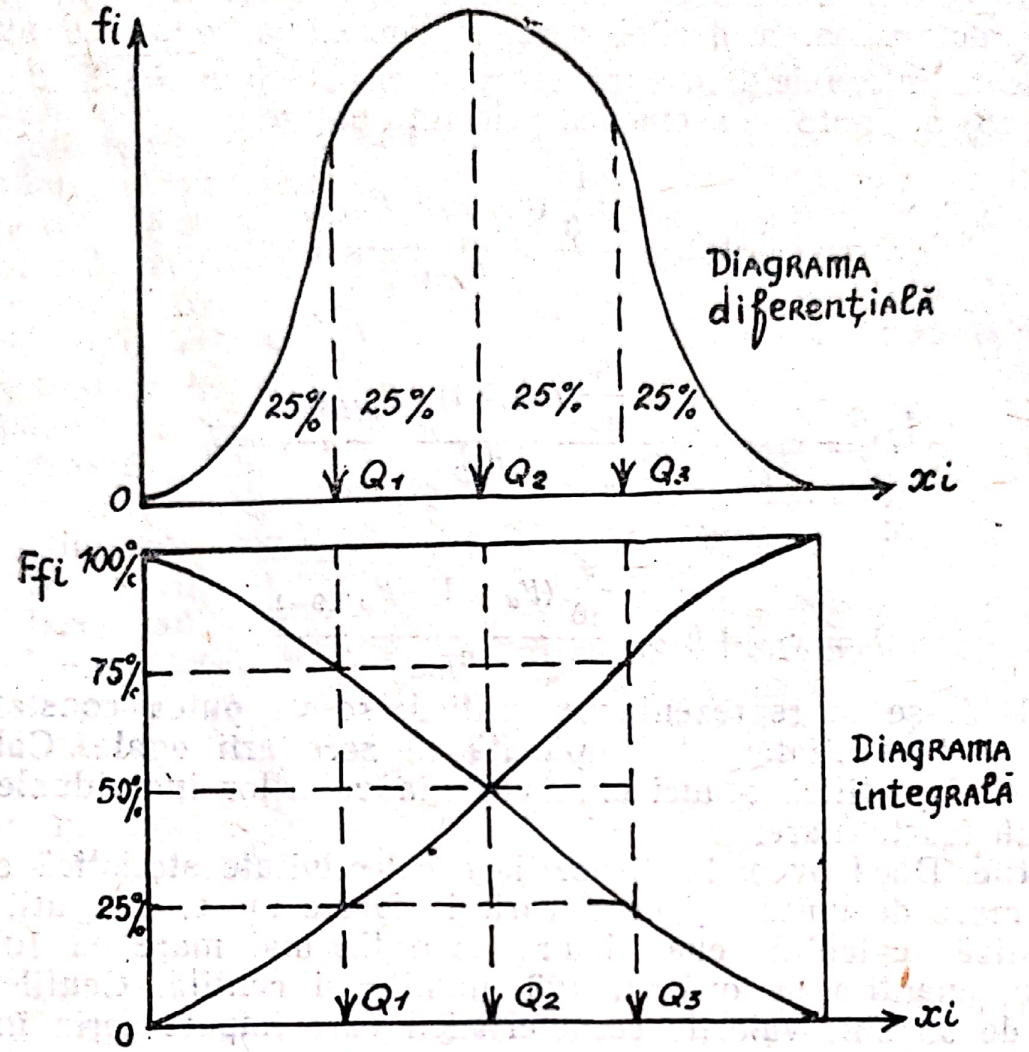


Fig. 5.5. Determinarea grafică a cuartilelor

Din reprezentările grafice (fig. 5.5) se constată că în diagrama diferențială cuartilele corespund absciselor în care dreptele paralele cu Oy împart diagrama în 4 arii egale cu 25%.

Decilele (în număr de 9) sînt acele valori ale caracteristicii care împart aria de variabilitate în zece părți (intervale) egale, conținînd fiecare 10% din numărul observațiilor.

În cadrul unei serii simple, conform definiției, cele 9 decile (D_1, D_2, D_3, D_4, $D_5=Me$, $D_6, \ldots, D_9$) se determină după procedura prezentată în cazul medianei. În cazul unei serii de distribuție de frecvențe, pe variante, decila m (D_m, $m=\overline{1,9}$) va fi considerată acea valoare corespunzătoare primei frecvențe cumulate ascendent care depășește $\frac{m}{10}(F_{an}+1)=\frac{m}{10}\left(\sum_{i=1}^{r} n_i+1\right)$ cu $m=1,\ldots,9$.

Dacă avem de-a face cu o serie de distribuție de frecvențe pe intervale, determinarea decilelor se va aproxima, după ce au fost identificate intervalele în care se găsesc D_m cu $m=\overline{1,9}$, cu relațiile (5.58) obținute de asemenea prin interpolare:

$$\begin{cases} D_1 = x_{jD1} + h_{jD1} \dfrac{\frac{1}{10}(F_{an}+1) - F_{ajD1-1}}{n_{jD1}}; \\ \vdots \\ D_5 = x_{jD5} + h_{jD5} \dfrac{\frac{5}{10}(F_{an}+1) - F_{ajD5-1}}{n_{jD9}} = Me; \\ \vdots \\ D_9 = x_{jD9} + h_{jD9} \dfrac{\frac{9}{10}(F_{an}+1) - F_{ajD9-1}}{n_{jD9}}. \end{cases} \tag{5.58}$$

Apelîndu-se la reprezentarea grafică, se va putea constata că diagrama diferențială este împărțită în zece arii egale. Calculul decilelor se justifică atunci cînd variația valorilor individuale este mare sau foarte mare.

Centile. Dacă avem la dispoziție o colectivitate statistică cu un număr mare de unități și cu o variație foarte mare, este util pentru analiză calculul cuantilelor de ordin mai mare ca 10[1]. De exemplu, cuantila de ordinul 100, numită și centilă. Centilele în număr de 99 sînt valorile caracteristicii care împart seria în 100 de părți egale (fiecare parte conținînd $\frac{1}{100}$ din numărul observațiilor efectuate).

Procedeul de determinare a centilelor este asemănător cu cel al determinării medianei, cuartilelor și decilelor (cuantilelor de ordin mai mic ca 10). Centilele de rang 25 și 75 se identifică cu Q_1 și Q_3, centila de rang 50 este identică cu mediana, iar centilele de ranguri 10, 20, 30, 40 ..., fiind decilele D_1, D_2, ..., D_9.

5.3.3. Valoarea modală

Valoarea modală (numită și valoare dominantă, valoarea cea mai probabilă sau simplu mod) reprezintă acea valoare a caracteristicii care are cea mai mare frecvență de apariție. Pe graficul

[1] In teoria și practica clasamentelor în unele domenii de activitate, de exemplu, în economia mondială, demografie, geologie, etc., unde fenomenele prezintă o foarte mare variabilitate, se utilizează în mod frecvent cuantilele de ordin superior.

Scanned with OKEN Scanner

repartiției statistice modul M_o este punctul de abscisă corespunzătoare maximului curbei de frecvențe.

Pentru o repartiție de frecvențe pe variante valoarea modală se identifică pe calea simplei examinări a șirului de frecvențe (absolute sau relative). De exemplu, pe baza datelor din tabelul 5.3 constatăm că numărul de 2 produse-rebut s-a înregistrat la cele mai multe loturi (40), el reprezentînd deci valoarea modală (nici un alt număr de produse-rebut nu revine atît de des).

In cazul în care seria este de distribuție de frecvențe pe intervale, determinarea aproximativă a modului (valorii modale) necesită parcurgerea următoarelor etape:

— identificarea intervalului modal. Intervalul modal (în care se încadrează modul) este intervalul de variație a caracteristicii analizate cu frecvență (absolută sau relativă) maximă[1];

— estimarea valorii modale. Această operație se efectuează astfel. În condiția unei repartiții simetrice sau atunci cînd intervalele/clasele adiacente intervalului modal s-ar deosebi puțin unul de altul după frecvența absolută sau relativă mijlocul intervalului modal se poate lua cu o aproximație satisfăcătoare cu valoare modală; dacă repartițiile sînt de alt tip valoarea modală se va găsi în intervalul modal mai aproape sau mai departe de centrul intervalului, în funcție de forma repartiției. Poziția modului în intervalul modal se determină în raport cu abaterea frecvenței inter-

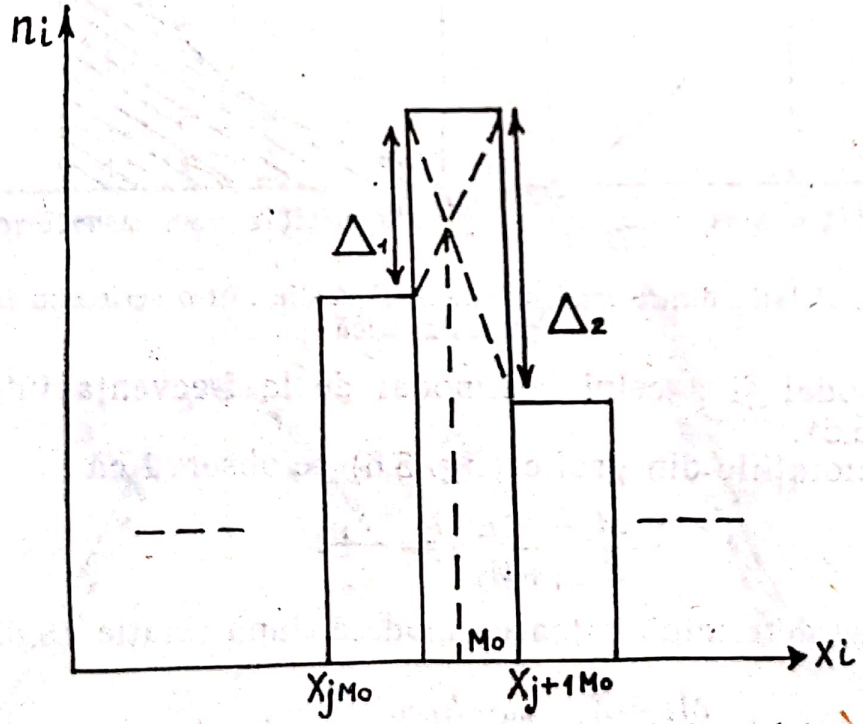


Fig. 5.6. Determinarea grafică a valorii modale

[1] Intervalul modal este, deci, intervalul cu densitatea maximă a frecvențelor.

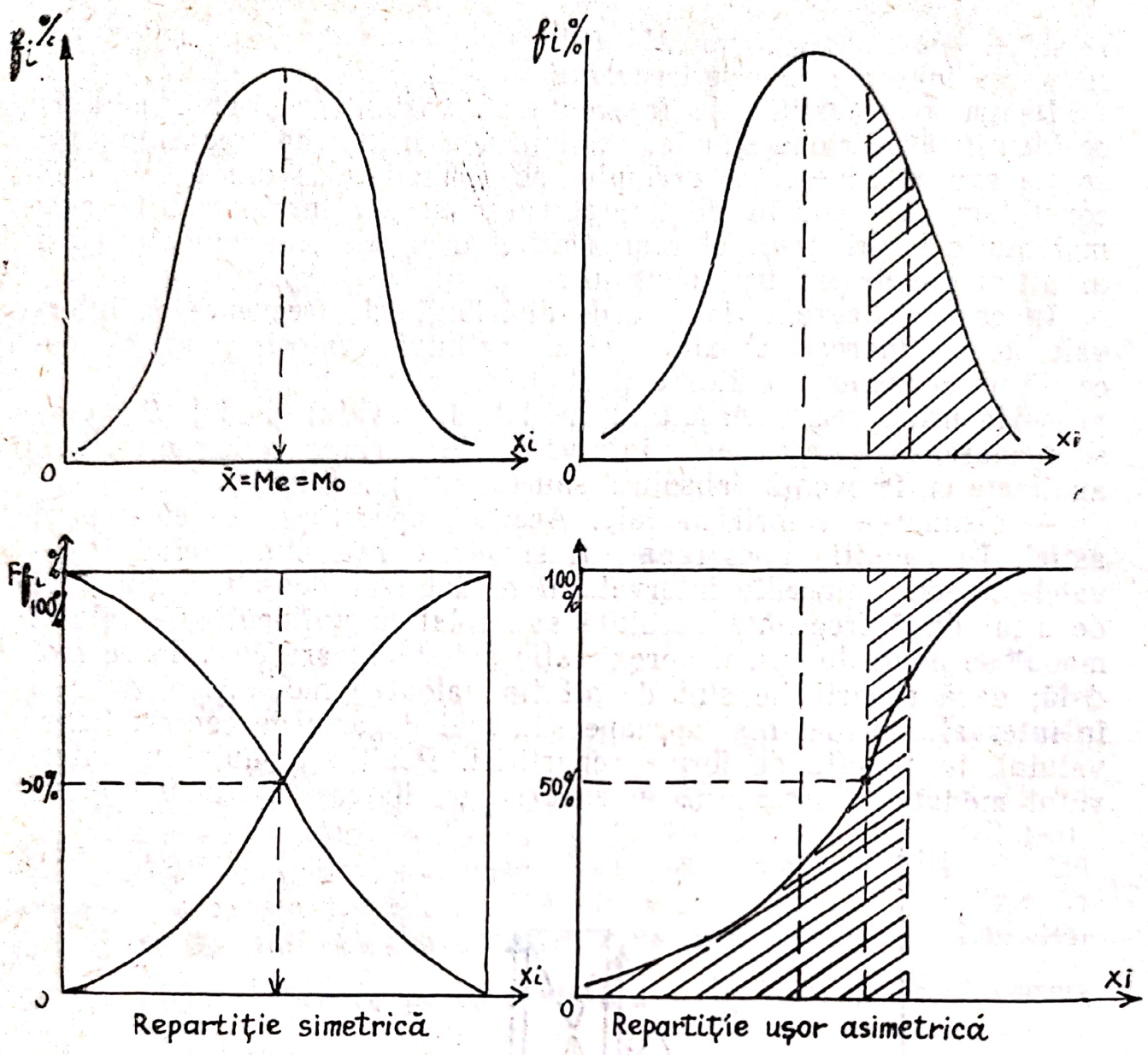


Fig. 5.7. Relaţia dintre mod, mediană şi medie într-o serie simetrică şi uşor asimetrică

valului premodal şi a celui postmodal de la frecvenţa intervalului modal (fig. 5.6).

Folosind notaţiile din grafic (fig. 5.6) se observă că

$$\frac{M_0 - X_{j-1}}{X_{j+1} + M_0} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2}. \qquad (5.59)$$

Din 5.59 se determină valoarea modală după relaţia (5.60).

$$M_o = X_{j-1Mo} + h_{jMo} \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}, \qquad (5.60)$$

unde X_{j-1Mo} — limita inferioară a intervalului modal; Δ_1 — diferen-

ţa dintre frecvenţa intervalului modal şi cea a intervalului precedent; Δ_2 — diferenţa dintre frecvenţa intervalului modal şi cea a intervalului următor; h_{Mo} — mărimea intervalului modal.

Un alt procedeu de aproximare a valorii modale este sugerat de K. Pearson. Acest procedeu se bazează pe ipoteza că distribuţia este simetrică sau moderat asimetrică. In această situaţie între mod, mediană şi media aritmetică a caracteristicii studiate există următoarea relaţie:

$$Mo = \bar{X} - 3\,(\bar{X} - Me). \qquad (5.61)$$

Această relaţie (vezi şi fig. 5.7) permite efectuarea unor observaţii:

— în orice repartiţie simetrică, unimodală $Me = Mo = \bar{x}$;

— în orice repartiţie unimodală uşor asimetrică mediana se plasează între medie şi mod; distanţa medianei faţă de mod este aproximativ egală cu dublul distanţei sale faţă de media aritmetică (fig. 5.7).

În contextul analizei şi al determinării valorii modale se menţionează că în practica statistică se întîlnesc repartiţii unimodale (cu o singură valoare modală) şi repartiţii plurimodale sau multimodale (cu mai multe valori modale). Prezenţa mai multor valori modale (una principală şi altele secundare) evidenţiază, în general, caracterul eterogen al repartiţiei, corespunzător asocierii mai multor repartiţii particulare (fig. 5.8).

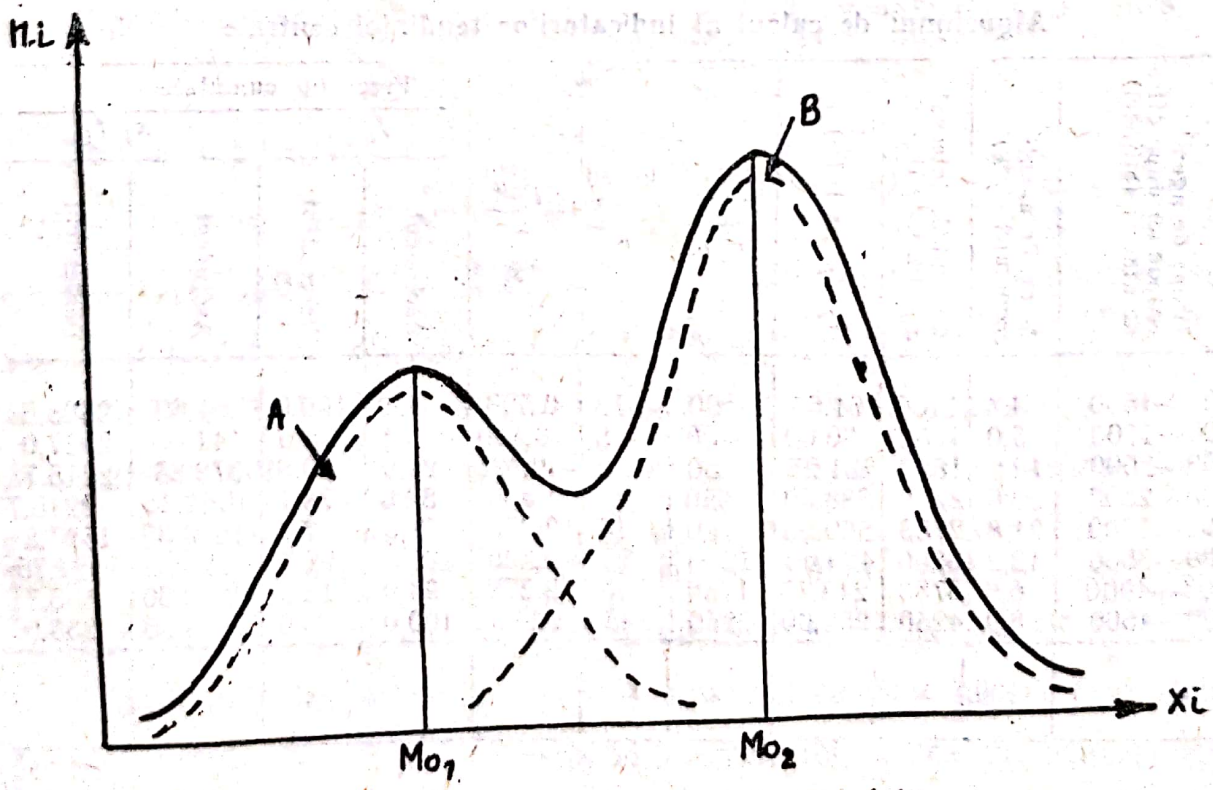


Fig. 5.8. Exemplu de repartiţie bimodală

Scanned with OKEN Scanner

Repartiţii plurimodale de tipul prezentat în fig. 5.8 se întîlnesc frecvent în demografie.

In practică se întîlnesc frecvent şi repartiţii complementare ca formă, sub formă de U. Pentru acest gen de repartiţii K. Pearson utilizează noţiunea de antimod. Acesta reprezintă acea valoare a caracteristicii care corespunde frecvenţei minime şi se determină utilizînd relaţia (5.60) cu adaptările corespunzătoare.

Prin urmare, indicatorii tendinţei centrale a unei repartiţii statistice se caracterizează în totalitate prin aceea că se determină în funcţie de conţinutul lor concret (numai în cazuri particulare se apelează la procedee convenţionale recunoscute prin eroarea minimă de estimare). Ei se exprimă în unităţile de măsură corespunzătoare caracteristicii urmărite şi au sens economic concret în cazul comparării mai multor distribuţii de natură diferită (sau de aceeaşi natură, dar distanţele pe o perioadă foarte mare de timp) etc.

Aplicaţia 5.3. Exemplificarea calculului şi analizei indicatorilor tendinţei centrale într-o serie de distribuţie de frecvenţe pe intervale.

In acest sens se ia în considerare distribuţia agenţilor economici dintr-un departament la sfîrşitul anului 1993 după cifra de afaceri realizată.

Tabelul 5.4

Algoritmul de calcul al indicatorilor tendinţei centrale

Grupe de agenţi economici după cifra de afaceri (mil. lei)	% nr. de agenţi economici (f_i %)	Centrul de interval x_i (mil. lei)	$x_i f_i$ (mil. lei)	$a = 20$ $x - a$ (mil. lei)	$k = 50$ $\frac{x_i - a}{k}$	$\frac{x_i - a}{\kappa}$	Frecvenţe cumulate f_i Ascendent	f_i Descendent	$x_i f_i$ Ascendent	$x_i f_i$ Descendent
1300—1500	4,4	1400	61,60	—600	—12	0,528	4,4	100,0	61,60	2588,6
1500—1700	5,0	1600	80,00	—400	— 8	—0,400	9,4	95,6	141,60	2527,0
1700—2000	12,5	1850	231,25	—150	— 3	—0,375	21,9	90,6	372,85	2215,7
2000—2500	30,6	2250	688,50	250	5	1,530	52,5	78,1	1061,35	2215,7
2500—3000	21,8	2750	569,50	750	15	3,270	54,3	47,5	1660,35	1527,2
3000—3500	13,2	3250	429,00	1250	25	3,300	87,5	25,7	2089,85	927,75
3500—4000	6,5	3750	243,75	1750	35	2,275	94,0	12,5	2333,60	498,7
4000—4500	6,0	4250	255,00	2250	45	2,700	100,0	6,0	2588,60	255,0
Total	100	x		x	x		x	x	x	

Scanned with OKEN Scanner

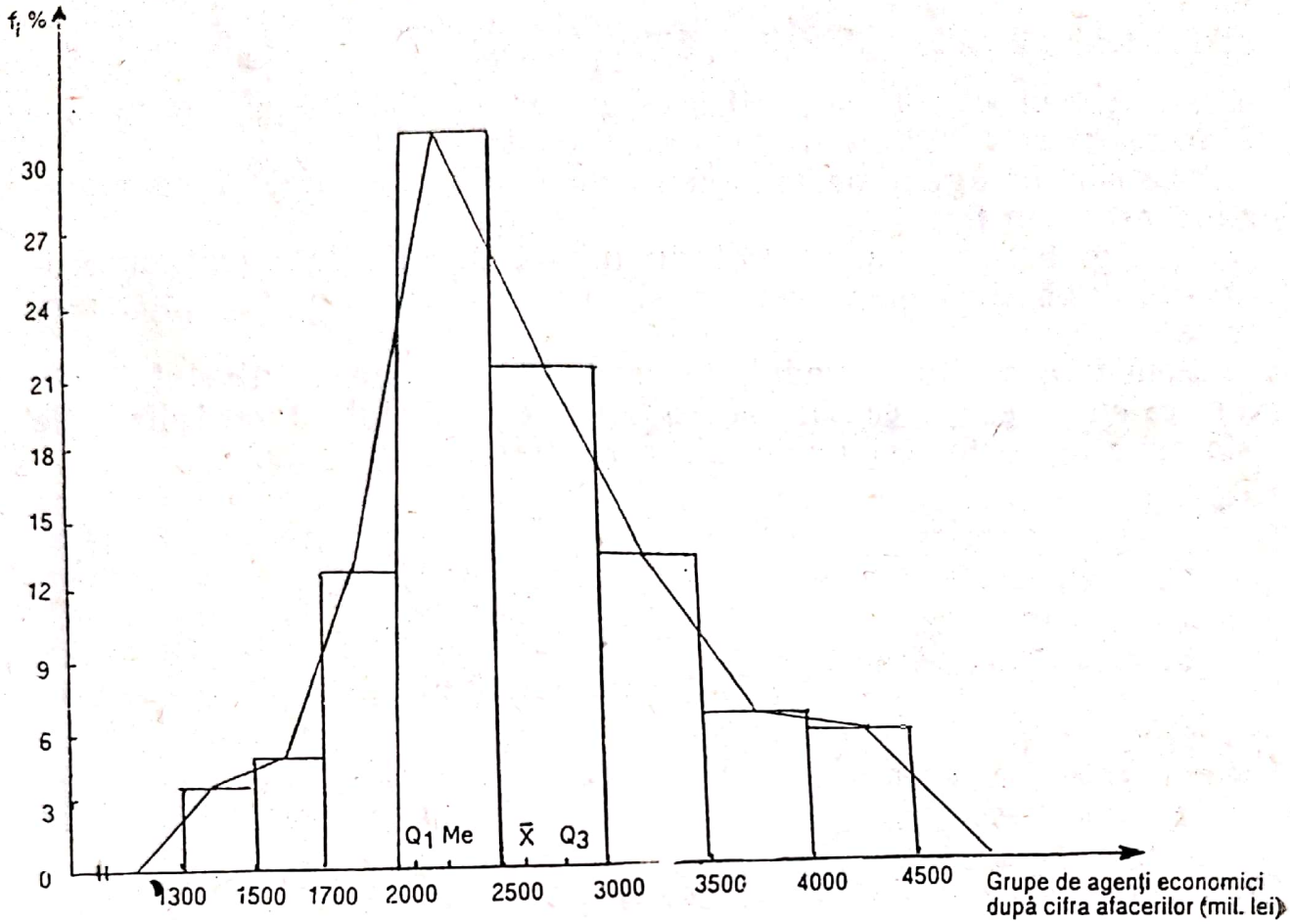


Fig. 5.9. Distribuţia agenţilor economici dintr-un departament după cifra de afaceri realizată în 1993

Pe baza datelor de mai sus se constată că cifra medie de afaceri a unui agent economic a fost de $\bar{x}=\sum_{i=1}^{r} x_i f_i=\sum_{i=1}^{r}\frac{(x_i-a)}{k}f_i+k+a=11{,}772{,}50+2200=2588{,}50$ mil. lei/unitate, iar valoarea mediană a cifrei de afaceri a fost de $Me=Q_2=2000+500\,\frac{50{,}5-21{,}9}{30{,}6}=$ $=2467{,}30$ mil. lei. Valoarea modală a cifrei de afaceri a fost de $M_o=2000+500\,\frac{18{,}1}{18{,}1+9{,}8}=2324{,}40$ mil. lei, ceea ce semnifică faptul că cei mai mulţi agenţi economici au realizat o cifră de afaceri de 2324,4 mil. lei. O pondere de 25% din numărul agenţilor economici au realizat o cifră de afaceri mai mică decît $Q_1=200+500\frac{25{,}2-21{,}9}{30{,}5}=$ $=2053{,}90$ mil. lei în timp ce 25% au o cifră de afaceri mai mare de $Q_3=3000+500\,\frac{75{,}75-74{,}3}{13{,}2}=3054{,}90$ mil. lei. Cifra de afaceri me-

Scanned with OKEN Scanner

dială realizată a fost de $2500+500\ \frac{1294,3-1061,35}{599,50}=2694,30$ mil. lei, ceea ce semnifică faptul că cifra de afaceri de 2694,30 mil. lei împarte întreaga colectivitate în două părți egale.

Distribuția agenților economici după cifra de afaceri se reprezintă grafic în fig. 5.9.

În fig. 5.9 se vizualizează nu numai distribuția agenților economici după cifra de afaceri, ci și locul indicatorilor tendinței centrale.

Pentru a verifica gradul de reprezentativitate al nivelului mediu calculat este necesar să se analizeze variabilitatea cifrei de afaceri a agenților economici din colectivitatea studiată.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL VI. INDICATORII STATISTICI AI ÎMPRĂȘTIERII (AI DISPERSIEI)

6.1. NECESITATE. CRITERII DE CLASIFICARE

Caracteristicile statistice care definesc aceeași colectivitate prezintă grade și forme de variație diferite în funcție de natura, direcția și intensitatea acțiunii factorilor esențiali și întîmplători. De asemenea ele pot fi analizate la niveluri diferite, după cum unitățile de observare sînt simple sau complexe pentru întreaga colectivitate sau numai pentru o parte a acesteia.

Influența tuturor factorilor, indiferent de natura și direcția acțiunii lor, de nivelul la care se face analiza, este reflectată sintetic de indicatorii cu care se caracterizează tendința centrală. De exemplu, valoarea medie a unei caracteristici este semnificativă în cazul în care la nivelul fiecărei unități de observare acțiunea acelorași factori esențiali ar fi predominantă. In caz contrar, cînd acțiunea factorilor întîmplători este puternică, valoarea medie calculată prezintă un însemnat grad de incertitudine.

Cu cît gradul de complexitate al unui fenomen este mai mare, cu atît gama factorilor de influență este mai largă și implicit cu atît este mai mare variabilitatea termenilor unei serii de repartiție. Aceasta înseamnă că utilizarea corectă în analiză a indicatorilor tendinței centrale necesită operații de verificare a stabilității și reprezentativității lor în raport cu valorile individuale ale caracteristicilor înregistrate. Prin urmare, valoarea medie a unei caracteristici este reprezentativă pentru colectivitatea la care s-a înregistrat aceasta numai în măsura în care ea este calculată din date omogene.

In consecință, calculul indicatorilor tendinței centrale trebuie să fie însoțit de verificarea omogenității valorilor individuale din care aceștia s-au calculat. Acest deziderat este realizat cu ajutorul indicatorilor statistici ai împrăștierii (ai dispersiei) valorilor individuale înregistrate. Totodată, indicatorii împrăștierii stau la baza calculului altor indicatori cu care se caracterizează asimetria, excesul, interdependența dintre factorii de influență etc.

Indicatorii împrăștierii (ai dispersiei) permit soluționarea unor probleme de cunoaștere statistică, cum ar fi: verificarea reprezen-

Scanned with OKEN Scanner

tativității valorii medii a caracteristicii dintr-o serie statistică; analiza gradului de omogenitate a valorilor individuale ale seriei; compararea în timp și/sau în spațiu a mai multor serii de repartiție după caracteristici independente sau/și interdependente; selectarea factorilor semnificativi de influență după care se structurează unitățile unei colectivități; separarea acțiunii factorilor esențiali de acțiunea factorilor întîmplători și, în mod implicit, identificarea modalității de acțiune a factorilor esențiali în diferite grupe; caracterizează statistică a formei de variație a unei caracteristici etc.

Prin urmare, măsurarea și analiza variabilității datelor statistice, cunoașterea legităților statistice necesită calculul și analiza indicatorilor variației. Acești indicatori sînt clasificați în teorie și practică după mai multe criterii:

— după numărul variantelor cuprinse în metodologia lor de calcul (sau după gradul lor de generalitate) se identifică indicatorii simpli și indicatorii sintetici ai împrăștierii;

— după metodologia de calcul și forma de exprimare deosebim indicatori ai împrăștierii calculați ca mărimi absolute (exprimați în unitatea de măsură a caracteristicii studiate) și indicatori ai împrăștierii calculați ca mărimi relative în raport cu valoarea unui indicator al tendinței centrale, de obicei în raport cu media. Aceștia din urmă sînt exprimați sub forma unor coeficienți sau în procente;

— după modul de sistematizare a datelor complexe deosebim indicatori ai împrăștierii calculați pentru serii de distribuție unidimensionale și indicatori ai împrăștierii calculați pentru serii de distribuție multidimensionale. Pentru măsurarea variabilității valorilor individuale dintr-o distribuție unidimensională se calculează indicatorii simpli și sintetici ai împrăștierii, exprimați în mărimi absolute relative.

6.2. INDICATORII SIMPLI AI ÎMPRĂȘTIERII

Acești indicatori se caracterizează, în principal, prin aceea că se calculează în cifre absolute sau relative, prin compararea valorilor individuale extreme sau prin compararea fiecărei valori individuale cu valoarea lor medie. Principalii indicatori simpli ai împrăștierii sînt amplitudinea împrăștierii (variației) și abaterile individuale.

1. **Amplitudinea împrăștierii** este expresia cantitativă a domeniului de variație al unui fenomen și se calculează ca mărime absolută și/sau relativă.

Amplitudinea absolută a împrăștierii A se determină pentru o

Scanned with OKEN Scanner

serie de variante cu diferența dintre varianta maximă și varianta minimă ale aceleiași caracteristici (6.1).

$$A = x_{max} - x_{min}. \qquad (6.1)$$

In cazul unei distribuții de frecvențe pe intervale amplitudinea absolută a împrăștierii se aproximează prin diferența dintre limita superioară a ultimului interval și limita inferioară a primului interval. Dacă primul și ultimul interval din seria analizată sînt intervale deschise, atunci calculul amplitudinii trebuie să fie precedat de operația de închidere a intervalelor.

Din (6.1) se observă că amplitudinea împrăștierii (variației) se exprimă în unitatea de măsură a caracteristicii analizate. De asemenea, potrivit conținutului său, amplitudinea poate fi utilizată pentru analiza comparativă a variației sau a împrăștierii numai în cazul cînd seriile pentru care se calculează se referă la aceeași caracteristică înregistrată pentru aceeași perioadă de timp în unități de spațiu diferite sau pentru aceeași unitate de spațiu, dar pentru perioade de timp diferite.

Amplitudinea relativă a variației (A%) se exprimă în coeficient sau, de regulă, în procente și se calculează ca raport între amplitudinea absolută a împrăștierii și nivelul unui indicator al tendinței centrale. De obicei, pentru calculul acestui indicator se ia ca bază de comparație valoarea medie a caracteristicii (6.2).

$$A\% = \frac{A}{\bar{x}} \cdot 100. \qquad (6.2)$$

Amplitudinea împrăștierii valorilor individuale se utilizează în prelucrarea statistică la alegerea numărului de grupe și la stabilirea mărimii intervalului de grupare. De asemenea ea se folosește în sondajele de volum redus, în special, la dirijarea statistică a procesului de fabricație și la controlul calității producției, deoarece fluctuația valorilor extreme de la un sondaj la altul este mai redusă.

Din metodologia de calcul se observă că amplitudinea ca indicator al variației nu este suficient de semnificativă pentru analiza împrăștierii valorilor individuale, deoarece ea ține seama numai de valorile extreme ale caracteristicii, cu toate că variația fenomenului analizat presupune luarea în considerare a tuturor valorilor individuale și frecvențelor de apariție. Sînt frecvente cazurile în care valorile extreme sînt foarte îndepărtate de valorile intermediare, ceea ce ar conduce la concluzii aberante, dacă s-ar utiliza numai amplitudinea ca măsură a împrăștierii sau a variației. De asemenea mărimea amplitudinii variației este afectată de fluctua-

Scanned with OKEN Scanner

ţiile de selecţie de la un eşantion la altul şi în plus nu ţine seama de forma repartiţiei între limitele de variaţie[1].

2. **Abaterile individuale** ca indicatori ai împrăştierii sau ai variaţiei exprimă cu cîte unităţi de măsură sau de cîte ori (sau cît la sută) valoarea individuală a caracteristicii este mai mare sau mai mică decît mărimea unui indicator al tendinţei centrale. Aceasta înseamnă că abaterile individuale sînt exprimate în cifre absolute sau relative şi se calculează în funcţie de fiecare valoare individuală şi nivelul mediu. În funcţie de scopul cercetării în locul mediei se poate lua mediana, modulul etc. Se disting abateri individuale absolute şi abateri individuale relative.

Abaterile individuale absolute d se calculează ca diferenţă între fiecare variantă înregistrată şi nivelul mediu al acestora. Astfel:

$$d_i = x_i - \bar{x}, \text{ pentru orice } i = \overline{1,\ n}^{1}. \qquad (6.3)$$

Abaterile individuale relative $d_i\%$ se calculează ca raport între abaterile individuale absolute şi nivelul mediu al caracteristicii. Ele se exprimă sub formă de coeficienţi sau în procente:

$$d_i\% = \frac{d_i}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{x_i - \bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100, \text{ pentru orice } i = \overline{1, n}. \qquad (6.4)$$

La analiza variaţiei, într-o distribuţie unidimensională, prezintă interes, în special, abaterile maxime pozitive şi negative. În acest sens se calculează abaterile maxime absolute pozitive (d_{max+}) şi negative (d_{max-}):

$$d_{max+} = x_{max} - \bar{x} \qquad (6.5)$$

şi

$$d_{max-} = x_{min} - \bar{x}, \qquad (6.6)$$

unde $x_{max} = \max\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ şi $x_{min} = \min\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ reprezintă varianta maximă şi respectiv cea minimă a caracteristicii urmărite. Dacă, însă, avem o serie de distribuţie de frecvenţe pe intervale pentru x_{max} şi x_{min} se va lua limita maximă a ultimului interval şi limita minimă a primului interval;

— abaterile maxime relative pozitive ($d_{max+}\%$) şi negative ($d_{max-}\%$):

$$d_{max+}\% = \frac{d_{max+}}{\bar{x}} \cdot 100 \qquad (6.7)$$

---

[1] În relaţia (6.2) se poate utiliza ca bază de comparaţie, în afara indicatorilor primari şi indicatorii derivaţi cum ar fi, de exemplu, cuartilele, decilele etc., obţinîndu-se indicatori cu o semnificaţie mai mare.

Scanned with OKEN Scanner

şi

$$d_{max-}\% = \frac{d_{max-}}{\bar{x}} \cdot 100. \qquad (6.8)$$

In cazul în care distribuţia este simetrică se observă că $|d_{max+}| = |d_{max-}|$, iar în interiorul seriei, abaterilor egale luate în modul le corespund frecvenţe egale de apariţie, ceea ce înseamnă că se asigură o compensare a abaterilor nu numai pe total, ci şi la nivelul centralizat al unităţii.

Din metodologia de calcul a abaterilor individuale se observă, de asemenea, că acestea cu toate că oferă în comparaţie cu amplitudinea posibilităţii mai largi de informare au, totuşi, o încărcătură informaţională limitată, deoarece gradul de variabilitate al unei caracteristici depinde nu numai de abaterile variantelor de la media lor, ci şi de frecvenţa de apariţie a acestora.

In concluzie, indicatorii simpli ai împrăştierii se calculează pe baza relaţiilor dintre doi termeni ai seriei sau prin comparaţia dintre fiecare termen şi media lor (sau nivelul unui indicator al tendinţei centrale). Ei permit o caracterizare aproximativă şi parţială a variaţiei. Din această cauză este necesar să se completeze informaţiile oferite de aceşti indicatori cu indicatorii sintetici ai împrăştierii sau ai variaţiei. Potrivit metodologiei lor de calcul indicatorii sintetici de împrăştiere ţin seama de toate abaterile individuale şi reflectă întreaga variaţie a caracteristicii înregistrate la nivelul colectivităţii.

6.3. INDICATORII SINTETICI AI ÎMPRĂŞTIERII

Indicatorii sintetici ai împrăştierii sau ai variaţiei caracterizează într-o singură expresie numerică întreaga variaţie a unei caracteristici, urmărită în colectivitatea analizată. In acest scop ei se calculează, în general, ca medii simple sau ponderate ale abaterilor variantelor caracteristicii de la media lor. În funcţie de metodologia lor de calcul, de încărcătura lor informaţională, în teoria şi practica statistică se calculează şi se analizează frecvent următorii indicatori sintetici ai împrăştierii: abaterea medie, abaterea mediană, diferenţa medie Gini[1], abaterea medie pătratică, dispersia şi coeficientul de variaţie.

Abaterea medie (sau abaterea medie liniară, sau abaterea medie absolută se notează cu $\bar{d}$ şi se calculează cu o medie aritme-

[1] Corrado Gini (1884—1965), cercetător italian, care a adus numeroase contribuţii la teoria şi practica statisticii, biometriei, antropologiei, demografiei şi sociologiei.

Scanned with OKEN Scanner

tică simplă sau ponderată a abaterilor „absolute" ale termenilor seriei de la media (sau mediana) lor.

Relațiile de calcul al abaterii medii d sînt următoarele:

— pentru o serie simplă de distribuție:

$$\bar{d}_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n} \tag{6.9}$$

sau

$$\bar{d}_{Me} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - M_e|}{n}; \tag{6.10}$$

— pentru o serie de distribuție de frecvențe:

cînd se utilizează frecvențele absolute

$$\bar{d}_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{r} |x_i - \bar{x}| n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i} \tag{6.11}$$

sau

$$\bar{d}_{Me} = \frac{\sum_{i=1}^{r} |x_i - M^e| n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}; \tag{6.12}$$

cînd se utilizează frecvențele relative

$$\bar{d}_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{r} |x_i - \bar{x}| f_i}{100} \tag{6.13}$$

sau

$$\bar{d}_{Me} = \frac{\sum_{i=1}^{r} |x_i - M_e| f_i}{100}. \tag{6.14}$$

Aplicația 6.1. Exemplificăm metodologia de calcul al abaterii medii ($\bar{d}_{\bar{x}}$ și $\bar{d}_{Me}$) pe baza datelor din tabelul 6.1.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 6.1

Algoritmul de calcul al abaterii medii

Centrul de interval x_i (mil. lei)	% nr. de agenți economici f_i (%)	$x_i-\bar{x}=$ $x_i-2588,60$ (mil. lei)	$\lvert x_i-\bar{x}\rvert f$ (mil. lei)	$x_i-Me=$ $x_i-2467,3$ (mil. lei)	$\lvert x_i-Me\rvert f_i$ (mil. lei)
1400	4,4	1188,6	5229,84	1067,3	4696,12
1600	5,0	988,6	4943,00	867,3	4336,50
1850	12,5	738,6	9232,50	617,3	7716,25
2250	30,6	338,6	10 361,16	217,3	6649,38
2750	21,8	161,4	3518,52	282,7	6162,86
3250	13,2	661,4	8730,48	782,7	10 331,64
3750	6,5	1161,4	7549,10	1282,7	8337,55
4250	6,0	1661,4	9968,40	1782,7	10 696,20
Total	100,0		59 533,00		58 926,50

$\bar{d}_{\bar{x}}=\frac{59\,533}{100}=595{,}30$ mil. lei — abaterea medie de la cifra de afaceri medie de 2588,60 mil. lei/agent economic, iar

$\bar{d}_{Me}=\frac{58\,926{,}50}{100}=589{,}30$ lei — abaterea medie de la cifra de afaceri mediană de 2467,3 lei.

Constatăm că $\bar{d}_{\bar{x}}-\bar{d}_{Me}=6$ mil. lei, ceea ce semnifică faptul că abaterea medie calculată pe baza medianei este mai mică cu 6 mil. lei față de cea calculată în raport cu valoarea medie.

Conținutul și metodologia de calcul ale abaterii medii (6.9—6.14) impun unele observații:

— $\bar{d}$ se exprimă în unitatea de măsură a caracteristicii;

— în cazul seriilor de distribuție de frecvențe pe intervale în locul variantelor x_i se vor lua în considerare centrele intervalelor;

— deoarece într-o serie de distribuție suma algebrică a abaterilor pozitive este egală cu suma abaterilor negative absolute[1], în calcul ne putem limita numai la valorile individuale ale caracteristicii superioare valorii medii. În această situație relațiile (6.9), (6.11) și (6.13) devin:

— pentru o serie simplă

$$d_{\bar{x}}=\frac{2\sum_{x_i>\bar{x}}(x-\bar{x})}{n}; \qquad (6.15)$$

[1] Vezi proprietățile mediei aritmetice.

— pentru o serie de distribuţie de frecvenţe absolute

$$d_{\bar{x}} = \frac{2\sum_{x_i>\bar{x}}(x_i-\bar{x})n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}; \qquad (6.16)$$

— pentru o serie de distribuţie de frecvenţe relative

$$d_{\bar{x}} = \frac{2\sum_{x_i>\bar{x}}(x_i-\bar{x})f_i}{100}; \qquad (6.17)$$

— în calculul abaterii medii se utilizează frecvent media aritmetică, deoarece în mod curent tendinţa centrală se exprimă cu ajutorul mediei aritmetice şi implicit trebuie să se definească şi variaţia pe baza abaterilor valorilor individuale înregistrate faţă de media lor aritmetică. Se ştie că una din proprietăţile acestui tip de medie constă în aceea că suma abaterilor faţă de media aritmetică este nulă. Pentru a evita acest lucru în calculul abaterii medii se iau în considerare abaterile individuale în valori absolute;

— procedura de calcul a abaterii medii pare justificată în măsura în care, pentru caracterizarea variabilităţii prezintă interes numai mărimea abaterii, dar nu şi sensul abaterilor (pozitive sau negative);

— pentru aceeaşi serie statistică abaterea medie calculată în raport cu media aritmetică ($\bar{d}_{\bar{x}}$) este mai mare, de regulă, decît abaterea medie calculată în raport cu mediana (d_{Me}).

— abaterea medie se calculează nu numai pentru seriile de distribuţie, ci şi pentru seriile dinamice sau teritoriale.

Ca măsură a împrăştierii abaterea medie d prezintă, însă, şi unele dezavantaje. Dintre acestea se distinge acela că în calculul abaterii medii nu se ţine seama de faptul că abaterile mari în valoare absolută influenţează în măsură mai mare gradul de variaţie (împrăştiere) al unei caracteristici, în comparaţie cu abaterile mai mici. De asemenea, de multe ori nu este indicat în analiza împrăştierii să se renunţe la semnul abaterilor.

Diferenţa medie C. Gini *(DG)* reprezintă o medie a diferenţelor luate în valoare absolută şi formate prin asocierea valorilor individuale ale caracteristicii urmărite două cîte două în toate felurile posibile, inclusiv cu ele însele.

Aplicaţia 6.2. Calculul diferenţei medii C. Gini. Fie următoarea serie simplă: 210; 222; 226; 235; 244; 245; 250.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 6.2

Termenii seriei	210	222	226	235	244	245	250	Suma diferențelor
—	0	12	16	25	34	35	40	162
—		0	4	13	22	23	28	90
—			0	9	18	19	24	70
—				0	9	10	15	34
—					0	1	6	7
—						0	5	5
—							0	0
—	—	—	—	—	—	—	—	368

Pentru calculul diferenței medii C. Gini se elaborează un tabel triunghiular, în care pe primul rînd se înscriu valorile individuale înregistrate, iar pe rîndurile celorlalte diferențele dintre fiecare valoare individuală și celelalte valori individuale.

Pe baza diferențelor luate într-un singur sens (ca în tabelul 6.2) diferența medie se calculează, raportînd suma tuturor diferențelor la numărul de diferențe dintre valorile individuale asociate două cîte două.

Deci,
$$DG = \frac{368}{21} = 17{,}523.$$

Se observă că numărul total al diferențelor calculate după algoritmul prezentat pe baza a n valori individuale este egal cu $1+2+3+\ldots+(n-1)$. Pentru $n=7$ (cazul Aplicației 6.2) numărul total al diferențelor este $\frac{7\cdot 6}{2} = 21$. Dacă se iau în considerare toate diferențele dintre valorile individuale în ambele sensuri (de exemplu 103—115, dar și 115—103 etc.), inclusiv toate diferențele nule (de exemplu 103—103, 115—115 etc.), atunci diferența medie se calculează, raportînd dublul sumei tuturor diferențelor la pătratul numărului de cazuri individuale[1]. Deci,

$$DG = \frac{2\cdot 368}{7^2} = 15{,}02.$$

Pentru calculul diferenței medii, Corrado Gini a elaborat o relație echivalentă cu cele presentate mai sus, și anume:

[1] Tabelul triunghiular 6.7 se va transforma astfel într-un tabel pătratic cu 7 rînduri și 7 coloane.

$$DG=4\,\frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i-M_e|\cdot|Y_{x_i}-Y_{M_e}|}{n^2}, \qquad (6.18)$$

unde x_i — variantele caracteristicii; M_e — mediana; Y_{x_i} — rangul fiecărui termen al seriei; Y_{Me} — rangul median: n — numărul variantelor.

Deci, $DG=4\cdot\frac{184}{49}=15.02.$

In cazul în care dispunem de o serie de distribuţie de frecvenţe cu intervale egale relaţia lui G. Gini se particularizează prin (6.18) sau (6.19).

Algoritmul de calcul al diferenţei medii a lui G. Gini:

— dacă frecvenţele sînt absolute

$$DG=2k\,\frac{\sum_{i=1}^{r}F_{a_i}(F_{a_i}-\sum_{i=1}^{r}n_i}{\sum_{i=1}^{r}n_i}; \qquad (6.19)$$

— dacă frecvenţele sînt relative

$$DG=2k\,\frac{\sum_{i=1}^{r}F_{f_i}(F_{f_i}-100)}{100}, \qquad (6.20)$$

unde k — mărimea intervalului de grupare; F_{a_i}, F_{f_i} — frecvenţele absolute şi relative cumulate ascendent; $100=\sum_{i=1}^{r}f_i$ — suma frecvenţelor relative; n_i — frecvenţele absolute; r — numărul intervalelor egale de grupare.

După cum se observă din relaţiile de calcul, diferenţa medie a lui G. Gini are ca trăsătură esenţială faptul că mărimea ei este dependentă numai de valorile individuale, şi nu de răspîndirea valorilor în jurul unui punct arbitrar, cum ar fi media ca valoare centrală. Dintr-un anumit punct de vedere diferenţa medie măsoară răspîndirea intrinsecă a unităţilor colectivităţii independent de nivelul repartiţiei. Această trăsătură recomandă diferenţa medie Gini ca măsură a variabilităţii pentru acele repartiţii statistice care nu au o valoare centrală semnificativă (de exemplu, repartiţiile hiperbolice).

Abaterea mediană (sau abaterea echiprobabilă) reprezintă mediana valorilor absolute ale abaterilor calculate fie în raport cu media aritmetică, fie în raport cu mediana valorilor individuale înregistrate.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 6.3

Termenii seriei x_i	Rangul termenilor y_x	$x_i - Me = x_i - 2351$	$Y_x - Y_{Me} = Y_x - 4$	$x_i - 235$ $Y_{x_i} - 4$
210	1	25	3	75
222	2	13	2	26
226	3	19	1	9
235	4	0	0	0
244	5	9	1	9
245	6	10	2	20
250	7	15	3	45
Total	—	—	—	184

Pentru repartiția de frecvențe din tabelul 6.1 mediana valorilor $x_i - \bar{x}_i = 661{,}40$ mil. lei, iar mediana valorilor $x_i - Me = 282{,}70$ mil. lei.

Abaterea mediană se mai numește și abaterea probabilă sau echiprobabilă, deoarece are o șansă din două de a fi depășită. Prin urmare, 50% din observații sînt cuprinse în intervalul celor două abateri probabile centrate pe mediană. De asemenea, în cazul în care repartiția studiată este simetrică, abaterea se confundă cu semiintercuartilele. Din această cauză într-o distribuție ușor asimetrică semiintercuartila se poate aproxima prin abaterea mediană.

Abaterea mediană ca măsură a variației caracteristicii este puțin utilizată în practică, deoarece ea nu elimină dezavantajele prezentate la abaterea medie.

Abaterea medie pătratică (sau abaterea standard, sau abaterea tip) notată cu σ se calculează ca o medie pătratică a abaterilor valorilor individuale de la media lor aritmetică. Astfel, pentru o serie simplă de valori individuale abaterea medie pătratică se calculează după relația:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \qquad (6.21)$$

Pentru o serie de distribuție de frecvențe absolute relația de calcul al abaterii medii pătratice este:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}}. \qquad (6.22)$$

Scanned with OKEN Scanner

În cazul în care se utilizează o serie de distribuţie de frecvenţe relative relaţia (6.22) se va transforma în (6.23)

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{100}}. \qquad (6.23)$$

Relaţiile (6.21)—(6.23) demonstrează că abaterea pătratică medie, ca măsură a împrăştierii, este mai semnificativă decît ceilalţi indicatori ai împrăştierii prezentaţi pînă acum. Aceasta se datorează faptului că determinarea ei are ca punct de pornire pătratele abaterilor care sînt într-un fel valori mai semnificative decît abaterile simple luate în valoare absolută, deoarece accentuează efectul abaterilor mari.

Prin prelucrarea formelor de definiţie (6.21)—(6.23) se ajunge la următoarele formule, convenabile în calculul practic:

— pentru o serie simplă

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\right)^2}; \qquad (6.24)$$

— pentru o serie de distribuţie de frecvenţe absolute

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}\right)^2}; \qquad (6.25)$$

— pentru o serie de distribuţie de frecvenţe relative

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i^2 f_i}{100} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i f_i}{100}\right)^2}. \qquad (6.26)$$

Relaţiile de calcul (6.24—6.26), după cum se observă, evită operaţia $(x-\bar{x})$, care provoacă erori cînd media $(\bar{x})$ este complicată şi comportă mai multe zecimale.

Exemplificînd calculul abaterii pătratice medii a variabilei prezentată în distribuţia din aplicaţia 6.3, constatăm că

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{53101504}{100} = 728{,}71 \text{ mil. lei/agent economic.}$$

Abaterea medie pătratică se exprimă în unitatea de măsură concretă a caracteristicii urmărite, iar valoarea acesteia este cu atît

Scanned with OKEN Scanner

mai mare, cu cît este mai mare împrăştierea valorilor individuale ale caracteristicii cercetate şi invers.

Aplicaţia 6.3. Algoritmul de calcul al abaterii pătratice medii. Dacă pentru aceeaşi serie statistică se calculează abaterea medie liniară $d_{\bar{x}}$ şi abaterea medie pătratică $\sigma_{\bar{x}}$, se constată că întotdeauna $d_{\bar{x}} < \sigma_{\bar{x}}$. In literatura de specialitate se apreciază că pentru o serie statistică cu tendinţă de normalitate abaterea medie liniară reprezintă 4/5 din valoarea abaterii pătratice medii.

$$\text{Deci, } \bar{d}_{\bar{x}} \simeq \frac{4}{5}\sigma_{\bar{x}}. \qquad (6.27)$$

Explicaţia acestei inegalităţi are ca punct de pornire inegalitatea dintre media aritmetică şi cea pătratică interpretată în unităţi de abatere şi constă concret în faptul că media pătratică accentuează efectul abaterilor mari, în timp ce media aritmetică acordă aceeaşi pondere tuturor abaterilor.

Deşi conţinutul concret al abaterii pătratice medii nu este la fel de clar şi concret ca cel al abaterilor individuale, al abaterii medii liniare etc., totuşi ea este preferată faţă de ceilalţi indicatori ai împrăştierii prezentaţi pînă acum. Preferinţa pentru abaterea pătratică medie se explică prin faptul că alături de media aritmetică ea este parametrul legii normale de repartiţie, iar majoritatea modelelor utilizate în statistică, în analiza dispersională, în analiza regresiei şi corelaţiei etc. se fundamentează pe ipoteza de normalitate a repartiţiei caracteristicilor implicate. Din această cauză abaterea medie pătratică se utilizează pe scară largă nu numai în statistică, ci şi în conducerea unor fenomene şi procese economice, în prognoză, marketing, studiul calităţii producţiei etc.

Tabelul 6.4

Centrul de interval x_i (mil. lei)	% numărul de agenţi economici f_i (%)	$(x_i - \bar{x}) =$ $(x_i - 2588{,}60)$ lei	$(x_i - \bar{x})\, f_i$ (mil. lei)	$(x_i - x)^2 f_i$
1400	4,4	—1188,6	—5229,84	6 216 187,824
1600	5,0	— 988,6	—4943,00	4 886 649 800
1850	12,5	— 728,6	—9232,50	6 819 124,600
2250	30,6	— 338,6	—10 361,1	3 508 288,776
2750	21,8	161,4	3518,52	567 889,128
3250	13,2	661,4	8730,48	5 774 339,472
3750	6,5	1161,4	7549,10	8 767 524 740
4250	6,0	1661,4	9968,40	16 561 499,760
Total	100,0	—	—	53 101 504,000

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece abaterea medie pătratică se exprimă în aceeaşi unitate de măsură ca şi caracteristica cercetată, ea se poate utiliza la compararea gradului de variaţie în seriile care se referă la aceeaşi caracteristică. În plus, acest indicator este influenţat de ordinul de mărime al valorilor individuale ale caracteristicii. Înlăturarea acestor neajunsuri se poate realiza prin utilizarea coeficientului de variaţie. Acesta este indicatorul de împrăştiere care permite compararea gradului de variaţie în cazul a două sau mai multor caracteristici diferite investigate în aceeaşi colectivitate.

5. **Coeficientul de variaţie** (V) se calculează ca raport între abaterea pătratică medie şi media aritmetică.

$$V_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100, \quad \text{cu } \bar{x} \neq 0. \tag{6.28}$$

Analiza relaţiei (6.28) evidenţiază următoarele:

— coeficientul de variaţie este expresia relativă a abaterii tip ($\sigma_{\bar{x}}$);

— coeficientul de variaţie V reprezintă o măsură sintetică a omogenităţii distribuţiilor statistice după o anumită caracteristică şi ia valori în intervalul [0; 100%]. De asemenea, se observă că valorile mici ale coeficientului de variaţie semnifică faptul că valoarea medie a caracteristicii calculate are un grad ridicat de reprezentativitate, iar colectivitatea este omogenă. În cazul în care colectivitatea este eterogenă şi, deci, media este mai puţin reprezentativă, valorile lui V sînt apropiate de limita maximă (100%). Din această cauză în literatura de specialitate coeficientul de variaţie V este considerat un util test de verificare a omogenităţii colectivităţii studiate şi implicit un test de verificare a reprezentativităţii mediei aritmetice calculate. Acest test trebuie, însă, utilizat cu discernămînt, deoarece poate conduce la concluzii inacceptabile în cazul în care valoarea medie este apropiată de zero.

În funcţie de informaţiile de care se dispune, omogenitatea împrăştierii valorilor individuale într-o distribuţie se poate caracteriza şi cu alţi coeficienţi fără ca aceştia să aibă alt conţinut. Astfel, dacă se utilizează abaterea medie liniară, atunci

$$V'_{\bar{x}} = \frac{\bar{d}_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100. \tag{6.29}$$

Dacă se utilizează abaterea medie calculată pe baza medianei şi mediana, atunci

$$V''_{Me} = \frac{\bar{d}_{Me}}{Me} \cdot 100. \tag{6.30}$$

Concretizînd calculul coeficientului de variaţie pe baza datelor, obţinem pentru datele din **aplicaţia 6.1:**

$$V_{\bar{x}} = \frac{728{,}71}{2588{,}60} \cdot 100 = 28{,}15\%,$$

$$V'_{\bar{x}} = \frac{595{,}30}{2467{,}30} \cdot 100 = 24\%,$$

$$V''_{\bar{x}} = \frac{595{,}3}{2588{,}60} \cdot 100 = 23\%.$$

Aceste rezultate semnifică faptul că în funcţie de cifra de afaceri colectivitatea studiată este omogenă, iar cifra medie de afaceri de 2588,60 mil. lei/agent economic este reprezentativă. In cazul în care coeficienţii de variaţie $V_{\bar{x}}$, $V'_{\bar{x}}$, V''_{Me} prezintă valori mai mari decît 30—35 %, asupra omogenităţii colectivităţii şi reprezentativităţii mediei se pun semne de întrebare. In asemenea situaţii se impune regruparea unităţilor colectivităţii după o altă caracteristică.

6. **Dispersia** $(\sigma^2_{\bar{x}})$. Un alt indicator sintetic de împrăştiere cu o largă utilizare în analiza statistică a fenomenelor de masă este dispersia.

Înainte de a defini şi a calcula dispersia să definim noţiunea de moment de ordin k, noţiune utilizată pe larg în teoria statisticii matematice.

Momentul de ordin k al unei caracteristici x calculat în raport cu valoarea arbitrară reprezintă media aritmetică a abaterilor $x_i - x_0$ ridicate la puterea k.

$$\text{Deci, } \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)^k}{n} \text{ sau } \frac{\sum_{i=1}^{r}(x_i - x_0)^k n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}. \qquad (6.31)$$

În relaţia (6.31), dacă luăm $x_0 = 0$, se obţine **momentul simplu de ordin** k[1].

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k}{n} \text{ sau } m_k = \frac{\sum_{i=1}^{r} x_i^k n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}. \qquad (6.32)$$

[1] Din (6.32) se observă că $m_0 = 1$, dacă $k = 0$; $m_1 = \bar{x}$, dacă $r = 1$ şi $m_2 = \bar{x}^2_p$, dacă $k = 2$ etc.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă în (6.31) se ia $x_0 = \bar{x}$, se obține **momentul centrat de ordin** k (μ_k):

$$\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - x)^k}{n} \quad \text{sau} \quad \mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^k \, n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}. \tag{6.33}$$

În cazul în care $r=2$ se obține dispersia. Dispersia este momentul centrat de ordinul 2 ($\mu_2 = \sigma_x^2$ care se calculează ca o medie aritmetică simplă sau ponderată a pătratelor abaterilor valorilor individuale de la media lor aritmetică.

Deci, pentru o serie simplă de variante

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}, \tag{6.34}$$

— pentru o serie cu frecvențe absolute

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x})^2 \, n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}; \tag{6.35}$$

— pentru o serie cu frecvențe relative[1]

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x})^2 \, f_i}{100}. \tag{6.36}$$

Analiza relațiilor de calcul (6.34)—(6.36) permite evidențierea următoarelor trăsături:

— ca măsură a împrăștierii valorilor individuale față de medie, mărimea dispersiei are următoarea semnificație: cu cît aceasta este mai mare, cu atît este mai mare variația valorilor individuale, și invers valorile reduse ale dispersiei arată omogenitatea ridicată a colectivității după caracteristica urmărită;

— dispersia, spre deosebire de ceilalți indicatori ai variației, nu are unitate de măsură cu conținut economic real;

---

[1] Dacă avem frecvențe relative exprimate în coeficienți, atunci în (6.36) f_i se exprimă în coeficienți și de la numitor dispare 100.

— dacă frecvențele sînt egale între ele, atunci (6.35) și (6.36) se transformă în (6.34);

— comparînd relațiile de calcul ale dispersiei cu cele ale abaterii pătratice medii se observă ușor că abaterea pătratică medie se calculează prin intermediul dispersiei. Dispersia unei caracteristici se poate, însă, calcula și fără să fie necesar calculul în prealabil al abaterilor individuale ale variantelor de la media lor. Astfel prin prelucrarea relațiilor (6.34)—(6.36) se obține:

— pentru o serie simplă de variante

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \right)^2; \qquad (6.37)$$

— pentru o serie cu frecvențe absolute

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{r} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i} \right)^2; \qquad (6.38)$$

— pentru o serie cu frecvențe relative

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{r} x_i^2 f_i}{100} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i f_i}{100} \right)^2. \qquad (6.39)$$

In cazul unei serii de distribuție de frecvențe pe intervale mărimea dispersiei, a celorlalți indicatori ai variației, a mediei etc. este aproximativă, deoarece se iau în considerare centrele de intervale în baza ipotezei că frecvențele în fiecare interval urmează o repartiție normală. În mod frecvent această ipoteză nu se respectă, ceea ce face ca mărimea dispersiei calculată pe baza centrelor de interval să prezinte o abatere (cu atît mai mare, cu cît mărimea intervalelor de grupare este mai mare) față de mărimea exactă a dispersiei calculată direct pe baza variantelor aceleiași caracteristici. Practica a demonstrat că într-o repartiție unimodală cu o variabilă continuă media reală a valorilor în interiorul fiecărei grupe se abate, de regulă, de la mijlocul (centrul) intervalului în direcția modului. Pentru a elimina, fie și parțial, eroarea sistematică introdusă prin utilizarea centrelor de interval în locul valorilor adevărate, W. F. Sheppard a propus ca dispersia astfel calculată să fie diminuată cu a douăsprezecea parte din pătratul intervalului de grupare. Relația dispersiei corectate ($\sigma_x^{2'}$) este următoarea:

Scanned with OKEN Scanner

$$\sigma_x^{2'} = \sigma_x^2 - \frac{h^2}{12}, \qquad (6.40)$$

unde σ_x^2 — dispersia calculată pe baza centrelor de interval; h — mărimea intervalului de grupare.

Corecţia lui W. F. Sheppard poate fi aplicată numai în cazul repartiţiilor unimodale, cu intervale egale de grupare şi cu frecvenţe care tind către zero în ambele direcţii. Referindu-se la relaţia (6.40) G. U. Yulle şi M. G. Kendall sugerează că este necesar să se facă corecţii ale dispersiei numai atunci cînd frecvenţa este de cel puţin 1000 sau mărimea intervalului de grupare este mai mare decît a douăsprezecea parte din intervalul de variaţie al variabilei. Prin urmare, corecţia lui W. F. Sheppard nu este aplicabilă în cazul repartiţiilor statistice pe variante, deoarece dispare motivul care a condus la aplicarea corecţiei şi nici în cazul repartiţiilor în formă de „J" sau „U"[1]:

Dispersia, ca indicator sintetic de împrăştiere, prezintă o serie de proprietăţi utile analizei şi calculului rapid, mai ales atunci cînd el este făcut manual. Proprietăţile dispersiei, frecvent utilizate, sînt următoarele:

Pentru un şir de valori egale între ele dispersia acestora este nulă, deoarece media lor aritmetică este egală cu fiecare din variantele înregistrate. Deci, dacă $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = \overline{x}$, atunci $\sigma_x^2 = 0$

Dacă fiecare valoare individuală a caracteristicii se modifică într-un sens sau altul cu aceeaşi constantă a, dispersia noii serii este egală cu dispersia iniţială. Fie seria iniţială $x_1, x_2, \ldots, x_n$ cu dispersia iniţială dată de relaţia (6.34) sau (6.37) şi $x_1 \pm a, x_2 \pm a, \ldots, x_i \mp a$ — seria transformată cu aceeaşi constantă a. Atunci,

$$\sigma_{x\pm a}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} [x_i \pm a - (\overline{x \pm a})]^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i \pm a - x \mp a)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n} = \sigma_x^2. \qquad (6.41)$$

Această proprietate se poate utiliza la simplificarea calculului dispersiei pentru seriile în care valorile caracteristicii sînt mari.

Dacă într-o serie de distribuţie fiecare valoare individuală se multiplică sau se simplifică de k ori, atunci dispersia noii serii se multiplică sau se simplifică faţă de dispersia iniţială de k^2 ori. Fie, seria iniţială $\{x_i\}$ $i = \overline{1, n}$ pentru care s-a calculat media arit-

[1] Corecţia lui W. F. Sheppard nu se aplică de asemenea momentelor centrate de ordin impar, deoarece alternanţa semnelor provoacă compensarea erorilor. In cazul repartiţiilor simetrice, momentele centrate de ordin impar sînt nule.

Scanned with OKEN Scanner

metică $\bar{x}$ și dispersia σ_x^2 și seria transformată $\{x_i'\} = \left\{\frac{x_i}{k}\right\}$, $i = \overline{1, n}$. Pentru seria transformată se obține media $\bar{x}' = \frac{\bar{x}}{k}$ dispersia $\sigma_{x'}^2$:

$$\sigma_{x'}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i' - \bar{x}_1')^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{k} - \frac{\bar{x}}{k}\right)^2}{n} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}{k^2} = \frac{\sigma_x^2}{k^2}. \qquad (6.42)$$

Se observă că și această proprietate se poate utiliza pentru simplificarea calculelor dispersiei într-o serie de repartiție care are valori mari ale caracteristicii. Se recomandă k să fie cel mai mare divizor comun al variantelor $\{x_i - a\}$, $i = \overline{1, n}$, sau mărimea intervalelor de variație în cazul distribuțiilor pe intervale egale. De asemenea fie $g(a)$ media pătratelor abaterilor valorilor individuale de la valoarea arbitrară a;

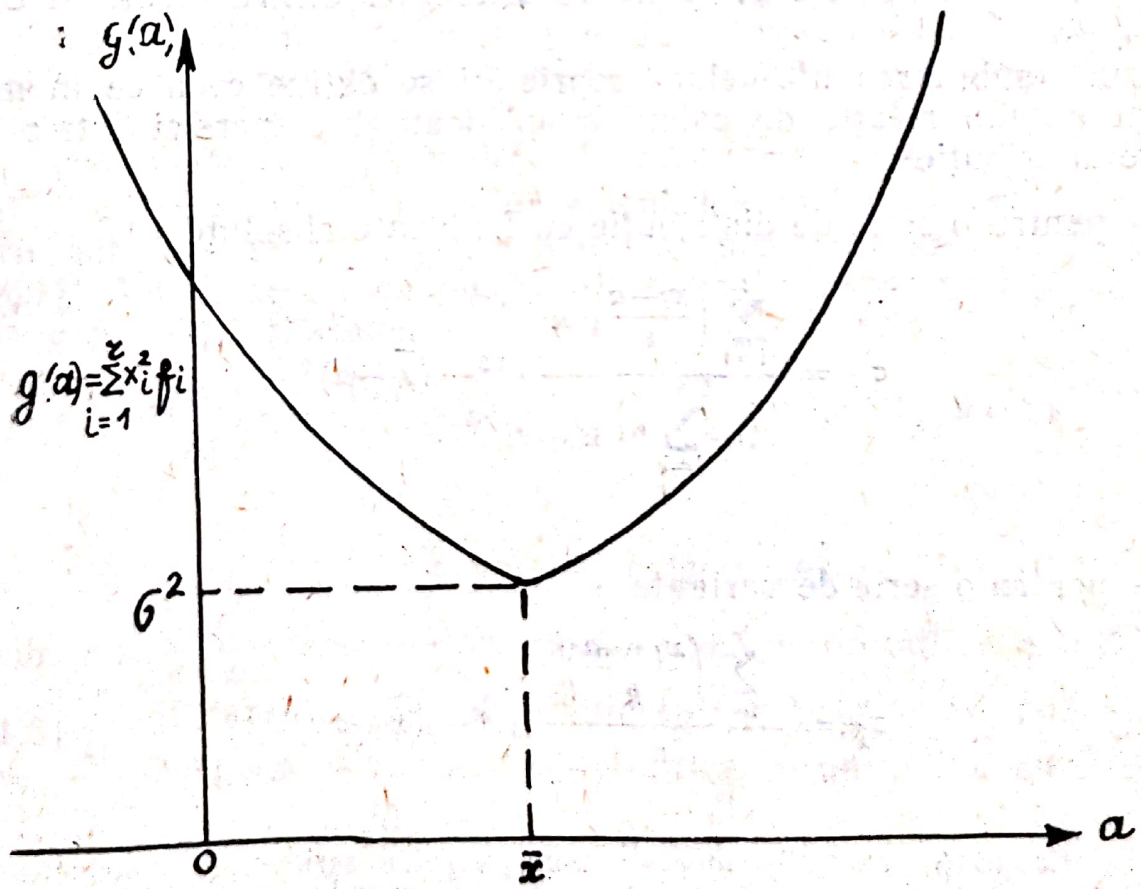


Fig. 6.1. Graficul funcției $g(a)$

$$g(a)=\sum_{i=1}^{r} f_i(x_i-a)^2, \tag{6.43}$$

unde f_i — frecvenţe relative exprimate în coeficienţi.

Punctul extrem (minim) al acestei funcţii este calculat cu ajutorul derivatei sale. Deci, dacă $g'(a)=-2\sum_{i=1}^{r} f_i(x_i-a)=0$, atunci $a=\bar{x}$. Deci, valoarea minimă a funcţiei $g(x)$ este $\sigma_x^2=\sum_{i=1}^{r} f_i(x_i-\bar{x})^2$ dispersia valorilor individuale x_i al seriei. Graficul funcţiei $g(x)$ are următoarea formă generală:

Funcţia $g(a)$ mai poate fi scrisă astfel:

$$g(a)=\sum_{i=1}^{r} f_i(x_i-a)^2=\sum_{i=1}^{r} f_i[(x_i-\bar{x})+(\bar{x}-a)]^2=\sigma_x^2+(\bar{x}-a)^2. \tag{6.44}$$

Această relaţie este numită şi formula lui Köning.

Relaţia (6.44) pune în evidenţă următoarea proprietate: dispersia calculată faţă de o constantă oarecare a este mai mare decît dispersia seriei iniţiale cu pătratul diferenţei dintre medie şi constanta a.

Prin combinarea ultimelor proprietăţi se obţine ceea ce în mod curent numim relaţie de calcul simplificat al dispersiei într-o serie de distribuţie[1]:

— pentru o serie de distribuţie cu frecvenţe absolute

$$\sigma_x^2=\frac{\sum_{i=1}^{r}\left(\frac{x_i-a}{k}\right)^2 n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}\cdot k^2-(\bar{x}-a)^2 \tag{6.45}$$

sau

— pentru o serie de variante

$$\sigma_x^2=\frac{\sum_{i=1}^{r}\left(\frac{x_i-a}{k}\right)^2}{n}\cdot k^2-(\bar{x}-a)^2, \tag{6.46}$$

[1] Relaţia (6.45) poate fi adoptată corespunzător seriilor de distribuţie de frecvenţe relative prin luarea în considerare a frecvenţelor relative f_i exprimate procentual.

Scanned with OKEN Scanner

unde a este o valoare arbitrară din cadrul seriei pe variante, iar pentru seria de distribuţie pe intervale egale se ia, de regulă (pentru ca simplificarea să-şi atingă scopul), egal cu centrul de interval; k se ia divizorul comun al şirului $x_i - a$ sau mărimea intervalelor.

Utilizarea relaţiilor (6.45) sau (6.46) se recomandă în cazul în care seria reprezintă valori individuale mari sau calculul dispersiei se efectuează manual.

Dacă fiecare frecvenţă de apariţie a valorilor individuale se simplifică sau se multiplică de un anumit număr de ori, mărimea dispersiei calculată pentru seria transformată este egală cu mărimea dispersiei iniţiale. Deci,

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{c}}{\sum_{i=1}^{r} \frac{n_i}{c}} = \frac{\sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}.$$

In cazul în care unităţile unei colectivităţi sînt urmărite după o singură variabilă numerică (nealternativă) calculul dispersiei se efectuează cu ajutorul relaţiilor prezentate. Dacă, însă, unităţile colectivităţii sînt urmărite după o variabilă alternativă (binară sau calitativă), pentru analiza variaţiei se calculează numai dispersia şi abaterea pătratică medie. Calculul celorlalţi indicatori sintetici ai variaţiei este lipsit de sens.

Deci, dacă avem în vedere distribuţia de frecvenţă a caracteristicii alternative, relaţiile de calcul ale dispersiei σ_p^2 şi abaterii pătratice medii (σ_p) se stabilesc pornind de la (6.34) şi (6.21). Astfel, ştiind că media aritmetică a caracteristicii alternative p şi $p+q=1$, atunci

$$\sigma_p^2 = \frac{(1-p)^2 N + (0-P)^2 M}{N+M} = q^2 \frac{N}{N+M} + \frac{2M}{N+M} = pq^2 + p^2 q = pq \qquad (6.47)$$

şi

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{p(1-p)}, \qquad (6.48)$$

unde $p = \frac{N}{N+M}$ este greutatea specifică a unităţilor colectivităţii care posedă caracteristica X (indiferent de valorile ei individuale); $q = \frac{M}{N+M} = 1-p$ — greutatea specifică a unităţilor colectivităţii care nu posedă caracteristica X.

Valoarea maximă a dispersiei caracteristicii alternative este de 0,25.

Scanned with OKEN Scanner

6.4. INDICATORII SINTETICI AI ÎMPRĂȘTIERII CALCULAȚI ÎNTR-O COLECTIVITATE STRUCTURATĂ DUPĂ DOUĂ CARACTERISTICI.

DESCOMPUNEREA PE COMPONENTE A DISPERSIEI GENERALE

Gradul de complexitate al fenomenelor social-economice este funcție de numărul, sensul și intensitatea factorilor de influență ale acestora. Cu cît gradul de complexitate al acestor fenomene este mai mare, cu atît împrăștierea valorilor individuale ale caracteristicilor lor prezintă o amplitudine mai mare. Analiza detaliată a acestor fenomene necesită structurarea colectivității pe grupe relativ omogene în funcție de variația uneia sau a mai multor caracteristici de grupare.

În această situație studiul împrăștierii unei caracteristici în întreaga colectivitate trebuie să se completeze cu analiza împrăștierii din fiecare grupă și dintre grupe, identificîndu-se astfel rolul diferiților factori de influență (gradul lor de influență) asupra variabilității caracteristicii (de obicei, dependente) în colectivitatea respectivă.

Să considerăm o colectivitate C în care s-au înregistrat două variabile X și Y. De asemenea, presupunem că cele n unități ale colectivității C au fost structurate după valorile caracteristicii X

Tabelul 6.5

Distribuția condiționată a unei colectivități după două variabile

Valori ale caracteristicii de grupare X (sau grupe de unități după X)	Numărul unităților pe variantele caracteristicii Y (grupe de unități după caracteristica Y)				Total
	y_1	$y_2 \dots$	$y_j \dots$	y_m	
0	1	2 ...	$j \dots$	m	
x_1	n_{11}	$n_{12} \dots$	$n_{1j} \dots$	n_{1m}	$n_{1.}$
x_2	n_{21}	$n_{22} \dots$	$n_{2j} \dots$	n_{2m}	$n_{2.}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
x_i	n_{i1}	$n_{i2} \dots$	$n_{ij} \dots$	n_{im}	$n_{i.}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
x_k	n_{k1}	$n_{k2} \dots$	$n_{kj} \dots$	n_{km}	$n_{k.}$
TOTAL	$n_{.1}$	$n_{.2} \dots$	$n_{.j} \dots$	$n_{.m}$	$n_{..}$

Scanned with OKEN Scanner

și k grupe, iar după valorile caracteristicii Y — în m grupe. În urma operațiilor de grupare/clasificare se obține următoarea distribuție a celor n unități din C (vezi tabelul 6.5).

Pentru distribuția condiționată a unei colectivități după două variabile (tabelul 6.5) indicatorii de împrăștiere, precum și indicatorii tendinței centrale se pot calcula pe fiecare grupă, dar și pe întreaga colectivitate, dacă se face abstracție de structurarea acesteia.

Prin urmare, se pot calcula:

— k medii de grupă ale variabilei Y (cîte una pentru fiecare grupă după X).

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{m} y_j n_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} n_{ij}} = \frac{\sum_{j=1}^{m} y_j n_{ij}}{n_{i\cdot}}; \qquad (6.49)$$

— o medie generală a lui y pe întreaga colectivitate C, notată cu $\bar{y}$

$$\bar{\bar{y}} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \bar{y}_i n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_{i\cdot}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m} y_{ij} n_{ij}}{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m} n_{ij}}. \qquad (6.50)$$

Valoarea medie generală $\bar{y}$ sintetizează valorile individuale înregistrate sau valorile mediilor de grupă $\bar{y}_i$, numite și medii condiționate.

Împrăștierea valorilor individuale ale unităților colectivității C față de valoarea medie generală, $y_j - \bar{y}$ (totală) se poate descompune în împrăștierea față de media de grupă $(y_j - \bar{y}_i)$ și în împrăștierea mediilor de grupă față de media colectivității total $(\bar{y}_i - \bar{y})$. Deci,

$$y_j - \bar{y} = (y_j - \bar{y}_i) + (\bar{y}_i - \bar{y}). \qquad (6.51)$$

Prin urmare, pentru caracteristica Y înregistrată în colectivitatea C se identifică trei feluri de variații (împrăștieri):

$y_j - \bar{y}_i$ (pentru orice $i = \overline{1, k}$ și $j = \overline{1, m}$) — împrăștierea valorilor individuale y_j $(j = \overline{1, m})$ în jurul fiecărei medii de grupă $\bar{y}_i$ (cu $i = \overline{1, k}$);

$\bar{y}_i - \bar{y}$ (pentru orice $i = \overline{1, k}$) — împrăștierea mediilor de grupă $\bar{y}_i$, cu $i = \overline{1, k}$, față de media generală $(\bar{y})$ a colectivității;

$y_j - \bar{y}$ $(j = \overline{1, m})$ — împrăștierea valorilor individuale y_j față de media generală $(\bar{y})$.

Scanned with OKEN Scanner

In sens statistic, variabilitatea unui ansamblu de fenomene de masă reprezintă un rezultat al acţiunii factorilor întîmplători variabili de la o unitate la alta a colectivităţii C. Dacă, însă, colectivitatea C prezintă diferenţieri calitative, aceasta demonstrează că şi factorii esenţiali au acţiune variabilă de la o grupă la alta. Aceasta înseamnă că pe lîngă împrăştierea din interiorul fiecărei grupe există şi o variaţie între grupe. Deci, variaţia totală $(y_j - \bar{y})$ reprezintă rezultatul combinării acţiunii factorilor întîmplători prezenţi în interiorul fiecărei grupe cu acţiunea factorilor esenţiali variabili de la o grupă la alta; $y_j - \bar{y}_i$ reprezintă rezultatul acţiunii factorilor întîmplători, iar împrăştierea $y_i - \bar{y}$ este rezultatul acţiunii factorilor esenţiali (sistematici). Măsurarea acţiunii combinate şi separate a celor două categorii de factori variabili presupune descompunerea adecvată a dispersiei colectivităţii totale C.

Fie factorul de grupare X pe care îl considerăm unul din factorii esenţiali (variabili) de influenţă asupra caracteristicii analizate Y. Aceasta înseamnă că mediile de grupă $(\bar{y}_i,\ i=\overline{1,k})$ diferă între ele. Cu cît influenţa factorului x este mai puternică, cu atît mediile de grupă vor fi şi mai diferite de la o grupă la alta. Dacă, însă, caracteristica de grupare X nu este un factor determinant pentru variaţia caracteristicii Y, atunci mediile de grupă $(\bar{y}_i,\ i=\overline{1,k})$ sînt apropiate între ele şi apropiate de nivelul mediu $\bar{y}$ al colectivităţii C. Deci, este evident că variaţia caracteristicii Y este determinată de factorul de grupare X şi de alţi factori (în afara lui X), consideraţi întîmplători.

Împrăştierea valorilor individuale din fiecare grupă în jurul mediei lor este o măsură a influenţei factorilor aleatori, variabili, prezentaţi în interiorul grupelor, deoarece la nivelul fiecărei grupe valoarea caracteristicii de grupare X este considerată constantă. De asemenea, împrăştierea mediilor de grupă $(\bar{y}_i,\ i=\overline{1,k})$ faţă de media colectivităţii totale evidenţiază influenţa factorului de grupare X, variabil, în ipoteza că acţiunea factorilor aleatori din interiorul grupelor au o acţiune constantă.

În virtutea acestor delimitări se constată că pot fi calculate mai multe tipuri de dispersii, şi anume:

— dispersia fiecărei grupe i (σ_i^2), se calculează pe baza pătratelor abaterilor valorilor individuale y_j de la media (grupei) lor, precum şi pe baza frecvenţelor grupelor i. Deci,

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m} (y_j - \bar{y}_i)^2 n_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} n_{ij}}, \text{ pentru orice } i=1,k. \qquad (6.52)$$

Scanned with OKEN Scanner

Aceste dispersii (în număr de k) exprimă măsura în care factorii aleatori prezenţi în interiorul fiecărei grupe influenţează împrăştierea valorilor individuale ale caracteristicii Y. Cu cît dispersia din interiorul fiecărei grupe i este mai mare, cu atît grupa respectivă este mai puţin omogenă.

Numărul dispersiilor calculate astfel coincide cu numărul de grupe (k) după care a fost structurată colectivitatea C în funcţie de X.

Pentru a sintetiza împrăştierea generală de toţi factorii aleatori (din fiecare grupă) într-un singur indicator al întregii colectivităţi C, se calculează media dispersiilor parţiale $\overline{\sigma_i^2}$. Aceasta reprezintă o medie aritmetică ponderată a dispersiilor de grupă (ponderile fiind frecvenţele grupelor). Deci,

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \sigma_i^2 \, n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \sum_{i=1}^{m} (y_j - \overline{y_i})^2 \, n_{ij}}{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m} n_{ij}}. \qquad (6.53)$$

Se observă că în cazul în care cele k grupe au aceleaşi frecvenţe ($n_1 = n_2 = \ldots = n_k$), media aritmetică ponderată a dispersiei de grupă devine o medie aritmetică simplă. Deci,

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \sigma_i^2}{k}. \qquad (6.54)$$

Dispersia dintre grupe (δ^2) se calculează pe baza abaterilor mediilor de grupă de la media colectivităţii totale şi reprezintă o măsură a influenţei factorului de grupare asupra împrăştierii valorilor individuale ale caracteristici dependente studiate Y. Relaţia de calcul a acesteia

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (\overline{y_i} - \overline{y})^2 \, n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}. \qquad (6.55)$$

In cazul în care frecvenţele de grupă sînt egale între ele, relaţia (6.55) devine

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (\overline{y_i} - \overline{y})^2}{k}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Dispersia totală (σ^2) se calculează pe baza abaterilor valorilor individuale față de media colectivității C după relația:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m} (y_j - \bar{y})^2 n_{\cdot j}}{\sum_{j=1}^{m} n_{\cdot j}} = \frac{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} (y_j^2 - \bar{y})^2 n_{lj}}{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} n_{lj}}. \qquad (6.56)$$

Acest indicator măsoară întreaga împrăștiere a valorilor caracteristicii Y care este produsă atît de acțiunea factorilor esențiali, cît și a celor neesențiali variabili de la o grupă la alta sau în cadrul aceleiași grupe.

Pentru a oferi un caracter sistematic analizei statistice a variației unei caracteristici complexe într-o colectivitate structurată pe grupe, este necesară determinarea unei relații între dispersia generală (σ^2), dispersia dintre grupe (δ^2) și media dispersiilor parțiale (σ^2). Astfel, pornind de la relațiile (6.51) și (6.56) dispersia generală se descompune după următorul raționament:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m} (y_j - \bar{y})^2 n_{\cdot j}}{\sum_{j=1}^{m} n_{\cdot j}} = \frac{\sum_{l=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} (y_j - \bar{y})^2 n_{lj}}{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} n_{lj}} =$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} [(y_j - \bar{y}_l) + (\bar{y}_l - \bar{y})]^2 n_{lj}}{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} n_{lj}} = \frac{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} (y_j - \bar{y}_l)^2 n_{lj}}{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} n_{lj}} +$$

$$+ \frac{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} (\bar{y}_l - \bar{y})^2 n_{lj}}{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} n_{lj}} + \frac{2 \sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} (y_j - \bar{y}_l)(y_j - \bar{y}) n_{lj}}{\sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{k} n_{lj}} =$$

$$= \bar{\sigma}^2 + \delta^2 + \text{Cov.}\ (x, \varepsilon), \qquad (6.57)$$

unde Cov. (x, ε) reprezintă covariația dintre influența factorului esențial (de grupare x) și ceilalți factori aleatori (ε), care acționează în interiorul celor k grupe. Acest indicator semnifică împrăștierea simultană medie provocată de cele două grupe de factori (x și ε). Dacă factorii esențiali și cei întîmplători sînt independenți sau îi presupunem independenți, atunci Cov. (x_0, ε) $= 0$, iar (6.57) devine:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}^2 + \delta. \qquad (6.58)$$

Scanned with OKEN Scanner

Abaterea medie pătratică corespunzătoare colectivității va fi

$$\sigma=\sqrt{\overline{\sigma^2}+\delta^2}. \tag{6.59}$$

Prin urmare, dispersia generală se descompune în dispersia dintre grupe, care sintetizează influența factorului esențial (de grupare), media dispersiilor parțiale, influența factorilor aleatori din interiorul celor k grupe (fig. 6.2).

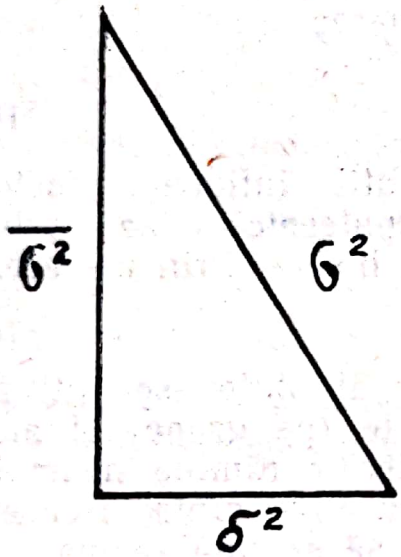


Fig. 6.2. Relația dintre dispersii

Relația (6.58), numită și regulă de adunare a dispersiilor, este deosebit de importantă pentru analiza statistică, întrucît pune în evidență contribuția factorului de grupare X la variația generală a variabilei Y, se măsoară prin:

$$R^2=\frac{\delta^2}{\sigma^2}=1-\frac{\overline{\sigma^2}}{\sigma^2}. \tag{6.60}$$

Acest indicator este numit și grad de determinație. Din (6.60) se obține:

$$R=\frac{\delta}{\sigma}=\sqrt{1-\frac{\overline{\sigma^2}}{\sigma^2}};\ R\in[0;1]. \tag{6.61}$$

Coeficientul R se mai numește raport de dependență (de corelație) statistică[1] între variația valorilor individuale ale lui y în funcție de variația valorilor variabilei factoriale (de grupare). Din relația de calcul se observă că valorile lui R^2 sau ale lui R tind către 1 ($R^2\to 1$ sau $R\to 1$) atunci cînd variația valorilor lui Y este explicată în mare măsură de variația factorului de grupare (sistematic sau factorial) X. La limită dacă $R^2=1$ sau $R=1$ atunci cînd variația variabilei de grupare X (esențiale) explică în întregime variația valorilor individuale ale caracteristicii Y,

[1] Vezi capitolul IX.

influenţa celorlalţi factori (consideraţi aleatori) fiind nulă sau aproape nulă.

Prin urmare, R^2 ca şi R exprimă măsura în care variaţia valorilor individuale ale lui Y (care apare ca variabilă rezultativă) depinde de variaţia caracteristicii de grupare X.

Contribuţia factorilor aleatori ε din interiorul fiecăreia din cele k grupe asupra variaţiei variabile X în colectivitatea generală ($\overline{\sigma^2}$) se măsoară prin gradul de nedeterminare:

$$K^2 = \frac{\overline{\sigma^2}}{\sigma^2} = 1 - \frac{\delta^2}{\sigma^2}. \qquad (6.62)$$

Cu cît $K^2 \in [0; 1]$ este mai mare, cu atît influenţa factorilor aleatori asupra variaţiei lui y este mai puternică, iar influenţa factorului de grupare x este mai slabă şi invers. Prin urmare,

$$K^2 + R^2 = 1. \qquad (6.63)$$

În cazul în care în locul frecvenţelor absolute se utilizează frecvenţele relative ale seriilor componente (pe grupe) şi ale colectivităţii generale C raţionamentul anterior rămîne nemodificat cu condiţia să se respecte relaţiile cantitative dintre frecvenţele absolute şi cele relative. Cu alte cuvinte, să se ţină seama ca valoarea absolută a unui procent al ponderilor utilizate să fie aceeaşi pentru toate unităţile componente ale colectivităţii generale C.

De asemenea, demersul prezentat poate să fie utilizat indiferent de natura nealternativă sau alternativă a caracteristicii. În cazul în care colectivitatea generală C este structurată pe grupe după caracteristici alternative se calculează (în conformitate cu elementele prezentate în capitolele V şi VI) mediile P_i şi dispersiile $p_i q_i = p_i\ (1 - p_i)$ fiecărei grupe i. Pe baza acestora se calculează media dispersiilor, dispersiile dintre grupe şi dispersia generală după relaţiile următoare.

Media dispersiilor de grupe $\overline{\sigma_p^2}$ — pentru o caracteristică alternativă este o medie aritmetică ponderată a dispersiilor grupelor în care a fost structurată colectivitatea:

$$\overline{\sigma_p^2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} (p_i q_i) N_i}{\sum_{i=1}^{k} N_i}, \qquad (6.64)$$

unde p_i — mediile caracteristicii alternative din fiecare grupă $i = \overline{1, k}$; q_i — frecvenţele relative ale unităţilor care nu posedă caracteristici în fiecare grupă $i = \overline{1, k}$; N_i — numărul total al unităţilor care posedă caracteristica în fiecare grupă $i = \overline{1, k}$.

Scanned with OKEN Scanner

Dispersia dintre grupe pentru o caracteristică alternativă σ_2^p se calculează pe baza mediilor caracteristicii de grupare pentru fiecare grupă şi media corespunzătoare pentru întreaga colectivitate:

$$\delta_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (p_i - p)^2 (N_i + M_i)}{\sum_{i=1}^{k} (N_i + M_i)}, \tag{6.65}$$

unde p reprezintă media caracteristicii generale din întreaga colectivitate.

Aceasta se calculează astfel:

$$p = \frac{N}{N+M}.$$

Dispersia totală a caracteristicii alternative σ_p^2 se calculează pe baza greutăţilor specifice din colectivitatea generală

$$P = \frac{N}{N+M} \text{ şi } q = \frac{M}{N+M} = 1 - p. \tag{6.66}$$

Astfel, $\sigma_p^2 = pq$. (6.67)

Relaţia dintre dispersia generală, dispersia dintre grupe, şi media dispersiilor de grupe pentru caracteristica alternativă va avea forma:

$$\sigma_p^2 = \overline{\sigma_p^2} + \delta_p^2, \tag{6.68}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\overline{\sigma_p^2} + \delta_p^2}. \tag{6.69}$$

Pentru realizarea procesului de cunoaştere, pentru fundamentarea deciziilor cercetarea statistică completează analiza împrăştierii valorilor individuale faţă de valoarea medie a caracteristicii cu analiza structurii, concentrării, asimetriei şi aplatizării repartiţiilor.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL VII. INDICATORII STRUCTURII ŞI FORMEI REPARTIŢIILOR STATISTICE

Intr-o colectivitate statistică fiecare caracteristică cuprinsă în programul de observare prezintă niveluri şi forme diferite de manifestare. Repartizarea (distribuirea) unităţilor colectivităţii în funcţie de aceste caracteristici (luate separat sau în dependenţă) prezintă diferite grade de uniformitate. Caracterizarea statistică a unui fenomen de masă într-o colectivitate statistică presupune luarea în considerare nu numai a valorilor individuale ca forme concrete de manifestare a caracteristicii în colectivitate, ci şi a frecvenţelor lor de apariţie. Aceasta înseamnă că realizarea procesului de cunoaştere a unei repartiţii statistice presupune ca pe lîngă indicatorii tendinţei centrale şi indicatorii împrăştierii să se calculeze şi să se analizeze indicatorii statistici care oferă informaţii utile despre structura, concentrarea şi forma în care sînt distribuite valorile individuale ale unei caracteristici.

7.1. INDICATORII STRUCTURII REPARTIŢIILOR STATISTICE

Structura unei colectivităţi statistice depinde de variabila prezentată sub forma unei repartiţii (distribuţii) de frecvenţă. Pentru fiecare variabilă urmărită repartiţia unităţilor din colectivitate prezintă o anumită structură. Aceasta înseamnă că dacă se schimbă variabila de grupare, se schimbă şi structura colectivităţii în care s-a înregistrat caracteristica. Prin urmare, fiecare serie are o structură condiţionată de valorile pe care le ia caracteristica (variabila), în condiţiile date de timp, de spaţiu şi organizatorice.

Analiza structurii unei repartiţii, a modificărilor structurale necesită calculul şi interpretarea unor indicatori corespunzători care au ca „materie primă" noţiunea de frecvenţă.

In cazul în care colectivitatea statistică este studiată după o singură caracteristică, frecvenţa absolută (notată cu n_i cu $i=1$) reprezintă numărul de unităţi din colectivitatea la care s-a înregistrat aceeaşi valoare individuală a unei caracteristici sau numă-

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 7.1.

Calculul unor indicatori statistici pe baza frecvențelor

Valori individuale ale caracteristicii X	Nr. de unități (frecvențe absolute)	Frecvențe relative $f_i\% = \frac{n_i}{h} \cdot 100$ $\sum_{i=1} n_i$	FRECVENȚE CUMULATE			
			Crescătoare (ascendente) Fa_i	Descrescătoare (descendente) F'_{a_i}	Crescătoare (ascendente) Ff_i	Descrescătoare (descendente) F'_{f_i}
x_1	n_1	f_1	$Fa_1 = n_1$	$F'_{a_1} = \sum_{k=1}^{r} n_k$	$Ff_1 = f_1$	$F'_{f_1} = \sum_{k=1}^{r} f_k$
x_2	n_2	f_2	$Fa_2 = n_1 + n_2$	$F'_{a_2} = \sum_{k=2}^{r} n_k$	$Ff_2 = f_1 + f_2$	$F'_{f_2} = \sum_{k=2}^{r} f_k$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
x_i	n_i	f_i	$Fa_i = \sum_{k=1}^{i} n_k$	$F_{a_i} = \sum_{k=i}^{r} n_k$	$Ff_i = \sum_{k=1}^{i} f_k$	$F'_{f_i} = \sum_{k=1}^{r} f_k$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
x_r	n_r	f_r	$Fa_r = \sum_{i=1}^{r} n_k$	$Fa_r = n_r$	$Ff_r = \sum_{k=1}^{r} f_k$	$F'_{f_r} = f_r$
TOTAL	$\sum_{i=1}^{r} n_i$	$\sum_{i=1}^{r} f_i = 100$	—	—	—	—

Scanned with OKEN Scanner

rul de unităţi (sau valori individuale) încadrate în acelaşi interval de variaţie. Forma generală a frecvenţelor absolute este prezentată în tabelul 7.1, coloana 1. De exemplu, n_i poate fi număr de persoane care au aceeaşi vîrstă; număr de piese la care s-a înregistrat aceeaşi normă de consum; număr de agenţi economici dintr-un departament care au realizat aceeaşi cifră de afacere; număr de angajaţi într-o unitate cu salariul mediu lunar cuprins într-un interval etc.

Pentru analiza structurii unei serii de distribuţie în funcţie de una sau mai multe caracteristici, pentru compararea repartiţiilor empirice cu cele teoretice se calculează frecvenţele relative numite şi ponderi sau greutăţi specifice. Frecvenţele relative se exprimă sub formă de coeficienţi sau în procente. Ele apar ca mărimi relative de structură ale efectivului unităţilor observate (înregistrate) pentru o anumită variantă (interval de grupare) a caracteristicii urmărite. Prin urmare, frecvenţele relative f_i exprimă ponderea (greutatea specifică) numărului de unităţi n_i care posedă valoarea individuală x_i a caracteristicii studiate (sau care după nivelul caracteristicii studiate se află în acelaşi interval de variaţie) în ansamblul colectivităţii statistice investigate. Relaţia generală de calcul al acestor frecvenţe prezentate în tabelul 7.1, coloana 2, este următoarea:

$$f_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^{r} n_i}. \qquad (7.1)$$

Tabelul 7.2

Distribuţia personalului de la S. C. «MIRCO» după salariul orar (lei)

Grupe de salariaţi după salariul orar (lei)	Număr de salariaţi (n_i)	Frecvenţe relative (%) (f_i)	EFECTIV CUMULAT			
			Crescător (Fa_i)	Descrescător ($F'a_i$)	Crescător (Ff_i)	Descrescător ($F'f_i$)
180—240	10	5,0	10	200	5,0	100,0
240—300	25	12,5	35	190	17,5	95,0
300—360	50	25,0	85	165	42,5	82,5
360—420	45	22,5	130	115	65,0	57,5
420—480	35	17,5	165	70	82,5	35,0
480—560	25	12,5	190	35	95,0	17,5
560—640	10	5,0	200	10	100,0	5,0
TOTAL	200	100,0	—	—	—	—

Scanned with OKEN Scanner

Aplicația 7.1. Calculul frecvențelor relative și comulate într-o distribuție a personalului de la S. C. „MIRCO" după salariul orar.

Datele din tabelul 7.1 evidențiază că un număr de 45 persoane au un salariu orar mai mare sau egal cu 360 lei și mai mic de 420 lei, iar în ansamblul investigat prezintă o pondere (sau greutate specifică) de 22,5%.

În cazul repartițiilor pe intervale neegale frecvențele absolute sau relative nu sînt direct comparabile între ele. În vederea asigurării comparabilității se vor raporta frecvențele absolute sau relative ale fiecărui interval la mărimile intervalelor corespunzătoare obținîndu-se frecvențe de un anumit tip, numite *frecvențe reduse la unitate* (sau densități de frecvențe).

Pentru analiza structurii colectivității de 200 de persoane după salariul orar este necesar ca din punct de vedere statistic să se pună în evidență și alte aspecte referitoare la efectivul cumulat absolut sau relativ al personalului care are salariul orar cuprins între anumite limite, la gradul de concentrare al efectivului absolut sau relativ spre anumite niveluri ale caracteristicii urmărite etc.

Frecvențele cumulate se calculează prin însumarea ascendentă și/sau descendentă a frecvențelor absolute și/sau relative consecutive pînă la (sau sub) un anumit nivel al caracteristicii[1]. Prin urmare, numărul total al unităților care au valori individuale mai mici sau egale cu x_i este:

$$F_{a_i} = n_1 + n_2 + \ldots + n_i = \sum_{k=1}^{i} n_k. \tag{7.2}$$

Numărul de unități care au valori mari sau egale cu x_i este:

$$F'_{a_j} = n_r + n_{r-1} + n_{r-2} + \ldots + n_j = \sum_{k=j}^{r} n_k. \tag{7.3}$$

F_{a_i} și F'_{a_i} sînt calculate în tabelul 7.2, col. 3 și 4. În cazul în care se utilizează frecvențele relative ponderea tuturor unităților care au valori individuale mai mici sau egale cu x_i ce calculează după relația:

$$F_{f_i} = f_1 + f_2 + \ldots + f_i = \sum_{k=1}^{i} f_k. \tag{7.4}$$

Ponderea tuturor unităților care au valori individuale mai mari sau egale cu x_j se calculează după relația:

[1] Atributul de ascendent (descendent) se referă la ordinea crescătoare (descrescătoare) a valorilor individuale ale caracteristicii studiate.

Scanned with OKEN Scanner

$$F'_{f_j} = f_r + f_{r-1} + f_{r-2} + \ldots + f_j = \sum_{k=j}^{r} f_k. \qquad (7.5)^1$$

Din datele prezentate în tabelul 7.2 se observă că numărul total al persoanelor din colectivitatea studiată care au un salariu orar, de exemplu cuprins între 180 şi 420 lei, este de 130 persoane, iar 70 de persoane au salariul orar mai mare sau egal cu 420 lei (vezi col. 3 şi 4). Altfel spus, 65% din efectivul colectivităţii are un salariu orar mai mic de 420 lei, iar 35% — un salariu mai mare sau egal cu 420 lei (col. 5 şi 6).

Din modul de calcul al frecvenţelor cumulate se constată că diferenţa dintre două frecvenţe cumulate reprezintă numărul total de unităţi care au valorile individuale cuprinse între două limite de interval. Astfel, numărul total de unităţi care au valorile individuale cuprinse în intervalul $[x_{i-1}—x_i]$ este dat de:

$$F_{a_i} - F_{a_{i-1}} = n_i \text{ sau } F'_{a_i} - F'_{a_{i-1}} = n_{r-1}. \qquad (7.6)$$

De exemplu, 130—85=45 persoane cu salariul orar cuprins între 360 lei şi 420 lei, iar 130—35=95 persoane cu salariul orar mai mare sau egal cu 300 lei şi mai mic de 420 lei. Dacă se utilizează frecvenţele relative, în mod analog vom avea:

$$F_{f_i} - F_{f_{i-1}} = f_{i-1} \quad (7.7) \text{ şi respectiv } F_{f_i} - F_{f_{i-1}} = f_{i-1}. \qquad (7.7')$$

De exemplu în colectivitatea investigată ponderea persoanelor cu salariul orar cuprins între 300 lei şi 420 lei este de 47,5% = =65%—17,5%.

In cazul în care colectivitatea statistică este analizată în funcţie de două caracteristici se calculează indicatorii de structură corespunzători. Fie distribuţia bidimensională din tabelul 7.3.

Pe baza distribuţiei bidimensionale prezentate în tabelul 7.1. se pot distinge şi se pot calcula mai mulţi indicatori cu care să se caracterizeze structura repartiţiei. Astfel,

— frecvenţe absolute:

n_{ij} — numărul de unităţi care în acelaşi timp după caracteristica X au nivelul x_i şi după caracteristica Y au nivelul y_j;

$n_{i\cdot}$ — numărul total al unităţilor care după caracteristica X au nivelul x_i indiferent ce nivel înregistrează după caracteristica Y. Deci,

$$n_{i\cdot} = n_{i1} + n_{i2} + \ldots + n_{ij} + \ldots + n_{ik} = \sum_{j=1}^{k} n_{ij}; \qquad (7.8)$$

---

[1] Vezi tabelele 7.1 şi 7.2, col. 5 şi 6.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 7.3

Distribuția generală a unităților unei colectivități după caracteristicile X și Y

X \ Y	y_1	$y_2 \dots y_j \dots y_k$	Total
x_1	n_{11}	$n_{12} \dots n_{1j} \dots n_{1k}$	$n_{1\cdot}$
x_2	n_{21}	$n_{22} \dots n_{2j} \dots n_{2k}$	$n_{2\cdot}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	$\vdots$
x_i	n_{i1}	$n_{i2} \dots n_{ij} \dots n_{ik}$	$n_{i\cdot}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	$\vdots$
x_r	n_{r1}	$n_{r2} \dots n_{rj} \dots n_{rk}$	$n_{r\cdot}$
Total	$n_{\cdot 1}$	$n_{\cdot 2} \dots n_{\cdot j} \quad n_{\cdot k}$	$n_{\cdot\cdot} = \sum_{i=1}^{r} n_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{k} n_{\cdot j}$

$n_{\cdot j}$ este numărul total al unităților care după caracteristica Y au nivelul y_i indiferent ce nivel înregistrează după caracteristica X. Deci,

$$n_{\cdot j} = n_{1j} + n_{2j} + \dots + n_{ij} + \dots + n_{rj} = \sum_{i=1}^{r} n_{ij} \qquad (7.9)$$

Se observă că numărul total al unităților colectivității este

$$n_{\cdot\cdot} = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{k} n_{ij} = \sum_{i=1}^{r} n_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{k} n_{\cdot j}; \qquad (7.10)$$

— **frecvențe relative.**

In cazul frecvențelor relative este necesar să se stabilească baza de raportare. In astfel de repartiții se pot calcula frecvențele relative în interiorul fiecărei grupe f_{ij}, frecvențele relative pe grupe după variabila x_i, f_i, frecvențele relative după variabila y_j, $f_{\cdot j}$.

Prin urmare, există:

— ponderea (greutatea specifică) unităților care după x au nivelul x_i și după y au nivelul y_j în ansamblul colectivității $(n_{\cdot\cdot})$

$$f_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_{\cdot\cdot}} \cdot 100 \quad (i = \overline{1, r} \text{ și } j = \overline{1, k}); \qquad (7.11)$$

Scanned with OKEN Scanner

— ponderea unităţilor care după x au nivelul x_i în întreaga colectivitate $(n..)$

$$f_{i.} = \frac{n_{i.}}{n..} \cdot 100, \text{ cu } i = \overline{1, r}; \tag{7.12}$$

—ponderea unităţilor care au nivelul y_j, indiferent ce valoare individuală au după cealaltă caracteristică în ansamblul colectivităţii

$$f_{.j} = \frac{n_{.j}}{n..} \cdot 100, \text{ cu } j = \overline{1, k}. \tag{7.13}$$

Se observă că între frecvenţele relative calculate pe baza relaţiilor (7.11)—(7.13) şi exprimate în coeficienţi există anumite legături, şi anume:

$$f_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_{i.}} f'_{i.} = f_{i.} \cdot f'_{i.} \tag{7.14}$$

sau

$$f_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_{.j}} f'_{.j} = f_{.j} f'_{.j}, \tag{7.15}$$

unde $f'_{i.} = \frac{n_{ij}}{n_{i.}}$ — ponderea unităţilor care au înregistrat nivelurile x_i şi y_j în totalul unităţilor care posedă caracteristica x_i indiferent ce nivel înregistrează după Y;

$f'_{.j} = \frac{n_{ij}}{n_{.j}}$ — ponderea unităţilor care după X au înregistrat nivelul x_i, iar după Y — nivelul y_i în totalul unităţilor din colectivitate care au nivelul y_j.

Însumarea frecvenţelor relative este condiţionată de baza de rapoarte. Astfel, frecvenţele relative din interiorul unei grupe nu se pot cumula cu frecvenţele repative ale altei grupe decît în cazul cînd acestea se transformă în frecvenţe absolute.

Frecvenţele cumulate ascendent şi/sau descendent se calculează (pe baza frecvenţelor absolute şi relative) şi se analizează în funcţie de obiectivul urmărit atît pentru distribuţia combinată, cît şi pentru distribuţiile marginale în acelaşi mod cu cel prezentat în cazul distribuţiilor unifactoriale.

În concluzie, indicatorii prezentaţi oferă informaţiile utile pentru cunoaşterea structurii repartiţiilor statistice. Ei trebuie completaţi în analiză cu informaţii despre concentrarea/diversificarea, asimetria şi aplatizarea repartiţiilor. Pentru aceasta trebuie să se aibă în vedere calculul unor indicatori care să se bazeze nu numai pe frecvenţe, ci şi pe valorile individuale ale caracteristicii studiate, pe relaţiile dintre valorile individuale şi frecvenţele lor de apariţie.

Scanned with OKEN Scanner

7.2. ANALIZA STATISTICĂ A CONCENTRĂRII/DIVERSIFICĂRII

Din punct de vedere statistic prin concentrare se înţelege cumularea valorilor caracteristicii în cadrul unor grupe/clase ale colectivităţii studiate. De exemplu, populaţia se concentrează într-un număr relativ mic de localităţi mari sau valoarea producţiei se concentrează într-un număr relativ mic de întreprinderi mari etc.

La analiza fenomenelor de concentrare într-o repartiţie numerică se folosesc frecvenţele absolute pe grupe şi valorile totalizate pe grupe ale caracteristicii. Aceasta presupune parcurgerea următoarelor etape:

— pentru ambele şiruri de date (ale caracteristicii şi ale frecvenţelor) se calculează greutăţile specifice şi greutăţile specifice cumulate;

— se elaborează şi se interpretează graficul de concentrare (curba lui Lorentz);

— se interpretează gradul de concentrare prin compararea celor două şiruri de greutăţi specifice cumulate.

Prin urmare, alături de frecvenţele relative f_i şi frecvenţele relative cumulate F_i pentru fiecare grupă se mai calculează suma valorilor individuale ale caracteristicii, mărimile relative de structură şi procentul cumulat corespunzător al acestora.

În cazul în care concentrarea este puternică o mare parte din numărul de unităţi ale colectivităţii deţine o pondere mică în valoarea totalizată a caracteristicii şi invers, o parte mică din colectivitate deţine o pondere mare în valoarea totalizată. Vizualizarea fenomenului de concentrare într-o repartiţie statistică se efectuează prin curba lui M. O. Lorentz (fig. 7.1).

Suprafaţa mărginită de curba de concentrare şi diagonala OB se numeşte arie de concentrare. Cu cît această arie este mai mare, cu atît concentrarea este mai puternică. La limită, în ipoteza de concentrare maximă aria de concentrare va fi egală cu aria suprafeţei OAB. Dacă, însă, concentrarea este minimă (diversificarea este maximă), în cazul în care repartiţia ar fi uniformă (r_i% din frecvenţe ar dispune de r_i% din valorile individuale ale caracteristicii), curba de concentrare se reduce la diagonala OB, numită uneori şi dreaptă de echilibru sau dreaptă de echirepartiţie.

În practică se pot întîlni situaţii de tipul lipsă de concentrare, concentrare uşoară sau grad mare de concentrare (mic de diversificare).

Concentrarea frecvenţelor către anumite variante ale caracteristicii ca şi diversificarea se măsoară cu ajutorul mai multor indicatori statistici. Dintre aceştia amintim: coeficientul de concentrare al lui G. Gini, lungimea vectorului de structură, energia in-

Scanned with OKEN Scanner

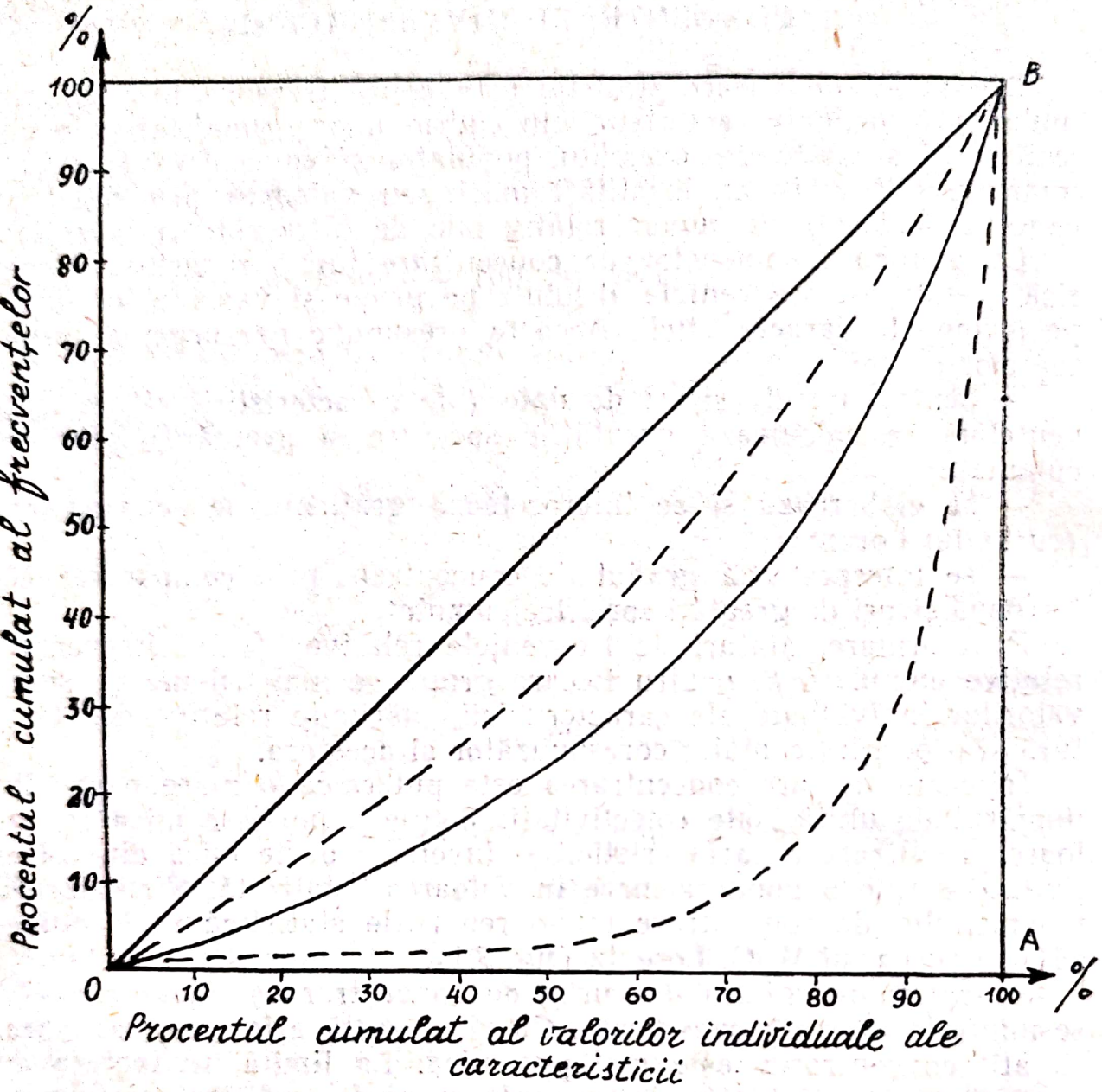


Fig. 7.1. Curba lui M. O. Lorentz

formațională, entropia etc. Acești indicatori se calculează atît prin intermediul frecvențelor absolute, cît și cu ajutorul frecvențelor relative.

Coeficientul de concentrare al lui G. Gini reprezintă raportul dintre aria de concentrare și aria triunghiului *AOB*. Mărimea acestui raport variază între 0 (diagonala de echirepartiție, concentrația nulă și diversificarea maximă) și 1 (aria triunghiului *OAB*). El se determină aproximativ prin metoda grafică. O altă măsură a concentrării propusă de G. Gini (1912) o reprezintă raportul între diferența medie a lui Gini (D_m) și dublul mediei aritmetice

Scanned with OKEN Scanner

$\bar{x}$. Deci $G = \frac{D_m}{2\bar{x}}$. (7.16)

O modalitate asemănătoare de calcul al coeficientului de concentrare al lui Corrado-Gini este dată de relaţia următoare:

$$G = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}\right)^2} \quad G \in \left[\frac{1}{\sqrt{n}};\ 1\right]. \tag{7.17}$$

Dacă unităţile colectivităţii se concentrează într-o singură grupă (concentrarea este maximă), atunci $G=1$ şi dacă acestea se distribuie în mod egal în fiecare grupă (concentrarea este minimă), atunci $G=\frac{1}{n}$. Pentru a reduce coeficientul G. Gini în intervalul [0; 1] Richard Struck propune următoarea relaţie:

$$G_S^A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}\right)^2 - 1}{n-1}} \quad G_S^A \in [0;\ 1]. \tag{7.18}$$

Interpretarea lui G_s este analogă cu cea a lui G, dar în intervalul [0; 1].

Lungimea vectorului de structură $\|n\|$. Acest indicator se calculează după relaţia:

$$\|n\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} n_i^2}, \tag{7.19}$$

unde k — numărul de grupe de variaţie.

Lungimea vectorului de structură este mică în cazul în care diversificarea este maximă sau concentrarea este minimă, adică volumul fiecărei grupe este:

$$n_i = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{k} = \frac{n}{k}. \tag{7.20}$$

Deci, valoarea minimă a lungimii vectorului de structură este

$$\|n\| = \frac{n}{\sqrt{k}}. \tag{7.21}$$

Pentru concentrarea maximă (diversificarea minimă), cînd întreaga colectivitate este concentrată într-o singură grupă, lungimea vectorului de structură este

Scanned with OKEN Scanner

$$\|n\| = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right)^2} = n. \qquad (7.22)$$

Dacă se ţine seama de (7.21) şi (7.22), atunci se constată că lungimea vectorului de structură se încadrează în intervalul:

$$\frac{n}{\sqrt{k}} \leqslant \|n\| < n. \qquad (7.23)$$

Pentru a uşura interpretarea gradului de concentrare/diversificare lungimea vectorului de structură se reduce (prin interpretare liniară) la intervalul [0; 1]. Astfel,

$$\|n'\| = \frac{\|n\| - \|n\|_{min}}{\|n\|_{max} - \|n\|_{min}} = \frac{\|n\| - \frac{n}{\sqrt{k}}}{n - \frac{n}{\sqrt{k}}}; \quad \|n'\| \in [0; 1]. \qquad (7.24)$$

Cu cît concentrarea este mai puternică, cu atît indicatorul $\|n'\|$ este mai apropiat de 1 şi invers, diversificarea este cu atît mai mare, cu cît $\|n'\|$ este mai apropiat de 0.

Spre deosebire de coeficientul lui G. Gini, lungimea vectorului de structură se calculează mai rapid şi depinde de numărul grupelor k, în care a fost structurată colectivitatea, de calitatea grupării efectuate.

Dacă raportăm lungimea vectorului de structură la volumul total al colectivităţii, se obţine indicatorul numit **lungimea vectorului frecvenţelor.**

$$\|f\| = \frac{\|n\|}{n} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{k} n_i^2}}{n} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} f_i^2}, \qquad (7.25)$$

cu $\|f\| \in \left[\frac{1}{\sqrt{k}}; 1\right]$.

Redus la intervalul [0; 1] lungimea vectorului frecvenţelor devine:

$$\|f'\| = \frac{\|f\| - \|f\|_{min}}{\|f\|_{max} - \|f\|_{min}} = \frac{\|f\| - \frac{1}{\sqrt{k}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{k}}}; \quad \|f'\| \in [0; 1]. \qquad (7.26)$$

Deci relaţia (7.25) evidenţiază faptul ($\|n\| = n\|f\|$) că lungimea vectorului de structură este în funcţie de mărimea colectivităţii generale n, dar şi de structura acestuia $\|f\|$.

---

[1] Vezi *Tövissi L., Isaic-Maniu Al.* Statistica, Lito A.S.E. Bucureşti, 1984, p. 391—394.

Scanned with OKEN Scanner

Pătratul lungimii vectorului frecvențelor reprezintă energia informațională fundamentată de O. Onicescu. Deci,

$$E = \|f\|^2 = \sum_{i=1}^{k} f_i^2 \in \left[\frac{1}{k};\ 1\right]. \tag{7.27}$$

Energia informațională ia valori cu atît mai mari cu cît gradul de concentrare a frecvențelor este mai ridicat (mai apropiat de 1) și invers, este cu atît mai mică (mai apropiată de $\frac{1}{k}$) cu cît diversificarea frecvențelor este mai accentuată.

Pentru analiza nedeterminării sau incertitudinii în procesul de transmitere a informației C. Shannon a introdus în teoria statisticii informaționale conceptul de *entropie*. În statistică entropia se utilizează pentru măsurarea gradului de uniformitate/neuniformitate, concentrare/diversificare sau organizare/dezorganizare și se calculează astfel:

$$H = \sum_{i=1}^{k} f_i \ln \frac{1}{f_i};\ H \in [0;\ \log k]. \tag{7.28}$$

Dacă în (7.28) se utilizează logaritmul natural (în baza e), indicatorul H se măsoară în niți, iar dacă se folosește logaritmul în baza doi, atunci unitatea de măsură este bițul. Cu cît valorile lui H sînt mai apropiate de 0, cu atît concentrarea frecvențelor este mai mare (în limită concentrarea maximă, într-o singură grupă cînd $H=0$). Însă, pe măsură ce concentrarea scade, iar diversificarea crește (dezorganizarea, uniformitatea), valorile entropiei tind către $\log k$.

Indicatorii concentrării/diversificării prezentați au o caracteristică comună și anume ei se calculează numai pe baza frecvențelor, ceea ce înseamnă că mărimea lor este strict dependentă de modul în care s-a efectuat gruparea unităților colectivității în funcție de o anumită caracteristică nealternativă. In cazul în care unitățile colectivității sînt examinate după o caracteristică alternativă, analiza fenomenului de concentrare este lipsită de sens. Reducerea mulțimii valorilor indicatorilor concentrării/diversificării în intervalul [0; 1] este necesară atunci cînd se compară concentrarea frecvențelor din două sau mai multe distribuții.

Analiza seriilor de distribuție presupune, pe lîngă analiza indicatorilor tendinței centrale, analiza variației valorilor individuale, analiza concentrării frecvențelor și analiza formelor repartițiilor statistice.

Scanned with OKEN Scanner

7.3. ANALIZA FORMEI REPARTIȚIEI STATISTICE

Forma în care frecvențele se repartizează după o anumită caracteristică numerică[1] se definește prin două componente și anume prin oblicitate și prin aplatizare.

Frecvent analiza statistică a oblicității repartițiilor statistice se referă la analiza simetriei și asimetriei acestora. O serie simetrică corespunde acelei forme de variație statistică în care valorile individuale ale caracteristicii sînt egal depărtate (împrăștiate) față de indicatorii tendinței centrale (medie, mediană, mod). Distribuția simetrică se întîlnește în practică foarte rar, cînd influențele factorilor întîmplători sînt repartizate în mod egal în ambele sensuri. Într-o serie perfect simetrică cuantilele sînt egal distanțate în ambele sensuri față de valoarea tendinței centrale a seriei calculată cu valoare mediană.

7.3.1. Indicatorii variației intercuartilice și interdecilice

Abaterile dintre valorile mediilor de poziție și valoarea mediană permit interpretarea tendinței de rapartizare a frecvențelor de apariție ale variantelor caracteristicii. Într-o repartiție simetrică în care s-au calculat valorile cuartilelor, abaterea dintre cuartila inferioară și mediană este egală în valoare absolută cu abaterea dintre cuartila superioară și mediană. În acest caz în intervalul dintre două cuartile succesive se plasează 50% din numărul unităților înregistrate. Deci,

$$Me - Q_1 = Q_3 - Me. \tag{7.29}$$

Din (7.29) se observă că dacă repartiția este simetrică, atunci mediana (sau cuartila a doua) este media aritmetică a cuartilelor extreme (7.30).

$$\overline{Q} = \frac{Q_1 - Q_3}{2} = Q_2 = Me. \tag{7.30}$$

În cazul în care influențele factorilor întîmplători nu se repartizează în mod egal în ambele sensuri, cuartilele se distribuie diferit în ambele sensuri față de valoarea tendinței centrale, calculată ca valoare mediană, repartiția statistică prezentînd un anumit grad de variație intercuartilică. Dacă se iau în vedere relațiile (7.29) și (7.30), atunci există variația intercuartilică, deoarece

$$\overline{Q} \neq Q_2 = Mo \text{ sau } Me - Q_1 \neq Q_3 - Me. \tag{7.31}$$

---

[1] Studiul formei de repartizare a frecvențelor după o caracteristică alternativă (nenumerică) este lipsit de sens.

Scanned with OKEN Scanner

Variația intercuartilică se caracterizează cu ajutorul unor indicatori calculați în mărimi absolute și/sau relative. Din categoria acestor indicatori se prezintă următorii:

Abaterea medie intercuartilică ($\overline{d_Q}$). Aceasta se calculează ca o medie aritmetică a celor două abateri ale cuartilelor extreme față de cuartila centrală (7.32).

$$\overline{d}_Q = \frac{(Me - Q_1) + (Q_3 - Me)}{2} = \frac{Q_2 - Q_1}{2}. \qquad (7.32)$$

Relația (7.32) pune în evidență faptul că abaterea medie intercuartilică se mai poate numi și **amplitudine semiintercuartilică,** deoarece se bazează numai pe relația dintre cele două cuartile extreme Q_1 și Q_2. Abaterea medie intercuartilică $\overline{d_Q}$ este, după cum se observă, un indicator absolut care se exprimă în unitățile de măsură ale caracteristicii studiate. Din această cauză el nu poate fi utilizat pentru analiza comparativă a variației intercuartilice din mai multe serii statistice. În asemenea situații se recomandă utilizarea coeficientului de variație intercuartilică.

Coeficientul de variație intercuartilică (V_d) se calculează ca raport între abaterea medie intercuartilică și valoarea tendinței centrale a caracteristicii calculată ca valoare mediană. Deci,

$$V_d = \frac{\overline{d}_Q}{Me} = \frac{Q_3 - Q_1}{2\,Me} \quad V_d \in [0;\ 1]. \qquad (7.33)$$

Relația (7.33) evidențiază că acest coeficient ia numai valori subunitare și pozitive. Cu cît valoarea lui V_d este mai mică (mai apropiată de zero), cu atît mai nesemnificativă este variația intercuartilică în seria analizată și cu atît mai mică este asimetria distribuției.

In seriile statistice destul de mari, cu un pronunțat grad de asimetrie, este necesar să se caracterizeze variația interdecilică. Într-o repartiție simetrică relația dintre valoarea mediană (Me) și valorile decilelor extreme (D_1 și D_2) este următoarea:

$$Me - D_1 = D_9 - Me \text{ sau } \overline{D} = \frac{D_1 + D_9}{2} = D_5 = Me. \qquad (7.34)$$

Dacă egalitățile din (7.34) nu se realizează ($Me - D_1 \neq D_9 - Me$ sau $D \neq D_5 = Me$), atunci există variație interdecilică. Aceasta se caracterizează în mod frecvent cu indicatorii: abaterea interdecilică și coeficientul de variație interdecilică.

Abaterea interdecilică este calculată ca medie aritmetică a abaterilor decilelor extreme față de decila (cuartila) centrală a seriei (7.35).

$$\overline{d}_D = \frac{(Me - D_1) + (D_9 - Me)}{2} = \frac{D_9 - D_1}{2}. \qquad (7.35)$$

Scanned with OKEN Scanner

Acest indicator prezintă aceleaşi deficienţe ca şi abaterea medie intercuartilică (7.32), fapt care impune calculul coeficientului de variaţie interdecilică (7.36).

Coeficientul de variaţie interdecilică se calculează ca raport între abaterea interdecilică şi decila (cuartila) centrală (D_5) sau valoarea mediană (7.36).

Cu cît valoarea coeficientului de variaţie interdecilică este mai mică (mai apropiată de zero), cu atît repartiţia este mai simetrică, iar variaţia interdecilică este mai redusă.

7.3.2. Analiza asimetriei repartiţiilor empirice

În cazul în care valorile individuale ale caracteristicii se împrăştie în mod simetric faţă de valoarea tendinţei lor centrale, abaterile individuale se compensează reciproc. Această compensare se datorează faptului că frecvenţele de apariţie ale abaterilor sînt egale de ambele părţi ale valorii centrale. Dacă frecvenţele de apariţie ale valorilor individuale ale caracteristicii analizate nu urmează această regularitate, seria prezintă o tendinţă de asimetrie fie către valorile mai mari, fie către valorile mai mici[1].

În practică se întîlnesc în mod frecvent repartiţii de frecvenţe simetrice, uşor asimetrice sau cu pronunţată asimetrie. Repartiţiile asimetrice se deosebesc între ele prin gradul de asimetrie şi prin felul asimetriei (fig. 7.2).

Seria perfect simetrică (fig. 7.2, *a*) corespunde acelei forme de variaţie statistică în care influenţele factorilor întîmplători urmează o anumită regularitate, se repartizează egal în ambele sensuri. În

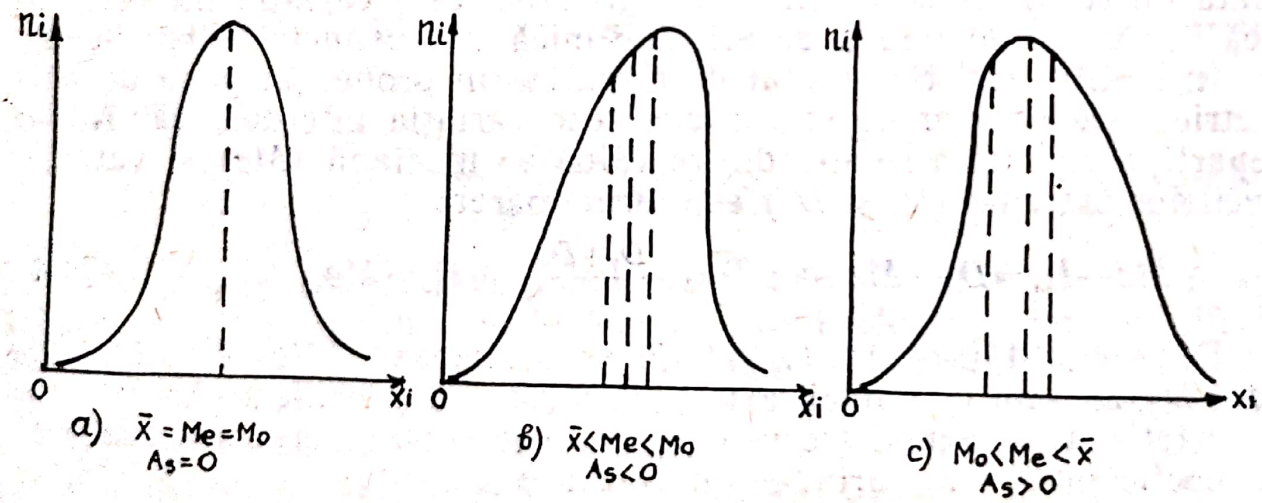


Fig. 7.2. Tipuri de repartiţii statistice: *a* — simetrică; *b* — asimetrică (oblică) la dreapta; *c* — asimetrică (oblică) la stînga

[1] Problema analizei asimetriei se pune numai în cazul repartiţiilor statistice unimodale.

Scanned with OKEN Scanner

această situație, după cum se observă din fig. 7.2, *a*, există următoarea egalitate:

$$X = Mo = Me. \tag{7.36}$$

În cazul în care repartiția statistică este asimetrică există:

$$\overline{X} \neq Me \neq Mo. \tag{7.37}$$

Interpretarea felului și gradului de asimetrie se bazează, deci, pe poziția și valorile pe care le au cei trei indicatori ai tendinței centrale: media, mediana și modul sau valoarea dominantă. În fig. 7.2, *b* și fig. 7.2, *c* repartițiile statistice prezintă asimetrie negativă și respectiv pozitivă, ceea ce semnifică faptul că majoritatea valorilor individuale, ca urmare a acțiunii factorilor de influență, sînt deplasate către valorile mici sau valorile mari ale caracteristicii analizate.

În afară de repartițiile ușor asimetrice (fig. 7.2, *b* și *c*) în unele domenii de activitate se întîlnesc și repartiții cu o pronunțată tendință de asimetrie, cum sînt cele din fig. 7.3.

Repartiția asimetrică (oblică) în formă de *J* (fig. 7.3, *a* și *b*) se întîlnește în cazul în care frecvențele de grupe își atrag maximul la un capăt sau altul al intervalului de variație. Repartiția în formă de *U* (fig. 7.3, *c*.) există atunci cînd frecvențele maxime apar la capetele intervalului de variație, iar frecvențele minime — în centrul intervalului. În fig. 7.3, *d* se prezintă o repartiție statistică complexă formată prin suprapunerea a trei repartiții: una în formă de *J* și două repartiții moderat asimetrice[1].

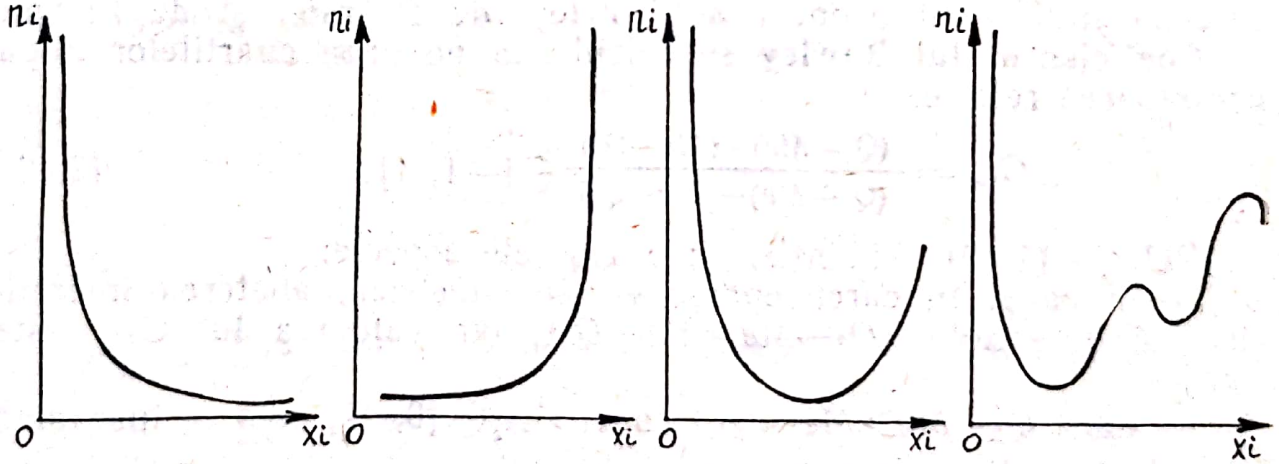


Fig. 7.3. Tipuri de repartiții cu o asimetrie (oblicitate) pronunțată

[1] Adesea reparațiile de forma celor din fig. 7.3 apar în cazul în care operațiile de grupare s-au efectuat eronat.

Scanned with OKEN Scanner

Forma repartiţiilor statistice se analizează în primul rînd cu ajutorul metodei grafice: histogramei, poligonului frecvenţelor şi curbei cumulative de frecvenţe. Aceste reprezentări grafice oferă o imagine asupra asimetriei (oblicităţii). Însă gradul de asimetrie se măsoară cu ajutorul unor indicatori specifici.

Un prim indicator cu ajutorul căruia se interpretează gradul şi tendinţa asimetriei (oblicităţii) este **densitatea de repartiţie a frecvenţelor**[1]. Aceasta se calculează ca raport între fiecare frecvenţă şi mărimea intervalului respectiv de variaţie. În cazul în care se utilizează frecvenţele absolute se obţine densitatea absolută de repartiţie (7.38). Dacă se utilizează frecvenţele relative, atunci se obţine densitatea relativă a frecvenţelor (7.39). Relaţiile de calcul sînt următoarele:

$$d_{ni} = \frac{n_i}{k_i} \tag{7.38}$$

şi

$$d_{fi} = \frac{f_i}{k_i};\ \text{cu}\ i = \overline{1, r}, \tag{7.39}$$

unde n_i — frecvenţa absolută a intervalului i; k_i — mărimea intervalului de grupare i; f_i — frecvenţa relativă a intervalului i.

În cazul în care valorile şirului (7.38) sau (7.39) manifestă tendinţa de creştere către valoarea centrală a caracteristicii, seria statistică prezintă tendinţa de normalitate, iar media este reprezentativă pentru cele mai multe valori individuale ale caracteristicii.

În mod frecvent pentru interpretarea asimetriei (oblicităţii) se calculează indicatorii propuşi de Bowley, de Pearson şi de Fisher.

Coeficientul lui Bowley se calculează pe baza cuartilelor după următoarea relaţie:

$$C_{as_1} = \frac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{(Q_3 - Me) - [Me - Q_1)} \in [-1;\ 1]. \tag{7.40}$$

Relaţia (7.40) evidenţiază următoarele aspecte:

— în cazul în care repartiţia este simetrică, abaterea intercuartilică este nulă ($Q_3 - Me = Me - Q_1$), iar valoarea lui C_{as_1} este zero;

— dacă $Q_3 - Me > Me - Q_1$, atunci $C_{as_1} \in [0, 1]$, ceea ce înseamnă că există o asimetrie pozitivă;

— dacă $Q_3 - Me < Me - Q_1$ sau $C_{as_1} \in [-1; 0]$, atunci asimetria este negativă;

---

[1] Densităţile de repartiţie a frecvenţelor sînt specifice seriilor de repartiţie empirică, în timp ce prin analogie densitatea de probabilitate corespunde repartiţiilor teoretice.

Scanned with OKEN Scanner

— cu cît valoarea coeficientului lui Bowley este mai apropiată de zero, cu atît seria este mai simetrică și invers, cu cît valoarea lui C_{as_1} este mai apropiată de ± 1, cu atît repartiția este mai asimetrică.

Coeficienții lui Pearson[1]. Un prim coeficient de asimetrie propus de Pearson se calculează prin raportul (7.41).

$$C_{as_2} = \frac{\bar{x} - M_0}{\sigma} \in [-1; 1]. \qquad (7.41)$$

Acest coeficient ia valori cuprinse în intervalul $[-1; 1]$.

Cu cît valoarea sa absolută este mai mică, cu atît asimetria este mai mică. Într-o serie simetrică $C_{as_2} = 0$, deoarece valoarea medie coincide cu valoarea modală a caracteristicii studiate. Dacă $C_{as_2} \in [0; 1]$ sau $\bar{x} > Mo$, atunci există o asimetrie pozitivă; dacă $C_{as_2} \in [-1; 0]$ sau $\bar{x} < Mo$, atunci asimetria este negativă.

În cazul seriilor statistice ușor asimetrice între medie, mediană și valoarea modală există următoarea relație:

$$Mo = \bar{x} - 3(\bar{x} - Me). \qquad (7.42)$$

Prin continuarea relațiilor (7.41) și (7.42) se obține un alt coeficient empiric de asimetrie, și anume:

$$C_{as_3} = \frac{3(\bar{x} - Me)}{\sigma}. \qquad (7.43)$$

Semnificația coeficientului de asimetrie C_{as_3} este similară cu cea a lui C_{as_2}.

Alți coeficienți de asimetrie propuși de Pearson și calculați pe baza mediilor centrate sînt următorii:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} \qquad (7.43')$$

și

$$\lambda = \frac{\sqrt{\beta_1}(\beta_2 + \beta_3)}{2(5\beta_2 - 6\beta_1 - 9)}, \qquad (7.44)$$

unde $\mu_2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}$ — momentul centrat de ordinul 2 sau dispersia;

$\mu_3 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^3}{n}$ — momentul centrat de ordinul 3;

$\mu_4 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^4}{n}$ — momentul centrat de ordinul 4;

[1] Termenul folosit de Pearson pentru denumirea asimetriei a fost *skwness*. Din această cauză el a notat acești coeficienți cu *sk*. În prezenta lucrare considerăm mai adecvată utilizarea simbolului C_{as} pentru desemnarea gradului de asimetrie.

Scanned with OKEN Scanner

$$\beta_2 = \mu_4^4/\mu_2^2 \qquad (7.45)$$

Coeficientul derivat din β_1 şi β_2 (7.44) este o evaluare mai exactă a relaţiei (7.41) şi implicit a gradului de asimetrie.

Pentru măsurarea gradului de asimetrie Fisher a propus următorul coeficient:

$$\gamma = \sqrt{\beta_1} = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}}. \qquad (7.46)$$

Interpretarea statistică a coeficienţilor (7.43), (7.44) şi (7.46) se bazează de asemenea pe proprietăţile distribuţiei normale.

În cazul repartiţiilor simetrice coeficienţii (7.43), (7.44) şi (7.46) sînt nuli, deoarece momentele centrate de ordin impar sînt egale cu zero. Pentru repartiţiile asimetrice valorile acestor coeficienţi indică mărimea asimetriei. Deci, cu cît valoarea lor este mai apropiată de zero, cu atît gradul de asimetrie (oblicitate) este mai mic şi invers. Faţă de coeficienţii (7.40), (7.41), (7.42), construiţi pe baza unor puncte de reper izolate — modul, media, mediana, cuartile, coeficienţii (7.43), (7.44) şi (7.46) prezintă avantajul că iau în considerare ansamblul abaterilor faţă de valoarea medie a caracteristicii.

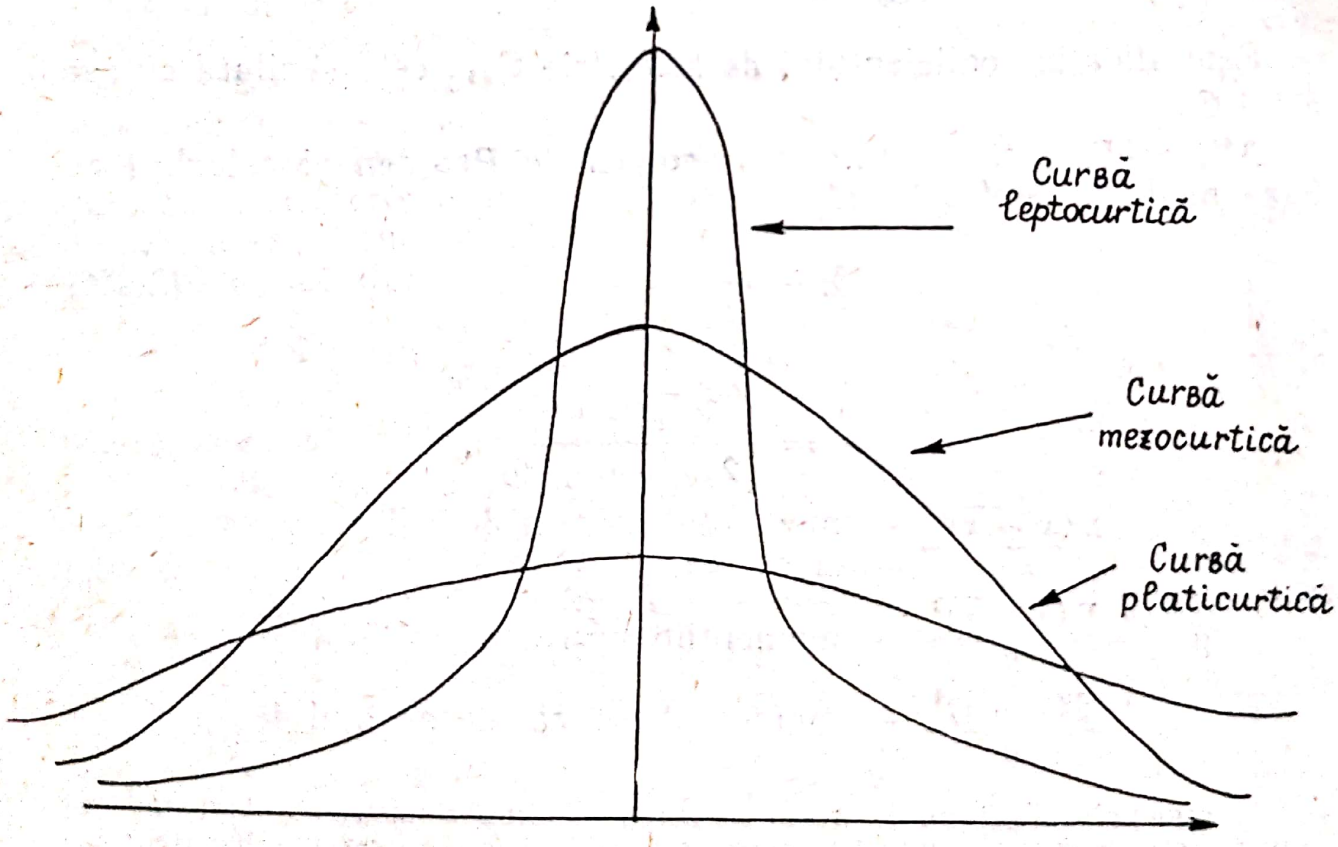


Fig. 7.4. Curbă platicurtică, curbă mezocurtică şi curba leptocurtică

Scanned with OKEN Scanner

Forma unei repartiţii statistice se caracterizează nu numai prin asimetrie sau oblicitate, ci şi prin aplatizare sau boltire. O repartiţie este mai mult sau mai puţin aplatizată sau boltită (fig. 7.4), după cum abaterile mici ale valorilor individuale de la valoarea lor centrală deţin o pondere mai mult sau mai puţin însemnată.

Această proprietate pe care o prezintă repartiţiile statistice unimodale este cunoscută sub denumirea de **exces**. În funcţie de excesul pe care îl prezintă repartiţiile statistice (comparativ cu boltirea repartiţiei normale) sînt repartiţii leptocurtice, mezocurtice şi platicurtice.

Mărimea excesului (boltirii) se măsoară cu ajutorul coeficientului lui Pearson β_2 (7.45) şi cu derivatul acestuia care este coeficientul lui Fisher. Relaţia acestuia din urmă este:

$$\gamma_2=\beta_2-3. \qquad (7.47)$$

Cînd $\beta_2=3$ sau $\gamma_2=0$ există boltirea (aplatizarea) corespunzătoare repartiţiei normale. Aceasta înseamnă că interpretarea coeficienţilor (7.45) şi (7.47), calculaţi pentru o serie empirică, se face în comparaţie cu aplatizarea specifică repartiţiei normale. Astfel, dacă $\beta_2>3$ graficul repartiţiei este mai ascuţit, spre un vîrf, decît curba normală, iar repartiţia se numeşte leptocurtică; dacă $\beta_2<3$ curba repartiţiei empirice este mai turtită decît cea normală şi se numeşte platicurtică.

Se observă, deci, că analiza formei repartiţiilor empirice (a asimetriei şi a aplatizării acestora) se efectuează prin comparaţie cu forma repartiţiei normale «standard». Pentru ca să aibă sens comparaţia este necesar să se verifice existenţa acestei corespondenţe prin teste statistice specifice.

7.4. TESTAREA NORMALITĂŢII REPARTIŢIILOR STATISTICE EMPIRICE

În cercetarea statistică deseori este necesar să se formuleze anumite ipoteze pe care se fundamentează demersul, ipoteza, a căror verosimilitate se cere a fi verificată a posteriori. Ipoteza formulată frecvent în cercetările statistice este cea referitoare la existenţa corespondenţei între o repartiţie teoretică şi repartiţia empirică analizată. Una dintre repartiţiile teoretice pe care se bazează majoritatea raţionamentelor statistice utilizate, pentru studiul fenomenelor de masă, este repartiţia normală (Gauss-Laplace). Deci, una din ipotezele care se cere a fi verificată este ipoteza corespondenţei dintre distribuţia normală şi distribuţia empirică analizată, care a stat la baza analizei tendinţei centrale, a omogenităţii, a asimetriei etc.

În scopul verificării ipotezei cu privire la normalitatea repartiţi-

Scanned with OKEN Scanner

ei empirice, valorile individuale ale caracteristicii urmărite trebuie să se exprime în abateri normale normate. Abaterile normale normate se calculează, raportîndu-se abaterile individuale ale valorilor seriei de la media lor la abaterea medie pătratică. Variabila normală normată, notată cu $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$, urmează o distribuţie teoretică de probabilitate cu media egală cu zero şi dispersia egală cu 1.

Interpretînd distribuţia normală ca o funcţie de probabilitate şi folosind tabelul funcţiei Laplace, se pot calcula frecvenţele teoretice care sînt ataşabile diferitelor valori ale seriei empirice. Comparînd frecvenţele empirice cu cele teoretice calculate pe baza legii de probabilitate din distribuţia normală se poate confirma sau infirma ipoteza cu privire la tendinţa de normalitate a seriei analizate.

Pentru verificarea (testarea) corespondenţei dintre repartiţiile teoretice şi cele empirice se folosesc mai multe teste de concordanţă dintre care se disting: testul χ^2 (parametric şi neparametric); testul Kolmogorov — Smirnov; testul Lilliefors; testul Finklestein — Schafer; testul Gnedenko; testul Shapiro — Wilk etc.

Pentru testarea normalităţii repartiţiilor empirice în mod curent se utilizează testul χ^2. Aplicarea testului χ^2 necesită parcurgerea mai multor etape, şi anume:

— pe baza cercetărilor anterioare asupra variabilei studiate se formulează ipoteza că distribuţia empirică urmează legea de repartiţie:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x-\bar{x}}{2\sigma^2}} dx. \qquad (7.48)$$

In cazul utilizării variabilei normale normate, care are media egală cu zero şi dispersia egală cu 1, relaţia (7.48) devine:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{z_i^2}{2}} dz, \text{ cu } z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}. \qquad (7.49)$$

Se alcătuieşte un tabel de lucru. In prima coloană se cuprind valorile individuale observate $\{x_i\}$ grupate pe r intervale de variaţie:

$$(-\infty, x_1], (x_1, x_2], \ldots, (x_{r-2}, x_{r-1}], [x_{r-1}, +\infty), \qquad (7.50)$$

unde $x_1 < x_2 < \ldots < x_{r-1}$.

Numărul intervalelor de variaţie formate trebuie să fie suficient de mare (cel puţin 8), pentru ca valorile înregistrate să intre în cîmpul de acţiune a legii numerelor mari, astfel încît compen-

Scanned with OKEN Scanner

sarea abaterilor să se facă nu numai pe total, ci și pentru mărimi ale abaterilor egale în valoare absolută.

În coloana a doua a tabelului de lucru se trec frecvențele absolute (n_i) $i=\overline{1, r}$ ale intervalelor. Mărimea frecvențelor intervalelor de variație trebuie să fie suficient de mare. Dacă frecvențele grupelor sînt reduse (mai puțin de 5), atunci este necesară efectuarea operației de regrupare.

În coloana a treia se trec extremitățile x_i din dreapta intervalelor de variație (7,50).

În coloana a patra a tabelului se calculează valorile

$$z_i=\frac{x_i-\bar{x}}{\sigma},\ i=\overline{1, r}.$$

În coloana a cincea a intervalului se calculează valorile funcției Laplace în punctele z_i cu $i=\overline{1, r}$, deci valorile $\varnothing(z_i)$.

În coloana a șasea a tabelului se calculează probabilitățile p_i ca o valoare observată să aparțină clasei i. Pornind de la $F(x)=0{,}5+\varnothing(z)$, probabilitățile p_i se calculează pe baza relației următoare:

$$p_i=F(x_i)-F(x_{i-1})=\varnothing(z_i)-\varnothing(z_{i-1}), \qquad (7.51)$$

unde $F(x_i)$ reprezintă valoarea funcției de repartiție corespunzătoare limitei superioare a intervalului de variație i; $F(x_{i-1})$ — valoarea funcției de repartiție corespunzătoare limitei superioare a intervalului precedent $i-1$.

Pentru intervalele extreme, probabilitățile de apariție a valorilor individuale în aceste intervale se calculează astfel:

$$p_i=\varnothing(z_i)+0{,}5;\ p_r=0{,}5-\varnothing(z_r). \qquad (7.52)$$

În coloana a șaptea a tabelului de lucru se calculează produsul dintre n (volumul colectivității studiate) și probabilitățile p_i.

În coloana a opta se calculează $(n_i-np_i)^2$.

În coloana a noua se calculează pentru fiecare interval valorile raportului

$$\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}. \qquad (7.53)$$

Insumînd elementele din coloana a 9-a, se obține valoarea calculată a variabilei χ^2:

$$\chi^2 \text{ calculat} = \sum_{i=1}^{r}\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}. \qquad (7.54)$$

Scanned with OKEN Scanner

In etapa următoare din tabelul funcției Laplace se extrage χ^2 tabelar cu un număr de grade de libertate

$$l = r - k - 1, \tag{7.55}$$

unde $r-1$ — numărul gradelor de libertate calculabil pentru fiecare caz în parte; k — numărul de parametri ai legii de repartiție χ^2.

Acesta este egal cu doi (parametrii fiind media și dispersia)[1].

In ultima etapă se decide, dacă există sau nu există corespondentă între repartiția normală și repartiția empirică analizată. Deci, testarea ipotezei, formulată la începutul demersului întreprins, se face astfel:

— dacă $\chi^2_{calc.} < \chi^2_{tab.}$, atunci se acceptă ipoteza că între distribuția empirică și cea normală (teoretică) există concordanță;

— dacă $\chi^2_{calc.} > \chi^2_{tab.}$, se respinge ipoteza formulată, nu există concordanță între cele două repartiții.

Aplicarea testului χ^2 pentru verificarea normalității în cazul cînd seria empirică prezintă un grad mare de asimetrie necesită ca prin mai multe verificări succesive să se identifice intervalul de variație a valorilor individuale în care variabila studiată confirmă ipoteza normalității. Prin urmare, la formularea condițiilor de aplicare ale testului χ^2 este necesar să se țină seama și de forma distribuției empirice. În intervalul de variație în care caracteristica urmează o lege normală, în cazul unor variabile statistice cu amplitudine mare a variației, aplicarea testului χ^2 poate ajuta și la identificarea unui criteriu obiectiv de separare a distribuției generale în distribuții condiționate de un factor de grupare, chiar dacă seriile inițiale nu au tendințe plurimodale[2].

---

[1] Legea de repartiție χ^2 *a* fost formulată în 1876 de Hermle și ulterior a fost redescoperită de K. Pearson.

[2] In statistica matematică se analizează pe larg toate testele de concordanță.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL VIII. SONDAJUL STATISTIC ŞI UTILIZAREA LUI IN ECONOMIE

Printre sursele de obţinere a datelor statistice, pe lîngă recensăminte, raportări statistice, anchete, monografii, sondajele statistice constituie o variantă aflată în expansiune. Datorită operativităţii, economicităţii metoda sondajului este una dintre metodele «preferate» în obţinerea datelor.

Sondajul este o procedură prin care se caracterizează o populaţie, în baza cercetării unei părţi a acesteia, deci, a unui eşantion, prelevat din populaţia de origine sau colectivitatea generală. Rezultatele obţinute pe baza datelor de sondaj se extrapolează la dimensiunea întregii populaţii. Extinderea rezultatelor de la «parte la întreg» nu are caracter determinist, ci probabilist. Deci, aceastea sînt supuse unui risc, unei erori. Avantajul metodei sondajului constă nu atît în eliminarea erorilor, cît, mai ales, în predimensionarea erorilor şi în fixarea probabilităţii afirmaţiilor.

8.1. ERORI DE SONDAJ

Principala grupă a erorilor de sondaj o constituie *erorile de reprezentativitate sistematice*, avînd drept sursă încălcarea principiilor alcătuirii corecte a eşantioanelor şi *erorile întîmplătoare*, ce îşi au sursa în însăşi natura sondajului ca cercetare parţială. Aceste erori nu pot fi eliminate, dar pot fi predimensionate, astfel încît distorsiunile de apreciere realizate prin cercetarea unui eşantion, şi nu a unei populaţii pot fi «prevăzute», deci, predeterminate.

Măsura erorii de reprezentativitate se poate efectua:

— absolut, ca dimensiune a deplasării indicatorului (parametrului) de sondaj x, de la mărimea «adevărată» a parametrului în populaţia generală m, respectiv $|\bar{x}-m|$.

Indicatorul «eroare de eşantionare» se poate exprima şi relativ:

$$\frac{\bar{x}-m}{m} \cdot 100 \leqslant 5\%. \qquad (8.1)$$

Eroarea relativă situată sub 5% permite a se aprecia că sondajul este reprezentativ şi oferă, deci, o imagine «fidelă» a realităţii. Teo-

Scanned with OKEN Scanner

retic eroarea poate fi redusă oricît de mult. Însă aceasta implică o creştere a dimensiunii eşantionului pînă la limita întregii populaţii, dispărînd astfel avantajele (care decurg din economiile de timp şi băneşti) verificării prin sondaj. Deci, dimensionarea erorii este o chestiune a «proiectării» unui sondaj şi ţine de aflarea unui «compromis» acceptabil între nivelul erorii şi costul măririi eşantionului.

În cazul sondajelor sursa principală a erorii o constituie nereprezentativitatea. Erorile ce provin din aceasta se numesc erori de reprezentativitate. Ele provin din faptul că eşantionul nu «reproduce în mic» structura populaţiei în ansamblu.

8.2. TIPURI DE EŞANTIONARE ŞI MODALITĂŢI DE PRELEVARE A UNITĂŢILOR

Statistica oferă variate procedee de prelevare a unităţilor de alcătuire a eşantioanelor, asigurînd un grad cît mai ridicat de reprezentativitate.

Principalele tipuri de sondaj sînt:

A. Sondaje aleatoare:
a) sondajul simplu;
b) sondajul tipic (stratificat);
c) sondajul de serii;
d) sondajul secvenţial;
e) sondajul în trepte.
B. Sondaje dirijate.
C. Sondaje sistematice.

Fiecare din tripurile de sondaj enumerate se poate efectua în două variante: *repetată*, cînd o unitate prelevată este restituită populaţiei de origine şi, deci, are şanse să reintre în eşantion, şi *nerepetată*, cînd unităţile nu sînt (sau nu pot fi) restituite populaţiei generale.

Modelul teoretic al acestor două variante de prelevare se află în «urna lui Bernoulli» cu bilă revenită şi nerevenită. Prelevarea unităţilor se efectuează după diverse metode.

1. **Procedeul «LOTO»** este un procedeu aleator în care unităţile perfect identificabile (seria imprimată pe produse sau componente, «numărul de marcă» al salariaţilor, numărul caselor sau al apartamentelor etc.) sînt prelevate după corespondentul înregistrat pe biletele amestecate şi extrase aleator dintr-o «urnă».

2. **Procedeul «tabelelor cu numere aleatoare»** este oarecum similar celui anterior, dar se aplică populaţiilor de mari dimensiuni, la care metoda de tip «LOTO» este neoperantă. Conform acestui procedeu unităţile vor fi prelevate din populaţia N şi se va alcătui eşantionul n în ordinea (aleatoare) în care sînt înregistrate nume-

Scanned with OKEN Scanner

rele într-un tabel de acest tip. Aceste tabele oferă serii de numere aleatoare rezultate fie în urma aplicării unui procedeu de tip loterie, fie prin utilizarea calculatorului electronic, prin programele specifice pentru «generarea numerelor aleatoare».

3. **Procedeul mecanic** constă în prelevarea unităţilor la intervale (de timp sau numerice) bine precizate, deci la un anumit «pas de numărare» aplicat bazei de sondaj. De exemplu, dacă eşantionul n reprezintă 10% din volumul populaţiei N', atunci se va preleva fiecare a 10-a unitate a populaţiei. Deci, «pasul de numărare» este egal cu $K=N/n$. Pentru a îmbunătăţi caracterul aleator al procesului de prelevare nu se va porni extracţia cu unitatea numărul 001, ci cu o unitate oarecare extrasă aleator, de exemplu, din primele 20. Să presupunem 7. Deci, unităţile ce se vor extrage din populaţie şi vor forma eşantionul vor fi cele cu numerele de ordine următoare: 7; 7+10=17; 17+10=27 ş. a. m. d.

8.3. SONDAJUL ALEATOR SIMPLU

Acesta este o variantă aleatoare de sondaj, celelalte tipuri pot fi înţelese ca soluţii obţinute prin particularizarea unor elemente ale acestui tip de sondaj. El se poate realiza din punctul de vedere al prelevării unităţilor în una din cele două variante: repetat şi nerepetat.

8.3.1. Simboluri şi unele noţiuni recapitulative

Simbolurile utilizate cel mai frecvent în acest capitol se prezintă în tabelul 8.1.

Este evident că în practică, spre deosebire de teorie, se operează asupra unor populaţii (de obiecte sau indivizi) finite. Prelevînd n unităţi din cele N ale populaţiei şi înregistrînd pentru fiecare unitate din eşantion valoarea caracteristicii urmărite, se obţine şirul valorilor $x_1, x_2, \ldots x_i, \ldots, x_n$ pe baza căruia se calculează media $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i/n$. Această medie va diferi mai mult sau mai puţin de la media «adevărată», dar necunoscută din populaţia generală. Evident că într-o altă eşantionare unităţile prelevate ar fi fost probabil altele, astfel încît altele ar fi valorile caracteristicii, respectiv ale mediei de sondaj. Pornind de la faptul că indicatorii statistici calculaţi pe baza datelor de sondaj diferă de la eşantion la eşantion, rezultă că ei pot fi interpretaţi ca variabile aleatoare. In consecinţă, în prelucrarea datelor de sondaj se pot aplica metodele şi procedurile de tratare a datelor, studiate la cursul de probabilităţi şi statistică matematică.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 8.1

Simboluri de bază

Indicatorii	Numărul de unități (volumul)	Media aritmetică pentru caracteristici		Dispersia pentru caracteristici	
		măsurabile	binare	măsurabile	binare
In populație	N	m	p	$\sigma 2$	$p(1-p)$
In eșantion	n	$\bar{x}$	f	$s2$	$f(1-f)$

Astfel, de exemplu, pentru a putea fi extinși la întreaga populație indicatorii estimați pe baza sondajului, fiind variabile aleatoare, trebuie să fie *estimații nedeplasate* (valoarea medie a indicatorului de sondaj, pentru un volum n finit, trebuie să fie egală cu parametrul din populația generală); *consistente* (indicatorul de sondaj să conveargă în probabilitate, pentru valorile mari ale lui n, către parametrul teoretic — din populația generală); *eficiente* (să aibă dispersie minimă). Deci, se va putea afirma că un eșantion A de volum n în baza căruia se estimează media m din populația generală pentru variabila X, prin estimatorul $\bar{x}_A$, este mai eficient decît un eșantion B de asemenea de volum n pentru estimarea mediei m, prin estimația $\bar{x}_B$, dacă $M(\bar{x}_A)=m$; $M(\bar{x}_B)=m$, iar $D(\bar{x}_A)<D(\bar{x}_B)$, unde M semnifică media, iar D — dispersia.

Estimațiile obținute pe baza datelor de sondaj constituie evaluări aproximative ale adevăratelor valori ale parametrilor necunoscuți din populația generală. Deci, rezultatele obținute printr-un sondaj sînt afectate de erori. Prin sondaj se poate obține nu valoarea «adevărată» a parametrului căutat, ci un «interval de încredere», care cu o probabilitate fixată de către cercetător acoperă valoarea necunoscută a parametrului din populația generală. Acest interval poartă numele de *interval de estimație* sau *interval de încredere.*

Cele două limite ale intervalului de încredere $\theta_{inf.}$ și $\theta_{sup.}$ se calculează pe baza datelor sondajului $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n$ astfel încît cu o probabilitate $P=1-\alpha$ să se îndeplinească relația:

$$P\ (\theta_{inf.}<\theta<\theta_{sup.})=1-\alpha \qquad (8.2)$$

Intervalul $(\theta_{inf.}, \theta_{sup.})$ reprezintă intervalul de încredere și definește precizia estimației.

Probabilitatea $P=1-\alpha$ caracterizează siguranța afirmațiilor și se numește *nivel de încredere.*

α, valoarea complementară a nivelului de încredere, se numește *nivel* sau *prag de semnificație* și se fixează prin programul de cercetare. Cele mai utilizate valori ale probabilității de încredere sînt:

Scanned with OKEN Scanner

90%, 95%, 99%, 99,9%, cărora le corespund niveluri de semnificație de 10%, 5%, 1%, 0,1%.

Pe lîngă coeficientul de încredere $(1-\alpha)$ un rol important îl joacă lungimea intervalului de încredere $(\theta_{inf.}; \theta_{sup.})$. Dacă eroarea de sondaj se repartizează după legea normală, atunci erorile egale în valoare absolută au probabilități egale de apariție pentru același volum al eșantionului. Jumătatea intervalului de încredere se numește *eroare limitată admisă* și se notează:

$$\Delta = (\theta_{sup.} - \theta_{inf.})/2.$$

8.3.2. Indicatorii sondajului aleator simplu repetat și nerepetat

1. Eroarea medie de selecție (sondaj)

a) **Cazul sondajului repetat.** Observațiile înregistrate pe baza eșantionului $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n$ pot fi considerate variabile aleatoare, iar, folosind independența valorilor variabilei, se arată că media de sondaj

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (8.3)$$

poate fi un estimator nedeplasat al mediei m a colectivității generale, dacă se îndeplinește condiția ca media mediilor de selecție să fie egală cu media generală. Aceasta înseamnă că

$$M(\bar{x}) = m. \qquad (8.4)$$

Relația (8.4) exprimă faptul că media $\bar{x}$ într-un sondaj este un estimator nedeplasat al mediei m a colectivității generale.

Să calculăm acum dispersia mediei de sondaj $D(x)$.

$$D(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}, \qquad (8.5)$$

iar abaterea medie pătratică a mediei de sondaj este:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{s}{\sqrt{n}}, \qquad (8.6)$$

adică dispersia mediei de sondaj într-o eșantionare cu întoarcere de volum n este de n ori mai mică decît dispersia σ^2 a colectivității generale.

b) **Cazul sondajului nerepetat.** În acest tip de sondaj unitățile

Scanned with OKEN Scanner

sînt prelevate întîmplător din populația generală, o «unitate» odată extrasă nu este restituită populației de origine, și, deci, nu are șanse să reintre în eșantion. Dacă N este volumul populației generale, atunci $P(X_1=x_1)=\frac{1}{N}$. Probabilitatea evenimentului $X_2=x_2$ condiționată de faptul că la prima extragere a avut loc evenimentul $X_1=x_i$, iar elementul odată verificat nu mai revine în colectivitatea generală este $P(X_2=x_2/X_1=x_1)=\frac{1}{N-1}$, caz în care abaterea medie pătratică a mediei de sondaj ca măsurător al erorii medii de reprezentativitate este:

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{n}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\approx\frac{s}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\approx\frac{s}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}}. \qquad (8.7)$$

În calculele efective, pentru $\frac{n}{D}<0{,}2$, de regulă, factorul $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ sau $\sqrt{1-\frac{n}{N}}$ nu se mai ia în considerație. Factorul $\sqrt{1-\frac{n}{N}}$ este subunitar. Cînd n — volumul sondajului — crește, precizia sporește aproximativ de n ori, după cum în același raport se micșorează abaterea medie σ_x. Acest fapt permite să se utilizeze în practică sondaje de volum nu prea ridicat, deoarece sporirea volumului acestora nu se regăsește proporțional în ridicarea preciziei sondajului.

Dacă volumul N al populației este ridicat, iar cel al sondajului este redus, atunci $\frac{N-n}{N-1}\longrightarrow 1$. Deci, rezultatul estimării indicatorului $\sigma_{\bar{x}}$ coincide practic în ambele variante de sondaj. Dacă $n=N$, atunci factorul $\sqrt{1-\frac{n}{N}}$ devine nul și, deci, dispare și eroarea medie de sondaj, deoarece cercetarea parțială s-a transformat într-o cercetare integrală. Evident, aceasta nu generează erori de reprezentativitate (specifice numai cercetării prin eșantionare).

În general, eroarea de reprezentativitate a eșantionării fără revenire este mai mică decît a prelevării cu revenire, variantă la care reîntoarcerea repetată a acelorași unități în eșantion înrăutățește reprezentativitatea.

Notă: a) După cum s-a observat în relațiile (8.6) și (8.7) în cazul cînd σ, abaterea medie pătratică din populația generală, este necunoscută, ea se înlocuiește cu s, estimatorul ei stabilit pe baza unui sondaj.

b) Dacă eșantionarea în vederea estimării abaterii mediei pătratice se efectuează pe baza unui număr redus de unități în probă,

Scanned with OKEN Scanner

atunci estimatorul lui σ se obține, raportînd suma pătratelor abaterilor de la media $\Sigma (x_i - x)^2$ la $(n-1)$, și nu la n, volumul unităților din probă.

c) Un estimator al dispersiei (în cazul în care nu se poate asigura o eșantionare preliminară pentru calculul împrăștierii) este și valoarea maximă a indicatorului:

$\sigma^2_{max} = \frac{(x_{min} - \bar{x})^2 + (x_{max} - \bar{x})^2}{2}$ în cazul caracteristicilor măsurabile.

d) În cazul caracteristicilor binare relațiile de calcul ale erorii medii rămîn variabile, cu mențiunea că în locul lui σ se va lucra cu $\hat{\sigma}_p = \sqrt{p(1-p)}$, cu estimatorul de sondaj $\hat{\sigma}_f = \sqrt{f(1-f)}$ sau cu abaterea rezultată din calculul dispersiei maxime $\sigma_{max} = \sqrt{f(1-f)} = \sqrt{0{,}5(1-0{,}5)} = \sqrt{0{,}25}$, unde f este frecvența relativă a caracteristicii binare, căreia i s-a atribuit codul $x_1 = 1$.

e) În situația sondajelor de volum ridicat calculul erorii probabile se efectuează utilizînd coeficienții de probabilitate identificați în tabelele Laplace. De exemplu, pentru un risc $\alpha = 5\%$: $\alpha = 1 - 2\Phi(z)$; $0{,}05 = 1 - 2\Phi(z)$; $2\Phi(z) = 0{,}95$; $\Phi(z) = 0{,}475$, tabelar $z_{0{,}05} = 1{,}96$. Pentru sondajele de volum redus ($n < 30$—40 de unități) se va folosi variabila Student.

De exemplu, pentru $\alpha = 0{,}05$ și un eșantion de $n = 20$ de unități $t_{0{,}05;\ f=n-1=19} = 2{,}093$.

2. Calculul erorii limită (al erorii maxime admise sau probabile) — $\Delta_{\bar{x}}$.

Eroarea limită maxim admisă definește siguranța (sau probabilitatea de încredere) estimării mediei m prin variabila de sondaj $\bar{x}$ și se măsoară probabilist astfel: $|\bar{x} - m| < \Delta_{\bar{x}}$. Mărimea Δ caracterizează precizia estimației. Aprecierea satisfacerii inegalității nu se poate face decît ca o probabilitate de realizare:

$$P(|\bar{x} - m| < \Delta_{\bar{x}}) = 1 - \alpha. \qquad (8.8)$$

Probabilitatea $1-\alpha$ se alege de către cercetător în funcție de «nivelul de siguranță» urmărit în estimare, cele mai uzuale valori fiind 0,95; 0,99; 0,999.

Eroarea limită se determină, pornind de la variabila

$$z = \frac{x - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}, \qquad (8.9)$$

care, așa cum se cunoaște, are o repartiție normală, fiind valoarea (tabelată) care satisface relația:

$$2\Phi(z_\alpha) = P = 1 - \alpha.$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru valorile uzuale $\alpha=0{,}05$; 0,01; 0,001 valorile variabilei z fiind $z_{0,05}=1{,}96$; $z_{0,01}=2{,}33$, respectiv $z_{0,001}=3{,}09$. Din tabelele funcției Laplace se pot obține mărimile z și pentru alte praguri de semnificație.

Din (8.9) rezultă că eroarea $|\bar{x}-m|$ este egală cu:

$$\Delta_{\bar{x}} = z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{pentru cazul sondajului repetat,} \tag{8.10}$$

$$\Delta_{\bar{x}} = z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{1-n/N} \quad \text{pentru cazul sondajului nerepetat.} \tag{8.11}$$

Evident toate precizările cu privire la înlocuirea indicatorului σ prin estimatori efectuate anterior rămîn valabile.

3. Calculul intervalului de încredere

«Intervalul de încredere» desemnează zona probabilă în interiorul căreia se va plasa media populației generale. Se determină pornind de la media de sondaj corectată cu nivelul erorii limită maxim admisă:

$$|\bar{x}-m|<\Delta_{\bar{x}},$$

relație echivalentă cu inegalitatea dublă

$$\bar{x}-\Delta_{\bar{x}}<m<\bar{x}+\Delta_{\bar{x}}$$

și, ținînd cont de relația (8.10), respectiv (8.11), deci, de modul de calcul al erorii limită, rezultă că:

$$P(|\bar{x}-m|<\Delta_{\bar{x}}) = P(-\Delta_{\bar{x}}<|\bar{x}-m|<\Delta_{\bar{x}}) =$$
$$= P(\bar{x}-\Delta_{\bar{x}}<m<\bar{x}+\Delta_{\bar{x}} = 1-\alpha. \tag{8.12}$$

Deci, «intervalul de încredere» delimitează «zona probabilă» în care se va plasa valoarea «adevărată», dar necunoscută a mediei din populația generală.

Lungimea intervalului de încredere este direct proporțională cu mărimea împrăștierii valorilor (măsurată prin abaterea medie pătratică σ) și invers proporțională cu nivelul pragului de semnificație (la valorile mici ale lui α valorile z cresc) și mărimea eșantionului (la creșterea lui n intervalul de încredere devine mai mic, deci precizia estimației sporește).

În unele situații prezintă interes și poate avea sens logic calculul intervalului probabil de plasare a nivelului totalizat al caracteristicii în populația generală:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \approx N \cdot \bar{x}. \tag{8.13}$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci, intervalul de încredere pentru valoarea agregată $N\bar{x}$ este:

$$N\left(\bar{x} - z_t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \leqslant N \cdot m \leqslant M\left(\bar{x} + z_a \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right). \qquad (8.14)$$

Evident, pentru sondajul nerepetat relaţia (8.14) se adaptează lesne, în sensul înlocuirii valorii erorii probabile cu formula adecvată acestui tip de sondaj.

4. Determinarea volumului n al sondajului

La organizarea unei cercetări prin sondaj una din problemele care trebuie rezolvată este dimensionarea lui raţională. Este adevărat că mărimea volumului n al sondajului, în virtutea legii numerelor mari, sporeşte precizia rezultatelor, reduce eroarea medie probabilă. Ţinînd seama de criteriile de economicitate este necesar ca acest volum să fie cît mai mic. Luînd în considerare ambele aspecte, se determină numărul minim de unităţi de observat care să satisfacă exigenţele de precizie şi siguranţă, formulate în raport cu cercetarea respectivă.

În teoria şi practica sondajului se operează cu eşantioane «mari» şi eşantioane «de volum redus», în funcţie de gradul de omogenitate al colectivităţii generale. Interpretarea erorii de reprezentativitate se face în mod diferit: pentru eşantioanele de volum mare se foloseşte distribuţia Laplace, iar pentru cele de volum redus — distribuţia Student.

Calculul volumului eşantionului se realizează pornind de la eroarea limită maximă admisă, care în cazul sondajului repetat este:

$$\Delta_{\bar{x}} = z_t \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

de unde

$$\Delta^2_{\bar{x}} = z^2_a \frac{\sigma^2}{n},$$

astfel încît

$$n = \frac{z^2 \cdot \sigma^2}{\Delta^2_{\bar{x}}}, \qquad (8.15)$$

iar în cazul sondajului repetat relaţia este:

$$n = \frac{z^2_a \cdot \sigma^2}{\Delta^2_{\bar{x}} + \frac{z^2 \cdot \sigma^2}{N}}. \qquad (8.16)$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru a dimensiona raţional volumul n al eşantionului sînt necesare următoarele elemente:

— eroarea limită admisibilă $\sigma_{\bar{x}}$ care se stabileşte în funcţie de particularităţile concrete ale problemei practice de soluţionat, de precizia necesară;

— probabilitatea de încredere $(1-\alpha)$ sau eroarea α suficient apropiată din punct de vedere practic de certitudine;

— dispersia (sau estimatorul acesteia) caracteristicii în populaţia generală σ^2;

— în cadrul prelevării fără revenire este necesar a cunoaşte şi volumul N al colectivităţii.

Aplicaţia 8.1. În tabelul 8.2 se prezintă seria de repartiţie referitoare la volumul desfacerilor zilnice la un număr de 50 de unităţi comerciale private dintr-un oraş.

Se cere:

1. Calculul intervalului de încredere pentru media vînzărilor pentru un magazin din populaţia generală de $N=1000$.

2. Să se determine intervalul de încredere pentru volumul total al vînzărilor.

3. Să se redimensioneze volumul sondajului pentru o nouă cercetare în condiţiile, în care: a) eroarea limită s-ar tripla; b) eroarea limită s-ar reduce la 1/4 din nivelul actual al erorii.

Rezolvare:

În urma calculelor rezultă:

$$\bar{x}=161{,}6 \text{ mil. lei}$$

$$s^2 \approx \sigma^2 = 477{,}44$$

$$s \approx \hat{\sigma} = 21{,}85 \text{ mil. lei}$$

$$CV = 13{,}5\%.$$

Tabelul 8.2

Repartiţia magazinelor după volumul vînzărilor

Grupe, după volumul desfacerilor zilnice (mil. lei)	Număr magazine
110—130	5
130—150	8
150—170	20
170—190	12
190—210	5
Total	$n=50$

Scanned with OKEN Scanner

Eroarea medie de sondaj:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{21,85}{\sqrt{50}} = 3,89 \text{ mil. lei.}$$

Dacă s-ar lucra în varianta sondajului nerepetat:

$$\sigma_{\bar{x}} = 3,89 \sqrt{1 - \frac{50}{1000}} = 3,89 \cdot 0,975 = 3,79 \text{ mil. lei.}$$

Eroarea probabilă:

— varianta sondajului repetat, pentru $\alpha = 5\%$, dacă $z_{0,05} = 1,96$. $= 1,96 \times 3,89 = 7,62$ — în sondajul repetat respectiv, $\Delta = 1,96 \times \times 3,79 = 7,43$ — în sondajul nerepetat;

— pentru risc de $\alpha = 1\%$ la care $z_{0,01} = 3,09$ se obţine $\Delta^x = 3,09 \times \times 3,89 = 12,02$, respectiv în sondajul nerepetat $\Delta_{\bar{x}} = 3,09 \times 3,79 = 11,71$.

Intervalul de încredere mN $(161,6 \pm 7,62)$, deci intervalul este 153,98; 169,22 în cazul sondajului repetat şi un risc de 5%, respectiv $m \in (161,6 \pm 11,71)$ în cazul riscului de 1% şi sondajul nerepetat $m \in (149,89; 173,31)$.

Calculul intervalului de încredere al volumului total al vînzărilor $(m \times N) \in N (161,6 \pm 7,62)$, rezultă: $l_i = 153,980$, iar $l_s = 169,220$ în cazul sondajului repetat şi un risc de 5%, respectiv $l_i = 1000 \times \times 149,89 = 149,900$ şi $l_s = 1000 \times 173,31 = 1\,733\,100$, în cazul sondajului nerepetat şi un risc de 1%.

În vederea unei noi cercetări, dacă eroarea limită va fi $\Delta' = 3$. $\Delta_{\bar{x}} = 3 \times 7,62 = 22,86$, iar sondajul ar fi repetat, rezultă:

$$n' = \frac{1,96^2 \times 477,44}{22,86^2} = 3,509 \approx 4 \text{ magazine, iar în varianta repetat:}$$

$$n' = \frac{1,96^2 \times 477,44}{22,86^2 + \frac{1834,13}{1000}} = 3,497 \approx 4 \text{ magazine.}$$

Deci, practic rezultatele coincid.

Dacă eroarea limită se reduce de 4 ori, atunci

$$\Delta''_{\bar{x}} = \frac{1}{4} \Delta_{\bar{x}} = \frac{1}{4} 7,62 = 1,905;$$

$$n'' = \frac{1,96^2 \times 477,44}{1,905^2} = 506 \text{ magazine. Deci, sporirea exigenţei conduce}$$

la verificarea a mai mult de jumătate din elementele colectivităţii.

Aplicaţia 8.2. Se urmăreşte proiectarea unui sondaj pentru verificarea calităţii unui lot de lămpi cu incandescenţă de volum $N =$

Scanned with OKEN Scanner

$=10\,000$ buc. Nivelul standardizat al duratei medii de funcţionare $m=1000$ ore. Eroarea probabilă admisă $\pm 7\%$ din nivelul mediei. Se mai cunoaşte că împrăştierea măsurată pirn CV este 17,5%, nivelul coeficientului de încredere $P=1-\alpha=98\%$ $(z_{0,02}=2,33)$, iar sondajul, din motive lesne de înţeles, se efectuează în varianta nerepetat.

Rezolvare:

Deoarece $CV=17,5\%$, rezultă $17,5\%=\frac{\sigma}{m}100=\frac{\sigma}{1000}\cdot 100$. Deci, $\sigma=175$ ore. Eroarea limită maxim admisă este egală cu $\Delta_{\bar{x}}=\pm 7\%\times$ $\times 1000=70$ ore, astfel încît volumul sondajului rezultat este

$$n=\frac{z^2\cdot\sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2+\frac{z^2\sigma^2}{N}}=\frac{2,33^2\cdot 175^2}{70^2+\frac{166\,260,03}{10\,000}}\approx 34 \text{ lămpi.}$$

8.4. ESTIMAREA PROPORŢIEI ŞI PRECIZIEI ESTIMĂRII ÎN CAZUL CARACTERISTICII ALTERNATIVE (BINARE)

In unele cazuri variabila X poate arăta doar o anumită însuşire pe care o posedă unele din elementele colectivităţii. In acest caz ea este o caracteristică alternativă (calitativă) a colectivităţii.

De exemplu, pentru o colectivitate de piese X poate reprezenta felul piesei (defectă sau bună), pentru o echipă de muncitori caracteristica X poate reprezenta nivelul de calificare (peste sau sub medie) etc.

Presupunînd că populaţia supusă cercetării este formată din elemente dintre care un număr oarecare, fie k, posedă caracteristica X şi $N-k$ nu o posedă. Se propune că pe baza selecţiei să se estimeze populaţia elementelor din colectivitatea care posedă caracteristica considerată proporţie presupusă necunoscută. In acest scop se atribuie tuturor elementelor colectivităţii ce posedă caracteristica X valoarea 1, iar celor ce nu o posedă — valoarea 0.

Dacă sondajul $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, k unităţi cercetate posedă caracteristica X şi $N-k$ nu o posedă şi în plus

$$x_1=x_2=\ldots=x_k=1 \text{ şi } x_{k+1}=x_{k+2}=\ldots x_n=0,$$

proporţia în eşantion a elementelor care posedă caracteristica X este media

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{1}{n}[1\cdot k+0(n-k)]=\frac{k}{n}, \qquad (8.17)$$

care este frecvenţa relativă a caracteristicii cercetate în eşantion şi este notată cu f sau f_n.

Scanned with OKEN Scanner

Se observă că frecvența relativă f a caracteristicii X în eșantion este un estimator nedeplasat al probabilității p, deoarece din relația generală $M(x)=m$ rezultă imediat în baza celor procedente că $M(f)=p$.

De asemenea teorema lui Bernoulli care exprimă convergența în probabilitate a frecvenței relative f către p, adică

$$\lim_{n\to\infty} P\,(|f-p|<\varepsilon)\longrightarrow 1,$$

stabilește că f este un estimator consistent pentru probabilitatea p.

Dispersia σ^2 a caracteristicii alternative x în colectivitatea generală se calculează în felul următor:

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\frac{k}{N}\right)^2=\frac{1}{N}\left[\left(1-\frac{k}{N}\right)^2 k+\right.$$
$$\left.+\left(0-\frac{k}{N}\right)^2(N-k)\right]=\frac{k}{N}\left(1-\frac{k}{N}\right)=p(1-p).$$

Ținînd seama de relațiile anterioare se obține precizia cu care se estimează probabilitatea p prin frecvența relativă f, în cazul sondajului repetat și nerepetat:

$$\sigma_f=\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \tag{8.18}$$

și respectiv

$$\sigma_f=\sqrt{\frac{p(1\cdot p)}{n}}\cdot\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}. \tag{8.19}$$

Intervalul de încredere pentru probabilitatea p în cazul sondajului repetat este:

$$f-z_\alpha\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}<p<f+z_\alpha\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}. \tag{8.20}$$

Dacă n este mare și dacă n este de asemenea mare, dar relativ mic în raport cu N, se obține intervalul de încredere pentru probabilitatea p în cazul sondajului nerepetat:

$$f-z_\alpha\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}<p<f+z_\alpha\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}. \tag{8.21}$$

Volumul celor două tipuri de sondaje sînt date de relațiile

$$n=\frac{z_\alpha^2}{\Delta^2}\sigma_f^2=\frac{z^2}{\Delta^2}\cdot\frac{p(1-p)}{n}, \tag{8.22}$$

unde p se înlocuiește cu o estimație $\hat{p}$ calculată cu ajutorul frecvenței relative $f=\frac{m}{n}$ de volum n.

In cazul sondajului nerepetat volumul n se obține din relația

$$\Delta = z_\alpha \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = z_\alpha \cdot \sigma_f, \qquad (8.23)$$

de unde în final rezultă:

$$n = \frac{z_\alpha^2 p(1-p) N}{(N-1)\Delta^2 + z_\alpha^2 p(1-p)}, \qquad (8.24)$$

unde p se estimează după cum s-a arătat anterior.

Aplicația 8.3. Pentru stabilirea greutății specifice a producției rebutate într-un lot de volum $N=3000$ produse s-au prelevat întîmplător și nerepetat $n=300$ produse. În urma efectuării controlului acestora 9 produse au fost depistate ca rebuturi. Să se estimeze procentul de rebuturi pentru lotul întreg.

Prin (8.18) se estimează $\sigma_f = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = 0{,}00935$,

unde $f = \hat{p} = \frac{9}{300} = 0{,}03$. Pentru o probabilitate $P = 97{,}5\%$, cu echivalentul $z_\alpha = 1{,}96$, prin (8.21) se obține:

$$p \in f \pm z_\alpha \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = 0{,}03 \pm 1{,}96 \cdot 0{,}00935.$$

Deci, $p \in (0{,}012;\ 0{,}046)$.

8.5. METODE DE SONDAJ STATISTIC PENTRU RECEPȚIA LOTURILOR DE PRODUSE

8.5.1. Noțiuni de bază

Intrarea produselor în circuitul economic este însoțită de un control calitativ numit control de recepție.

Controlul de recepție reprezintă controlul calității loturilor de produse (materii prime, piese, subansambluri, produse finite), precum și a produselor continue susceptibile de a fi individualizate (țesături, fire, hîrtie etc.) asupra cărora operațiile de producție sînt terminate.

Controlul calității loturilor poate fi efectuat printr-o gamă variată de metode adaptate specificului producției controlate, tipului caracteristicilor de calitate, importanței și implicațiilor erorilor de decizie etc.

După volumul produselor controlate se deosebesc:

Scanned with OKEN Scanner

— controlul 100% în care se controlează volumul întregii producții «obiect cu obiect». Acest tip de control se poate aplica unei producții de serie mică sau de unicate, la care condițiile tehnice impuse sînt deosebit de severe;

— controlul prin eșantionare (sondaj), variantă în care se controlează numai o parte din producție. Acest tip de control se impune cu unica alternativă rațională și eficientă, care corespunde tehnic și economic necesităților producției de masă.

Sinteza elementelor necesare efectuării pentru recepția loturilor se regăsește sub forma *planului de control*, care conține volumul eșantionului, riscurile asumate de partenerii controlului (furnizor-beneficiar), nivelul calității producției și criteriile de decizie.

Se pornește de la presupunerea logică conform căreia orice lot conține o anumită proporție de produse necorespunzătoare denumită fracțiune defectivă P. Aceasta se stabilește ca raport între numărul de rebuturi din lot D și mărimea lotului N. Pe baza mărimii fracțiunii defective care, teoretic, poate lua orice valoare între zero și unu, se apreciază calitatea lotului. Scopul controlului de recepție este de a decide dacă această fracțiune defectivă nu depășește un anumit nivel critic P_0, stabilit în funcție de considerente de ordin economic. Aceasta înseamnă că pe baza verificării produselor din lot trebuie să se decidă dacă este adevărată ipoteza:

$$H_1 : P \leqslant P_0, \text{ în care caz lotul se acceptă} \qquad (8.25)$$

cu alternative:

$$H_2 : P > P_0, \text{ în care caz lotul se respinge.} \qquad (8.26)$$

Evident, fracțiunea defectivă P poate lua o mulțime de valori în cele două domenii ale sale limitate de punctul critic P_0, adică în domeniile $0 \leqslant P \leqslant P_0$ și respectiv $P_0 < P \leqslant 1$.

8.5.2. Caracteristica operativă a planurilor de control statistic

Caracteristica operativă reprezintă una dintre trăsăturile definitorii, specifice, care deosebesc diferite planuri de control din punctul de vedere al eficacității lor în separarea loturilor corespunzătoare de cele necorespunzătoare. Caracteristica operativă exprimă probabilitatea acceptării loturilor, în funcție de mărimea fracțiilor defective.

Într-o formă generală, caracteristica operativă poate fi descrisă prin funcția $P_a = f(P)$, care exprimă probabilitatea de acceptare a lotului ce conține o fracțiune defectivă:

$$P = \frac{D}{N}.$$

Scanned with OKEN Scanner

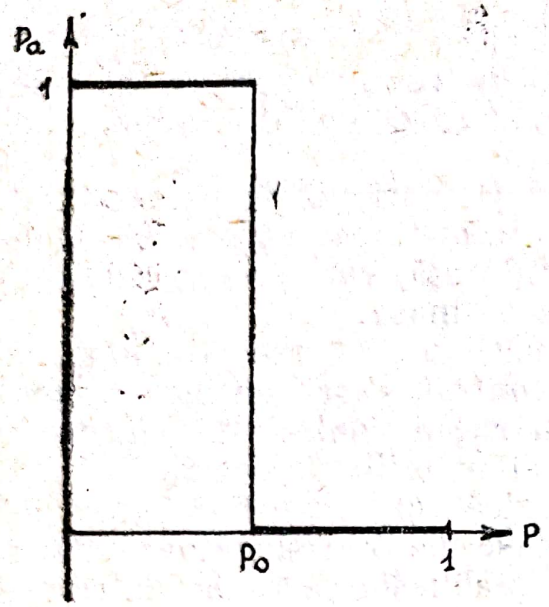


Fig. 8.1. Curba operativă ideală şi reală

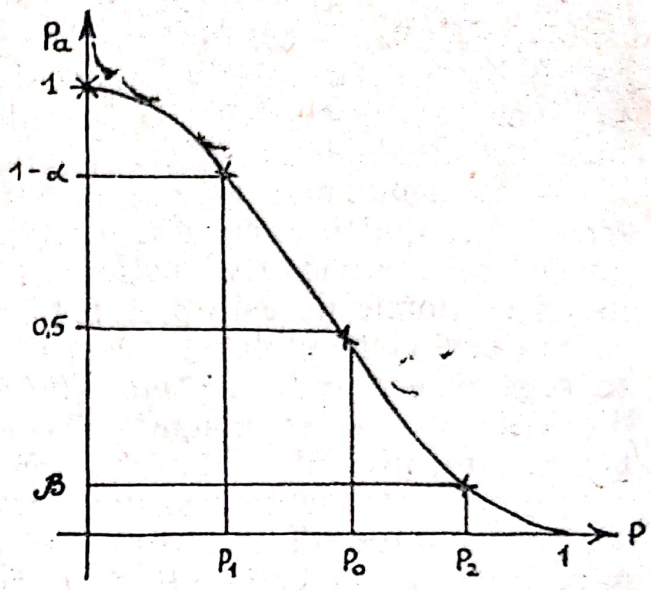


Fig. 8.2. Elemente definitorii ale curbei operative

Dacă controlul se efectuează integral şi fără erori, loturile cu fracţiune defectivă $P \leqslant P_0$ vor fi acceptate cu certitudine, iar loturile cu $P > P_0$ vor fi respinse în totalitate. În acest caz curba caracteristicii operative se prezintă ca în figura 8.1. Datorită erorilor de reprezentativitate se omit în mod nevitabil erorile de decizie, a căror compensare probabilistică se realizează prin intermediul riscurilor α şi β.

Pe măsura îndepărtării părţii defecte P spre 1 (calitatea nulă) are loc o înrăutăţire a calităţii lotului. Probabilitatea de acceptare a lotului este o funcţie descrescătoare, avînd valoarea 1 în punctul zero şi fiind nulă în punctul 1 (vezi fig. 8.2).

8.5.3. Controlul statistic de recepţie pentru loturi de produse cu caracteristici alternative

La acest tip de control, cele n produse care se verifică se clasifică direct în «corespunzătoare» şi «necorespunzătoare».

Controlul statistic de recepţie poate conduce la două tipuri de decizii eronate:

1) respingerea unui lot care conţine o fracţiune defectivă P mai mică decât fracţiunea defectivă admisă P_0 şi care trebuie, deci, acceptată sau, altfel spus, respingerea ipotezei $H_1 : P \leqslant P_0$, care în realitate este adevărată. Eroarea comisă în asemenea cazuri se numeşte eroare de genul I. Probabilitatea comiterii erorii de genul I poartă numele de risc al furnizorului şi se notează cu α;

2) acceptarea unui lot care conține o fracțiune defectivă P mai mare decît nivelul fixat P_0. Eroarea astfel comisă se numește eroare de genul II. Probabilitatea comiterii erorii de genul II constituie riscul beneficiarului de a accepta un lot care în realitate trebuie respins și se notează cu β.

Cele mai utilizate planuri de control sînt planurile de control simplu, planurile de control secvențial trunchiat cu variantele dublu și multiplu.

Planuri de control simplu. Pentru efectuarea controlului din lotul supus verificării se extrage un eșantion de mărime n. Parametrul p, adică fracțiunea defectivă necunoscută a lotului, se estimează cu ajutorul fracțiunii defective p a eșantionului, care se calculează cu relația:

$$p = \frac{d \text{ (numărul rebuturilor din eșantion)}}{n \text{ (mărimea eșantionului)}} \qquad (8.27)$$

Practic se folosește următoarea schemă: se stabilește numărul de rebuturi d din eșantion în funcție de care se ia decizia de acceptare sau respingere a lotului. Controlul se efectuează astfel:

— dacă numărul de rebuturi din eșantion este cel mult egal cu numărul de acceptare ($d \leqslant A$), lotul se recepționează;

— dacă $d > A$, atunci lotul este considerat necorespunzător.

Se admite că într-un lot de mărime N se găsesc D rebuturi și $N - D$ produse corespunzătoare, cu $D + (N-D) = N$. Din lot se fac n extracții succesive, fără să se pună exemplarul verificat înapoi (schema bilei nereventie). Probabilitatea că în n extracții se obțin d rebuturi și $n - d$ produse corespunzătoare [$(d + (n-d) = n$] este dată de expresia:

$$P(n, d) = \frac{C_D^d \, C_{N-D}^{n-d}}{C_N^n}. \qquad (8.28)$$

Modelul reprezintă o repartiție hipergeometrică care poate fi aproximată în condițiile cunoscute prin modelul binominal:

$$\lim_{n \to \infty} P(n, d) = C_n^d P^d (1-P)^{n-d}. \qquad (8.29)$$

Știind că probabilitatea de acceptare este egală cu $1-\alpha$, dacă $P = P_1$ și $P = P_2$,

$$\begin{cases} 1-\alpha = \sum_{d=0}^{A} C_n^d P_1^d (1-P_1)^{n-d} \\ \beta = \sum_{d=0}^{A} C_n^d P_2^d (1-P^2)^{n-d}. \end{cases} \qquad (8.30)$$

Scanned with OKEN Scanner

Insă această operaţie este laborioasă şi, în consecinţă, se apelează la repartiţia Poisson, care, fiind tabelată, este mai comod de utilizat. Este demonstrat că pentru P mic ($P \leqslant 0{,}1$) şi n mare ($n > 30$) (astfel încît $n/N \leqslant 0{,}005$) repartiţia hipergeometrică se poate aproxima prin cea Poisson, cu media şi dispersia $\lambda = nP$. Aproximarea dă rezultate foarte bune, în special în cazul loturilor de volum mare, deoarece apariţia rebuturilor constituie un eveniment rar.

În acest caz, probabilitatea ca în eşantion să se găsească d rebuturi este dată de relaţia:

$$P_a = \sum_{d=0}^{A} \frac{(np)^d}{d!} e^{-np}. \tag{8.31}$$

În continuare determinarea parametrilor planului de control n şi A se face prin rezolvarea sistemului:

$$\begin{cases} \sum_{d=0}^{A} \frac{(nP_1)^d}{d!} e^{-nP_1} = 1 - \alpha; \\ \sum_{d=0}^{A} \frac{(nP_2)^d}{d!} e^{-nP_2} = \beta. \end{cases} \tag{8.32}$$

Planuri de control secvenţial. Pentru controlul secvenţial este caracteristic faptul că numărul unităţilor care se controlează nu este fixat dinainte, decizia fiind luată după verificarea fiecărei unităţi.

Cele trei decizii posibile care pot fi luate, folosind criteriul raportului probabilităţilor, propus de H. Wald, sînt:

— acceptarea lotului (deci, a ipotezei statistice $H_1 : P \leqslant P_1$), dacă

$$\frac{P_{2,n}}{P_{1,n}} \leqslant \frac{\beta}{1-\alpha}; \tag{8.33}$$

— respingerea lotului, dacă

$$\frac{P_{2,n}}{P_{1,n}} \geqslant \frac{1-\beta}{\alpha}; \tag{8.34}$$

— continuarea controlului în cazul în care:

$$\frac{\beta}{1-\alpha} < \frac{P_{2,n}}{P_{1,n}} < \frac{1-\beta}{\alpha}. \tag{8.35}$$

Avantajul principal al controlului secvenţial constă în faptul că asigură o mai mare rapiditate în luarea deciziilor atunci cînd calitatea lotului, caracterizată prin fracţiunea defectivă, este ori foarte bună, ori foarte slabă (adică $P \ll P_1$ şi respectiv $P \gg P_2$). În mod implicit rezultă că prin verificarea secvenţială se micşorează numărul unităţilor controlate, şi deci, cheltuielile de control.

Probabilităţile $P_{1,n}$ şi $P_{2,n}$ care intervin în stabilirea rapoartelor

Scanned with OKEN Scanner

deciziilor posibile depind de fracțiunile defective P_1 și P_2, numărul produselor din eșantion și numărul de rebuturi. Deci, $P_{1,n}$ este probabilitatea ca eșantionul de mărime n să conțină d rebuturi, dacă lotul conține D_1 rebuturi, adică $P \leqslant P_1$, $P_{2,n}$ este probabilitatea ca eșantionul de mărime n să conțină d rebuturi în ipoteza că lotul conține D_2 rebuturi, adică $P \geqslant P_2$.

Raportul probabilităților se calculează după fiecare extracție, deci n ia valori succesive începînd cu 1.

Dacă $P_{2,n} \geqslant P_{1,n}$, atunci este mai plauzibil a presupune că ipoteza $P \geqslant P_2$ este adevărată. Cu cît această presupunere este mai justificată, cu atît raportul $\frac{P_{2,n}}{P_{1,n}}$ este mai mare decît 1.

Dacă însă $P_{1,n} > P_{2,n}$, atunci este mai rațional a presupune justețea ipotezei $H_1 : P \leqslant P_1$. Cu atît această presupunere este mai fundamentată, cu atît raportul $P_{2,n}/P_{1,n}$ este mai mic decît 1.

Dacă nu se îndeplinește nici una din cele două inegalități, atunci controlul se continuă, extrăgîndu-se o nouă unitate de produs $(n+1)$.

Calcularea raportului de probabilitate după fiecare unitate extrasă și controlată face incomodă aplicarea practică a planului. De aceea, pentru luarea mai rapidă a deciziilor se calculează numărul de acceptare A și numărul de respingere R_n cu relațiile:

$$A_n = \rho n + h_1; \tag{8.36}$$

$$R_n = \rho n + h_2, \tag{8.37}$$

unde

$$\rho = \frac{\lg \frac{1-P_1}{1-P_2}}{\lg \frac{P_2}{P_1} - \frac{1-P_2}{1-P_1}}; \tag{8.38}$$

$$h_1 = \frac{\lg \frac{\beta}{1-\alpha}}{\lg \frac{P_2}{P_1} - \lg \frac{1-P_2}{1-P_1}}; \tag{8.39}$$

$$h_2 = \frac{\lg \frac{1-\beta}{\alpha}}{\lg \frac{P_2}{P_1} - \lg \frac{1-P_2}{1-P_1}}. \tag{8.40}$$

Pentru orice număr n de produse extrase se stabilește numărul efectiv de rebuturi d care se compară cu A_n și R_n, iar decizia se ia astfel:

Scanned with OKEN Scanner

dacă $d \leqslant A_n$, lotul se acceptă;
dacă $d \geqslant R_n$, lotul se respinge;
dacă $A_n < d < R_n$, se continuă controlul.

Se știe că valorile P_1, P_2, α și β care definesc cerințele furnizorului și ale beneficiarului sînt constante. Aceasta face ca și mărimile ρ, h_1 și h_2 ale unui plan de control secvențial să fie de asemenea constante. Rezultă așadar că atît A_n, cît și R_n se modifică liniar în funcție de variația mărimii n a eșantionului, fapt ilustrat grafic în fig. 8.3. Dreapta de acceptare intersectează axa ordonatelor în punctul h_1, iar dreapta de respingere — în h_2. Coeficientul unghiular ρ fiind același, dreptele sînt paralele. Dacă $\alpha = \beta$, atunci $|h_1| = h_2$, dreptele fiind egal depărtate de origine.

Esența metodei constă în aceea că după fiecare unitate extrasă se figurează pe grafic cîte un punct cu abscisa corespunzătoare numărului de unități controlate n și ordonata corespunzătoare numărului de rebuturi d găsit printre cele n unități. Verificarea continuă pînă cînd punctele de coordonate $(n; d)$ se situează fie în domeniul de acceptare (lotul se acceptă), fie în domeniul de respingere (lotul se respinge).

La acest tip de control parametrul h_1 este întotdeauna negativ, fapt care în practica recepției se traduce prin necesitatea verificării înainte de a putea formula o decizie de acceptare, cel puțin $n_{min} = \frac{|h_1|}{\rho}$ căruia îi corespunde $A_n = 0$.

Aplicația 8.4. Se supune controlului de recepție un lot de 3 000 de produse în condițiile:

$$P_1 = 0{,}005;\ P_2 = 0{,}02;\ \alpha = 0{,}05;\ \beta = 0{,}10.$$

Se calculează cu relațiile și mărimile:

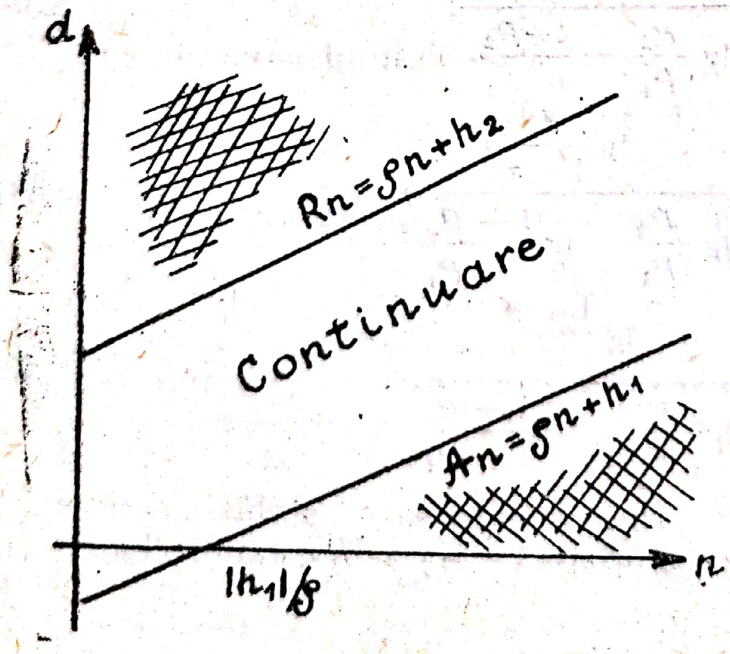


Fig. 8.3. Diagrama controlului secvențial

Scanned with OKEN Scanner

$$\rho=0{,}0108;\ h_1=-1{,}606;\ h_2=2{,}06.$$

Rezultă următoarele numere de acceptare și respingere:

$$A_n=0{,}0108\ n-1{,}606;$$
$$R_n=0{,}0108\ n+2{,}06.$$

Admițînd că după extracția a 200 de produse s-au obținut două produse necorespunzătoare, se ia decizia privind continuarea controlului, deoarece:

$$A_{200}=0{,}0108\times 200-1{,}606=0{,}554\approx 1;$$
$$R_{200}=0{,}0108\times 200-2{,}06=4{,}220\approx 4;$$

Deci, $d_n=2$ este cuprins între $A_n=1$ și $R_n=4$.

Dacă cele două riscuri sînt egale $\alpha=\beta$, atunci $|h_1|=h_2$.

Pentru luarea rapidă a deciziei este necesar ca numărul unităților care se controlează să se limiteze printr-o cifră superioară n_0 astfel încît să existe suficientă siguranță că după verificarea celor n_0 unități, se va lua decizia finală de acceptare sau de respingere. Se procedează astfel la «trunchierea» controlului secvențial. Fie n' numărul unităților de controlat necesar pentru luarea deciziei finale și $P(n'\leqslant n_0)$ probabilitatea ca în cazul în care este adevărată ipoteza $H_1: P\leqslant P_1$, controlul să se încheie după verificarea a cel mult $n'\leqslant n_0$. Așadar,

$$P\left[\frac{P_{2;\,n_0}}{P_{1;\,n_0}}\leqslant\frac{\beta}{1-\alpha}\leqslant P\,(n'\leqslant n_0)\right]=\varnothing(z_1).$$

Făcînd înlocuirile necesare, rezultă n_0, adică numărul maxim de unități ce vor fi controlate.

Folosind procedeul trunchierii, se pot determina cu mai multă ușurință parametrii planului de control dublu și de control multiplu.

8.5.4. Controlul statistic de recepție pentru caracteristici măsurabile

Controlul statistic de recepție prin măsurare se aplică atunci cînd caracteristica controlată X este măsurabilă.

Se presupune că în cazul acestui control valorile caracteristicii de calitate sînt repartizate normal, $N(m;\ \sigma)$, sau suficient de apropiată de o lege normală, caz în care densitatea de probabilitate este dată de relația:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (8.41)$$

Scanned with OKEN Scanner

In aplicațiile practice se operează adesea cu variabila aleatoare normală $z=\frac{x-m}{\sigma}$ care urmează o lege de repartiție normală N (0; 1). In acest caz densitatea de probabilitate este:

$$f(z)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}.$$

Utilizînd expresia funcției repartiției normale, fracțiunea defectativă P se obține cu relația:

$$P_i=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\infty}^{z_i}e^{-\frac{u^2}{2}}du. \qquad (8.42)$$

In cazul limitei de toleranță interioară (TI) respectiv

$$P_s=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{z_s}^{\infty}e^{-\frac{u^2}{2}}du. \qquad (8.43)$$

În cazul limitei de toleranță superioară (TS), unde,

$$z_s=\frac{TS-m}{\sigma};\quad z_i=\frac{m-TI}{\sigma}$$

cu $|z_i|=z_s=z_1$, ținînd cont de simetria repartiției normale.

Folosind funcția Laplace $\varnothing(z)$, fracțiunea defectivă P se determină astfel:

— dacă caracteristica este limitată atît superior (TS), cît și inferior (TI),

$$P=1-2\varnothing(z); \qquad (8.44)$$

— dacă caracteristica este limitată fie numai inferior, fie numai superior,

$$P=0{,}5-\varnothing(z). \qquad (8.45)$$

La acest control verificarea ipotezei $H_1: P\leqslant P_1$, cu alternativa $H_2: P\geqslant P_2$, este echivalentă cu verificarea ipotezei $H_1: z_p\geqslant z_P$, cu alternativa $H_2: z_p\leqslant z_{p_1}$.

Echivalența se explică prin faptul că dacă fracțiunea defectivă se micșorează, numărul z_p crește.

Testarea ipotezei se face pe baza unui eșantion extras din lot după anumite scheme de prelevare (control simplu, dublu, secvențial).

Scanned with OKEN Scanner

Planuri de control simplu prin măsurare. Ipoteza $H_1 : z_p \geqslant z_{p_1}$ se acceptă sau se respinge pe baza unui singur eşantion de mărime $n(x_1, x_2, ..., x_n)$. Cu aceste mărimi se calculează media de sondaj:

$$x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \quad (i = 1, 2, ..., n),$$

care ajută la luarea deciziei de acceptare sau de respingere a lotului.

Se ştie că media de sondaj $\bar{x}$ este la rîndul ei o variabilă aleatoare, ce urmează o lege de repartiţie normală $(Nm; \sigma/n)$.

Parametrii planului de control sînt: n — mărimea eşantionului; k — factorul de acceptare.

Condiţiile în funcţie de care se iau deciziile sînt:

a) cînd caracteristica controlată este limitată superior, acceptarea lotului are loc, dacă

$$LCS = TS - k\sigma, \tag{8.46}$$

şi se respinge, dacă media depăşeşte limita de control LCS;

b) cînd caracteristica controlată este limitată inferior, limita de control este dată de relaţia:

$$LCI = TI + k\sigma, \tag{8.47}$$

iar lotul se acceptă sau se respinge după cum media unui eşantion este mai mare sau mai mică decît LCI;

c) dacă pentru caracteristica controlată sînt fixate două limite de toleranţă, limitele de control sînt:

$$LCI = TI + k\sigma; \tag{8.48}$$

$$LCS = TS - k\sigma. \tag{8.49}$$

Parametrii n şi k ai planului de control se determină din condiţiile cunoscute:

$$P_a(P_1) = 1 - \alpha \qquad \text{şi} \quad P_a(P_2) = \beta.$$

Rezultă

$$k = \frac{z_\alpha z_{p2} + z_\beta z_{p1}}{z_\alpha + z_\beta}; \tag{8.50}$$

$$n = \left(\frac{z_\alpha + z_\beta}{z_{p1} - z_{p2}} \right)^2. \tag{8.51}$$

Dacă abaterea medie pătratică σ nu se cunoaşte, aceasta se estimează cu ajutorul abaterii medii pătratice de selecţie. În acest

Scanned with OKEN Scanner

caz procedeul de lucru este asemănător cu deosebirea că în relaţiile de calcul se înlocuieşte σ prin s; numărul de produse care compun eşantionul se determină cu relaţia:

$$n = \left(1 + \frac{k^2}{2}\right)\left(\frac{z_\alpha + z_\beta}{z_{p1} - z_{p2}}\right)^2. \qquad (8.52)$$

Modul de operare în cazul aplicării unui plan de control simplu prin măsurare este următorul:

— se extrage întîmplător din lotul prezentat la recepţie un eşantion de mărime n;

— se măsoară valorile caracteristicii cercetate pentru cele n unităţi şi se înregistrează valorile: $x_1, x_2, \ldots, x_n$;

— se calculează parametrii eşantionului, respectiv media $\bar{x}$ şi abaterea medie pătratică s cu relaţiile cunoscute;

— se procedează la luarea deciziei în funcţie de modul cum este limitată caracteristica de calitate.

Aplicaţia 8.5. Se verifică calitatea unor loturi de produse. Caracteristica controlată $TS = 100$. Pentru efectuarea controlului la această carateristică între părţile contractate sînt prevăzute următoarele: fracţiunea defectivă acceptată 1%, fracţiunea defectivă tolerată 5%. Caracteristica este normal repartizată cu abaterea standard $\sigma = 3{,}5$, $\alpha = \beta = 3$ %.

Rezolvare:

1. Mărimea fracţiunii defective se stabileşte prin $P = 1/2 - \Phi(z)$, deoarece caracteristica este unitolerată, iar apoi cu ajutorul tabelelor funcţiei Laplace se determină mărimile

$$z_{p1} = 2{,}33;\ z_{p2} = 1{,}65;\ z_\alpha = z_\beta = 1{,}89.$$

2. Volumul eşantionului de controlat va fi:

$$n = \left(\frac{z_\alpha + z_\beta}{z_{p1} - z_{p2}}\right)^2 = \left(\frac{1{,}89 + 1{,}89}{2{,}33 - 1{,}65}\right)^2 \approx 31 \text{ produse.}$$

3. Factorul de acceptare este:

$$k = \frac{z_\beta z_{p1} - z_{p2} z_\alpha}{z_\alpha + z_\beta} = \frac{(2{,}33 \times 1{,}89) + (1{,}65 \times 1{,}89)}{1{,}89 + 1{,}89} = 1{,}99.$$

4. Deciziile se vor lua astfel: din loturile prezentate la recepţie se vor preleva întîmplător 31 unităţi de ambalare şi se vor efectua determinările chimice conform standardelor. Pe baza rezultatelor celor 31 de analize se calculează media acestora

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^{31} x_i}{31}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă $\bar{x}+1{,}99\ \sigma=x+6{,}965\leqslant 100$, lotul va fi acceptat, iar dacă $\bar{x}+$ $+6{,}965\ \sigma<100$, lotul se va respinge.

8.6. SONDAJUL TIPIC (STRATIFICAT)

Se consideră populația generală împărțită în r subpopulații parțiale $c_1, c_2, \ldots, c_n$ numite grupe sau straturi și cărora le corespund următoarele valori ale caracteristicii:

$$c_1 : x_{11}, x_{21}, \ldots, x_{N11};$$
$$c_2 : x_{12}, x_{22}, \ldots, x_{N22};$$
$$c_r : x_{1r}, x_{2r}, \ldots, x_{Nr}.$$

După cum se vede stratul c_1 are N_1 unități, c_2 are N_2 unități etc. Numărul total al unităților populației c este

$$N_1+N_2+\ldots+N_r=\sum_{i=1}^{r} N_i=N.$$

Din fiecare din aceste straturi se fac cîte $n_1, n_2, \ldots, n_k$ extrageri la întîmplare nerepetate, astfel încît

$$n_1+n_2+\ldots+n_r=\sum_{i=1}^{r} n_i=n,$$

n fiind numărul total al unităților eșantionului.

Prin urmare din fiecare grupă (strat) se efectuează cîte un sondaj, obținînd r eșantioane, ale căror unități au caracteristici cu valorile:

$$\begin{array}{l} x_{11}, x_{21}, \ldots, x_{n11} \\ x_{12}, x_{22}, \ldots, x_{n22} \\ \vdots \\ x_{1r}, x_{2r}, \ldots, x_{nr}, \end{array}$$

unde variabilele de sondaj $x_{ij}\ (i=1, 2, \ldots, n_j,\ j=1, 2, \ldots, r)$ sînt considerate niște variabile aleatoare.

Se introduc notațiile:

$$m=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{N_j} x_{ij} \text{ media generală} \qquad (8.53)$$

$$m_j=\frac{1}{N_j}\sum_{i=1}^{N_j} x_{ij} \text{ media stratului } j. \qquad (8.54)$$

Prin urmare, rezultă că media generală se mai scrie:

$$m=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{k} N_j \cdot m_j, \qquad (8.55)$$

Scanned with OKEN Scanner

adică media valorilor caracteristice în populația generală este media ponderată a mediilor de grupă, ponderile fiind egale respectiv cu $(j=1, 2, ..., k)$.

Analog, în cadrul sondajelor, notînd:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}, \tag{8.56}$$

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}, \tag{8.57}$$

deducem $\bar{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{k} n_j x_j$. (8.58)

Deci, media valorilor caracteristicii din sondajul de volum $n = \sum_{j=1}^{k} n_j$ este egală cu media ponderată a mediilor grupelor ale valorilor caracteristicii din fiecare sondaj, ponderea fiind egală cu $\frac{n_{ji}}{n}$ $(j=1, 2, ..., k)$.

Pentru estimarea mediei generale m se consideră:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{k} N_j \bar{x}_j,$$

care reprezintă o medie ponderată a rezultatelor $\bar{x}_j$ obținute în fiecare grupă. Se arată că $\bar{\bar{x}}$ este un estimator nedeplasat și consistent al mediei generale m, deoarece se demonstrează că $M(\bar{\bar{x}}) = m$ și

$$D(\bar{\bar{x}}) = \sum_{j=1}^{k} \frac{N_j^2}{N^2} (1-f_j) \frac{\hat{\sigma}_j}{n_j}, \tag{8.59}$$

unde

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{N_j - 1} \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - m)^2; \quad f_j = \frac{n_j}{N_j}$$

După cum rezultă din (8.59) dispersia variabilei $\bar{\bar{x}}$ este cu atît mai mică, cu cît volumele n_j sînt mai mari și dispersiile σ_x^2 — mai mici. Prin urmare, pentru a obține rezultate acceptabile în cadrul sondajului tipic este necesar și suficient ca numărul unităților extrase din fiecare grupă să fie mare.

Scanned with OKEN Scanner

Rezultă că eroarea mediei de reprezentativitate şi respectiv eroarea limită admisă nu mai depind de dispersia totală şi de media dispersiilor grupelor.

Dacă se foloseşte dispersia din populaţia de bază, eroarea limită va fi:

— pentru sondajul repetat:

$$\Delta = z_\alpha \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n}},$$

de unde

$$n = \frac{z^2 \hat{\sigma}^2}{\Delta^2};$$

— pentru sondajul nerepetat:

$$\Delta = z_\alpha \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}},$$

de unde $n = \dfrac{z^2 \hat{\sigma}^2}{\Delta^2 + \dfrac{z^2 \hat{\sigma}^2}{N}}$.

In mod analog se procedează şi în cazul cînd estimatorul $\hat{\sigma}^2$ este s^2.

In continuare volumul subeşantionului depinde de felul sondajului tipic utilizat.

8.6.1. Sondajul tipic proporţional

Acest tip de sondaj se caracterizează prin faptul că din fiecare grupă tipică în care a fost împărţită populaţia generală se extrag atîtea unităţi, încît raportul dintre numărul lor şi volumul grupei din care s-au extras să fie egal cu raportul dintre volumul general al eşantionului şi volumul populaţiei, adică prin definiţie:

$$\frac{n_j}{N_j} = \frac{n}{N} \text{ sau } f_j = f \ (j = 1, 2, \ldots, k). \tag{8.60}$$

Prin urmare, sondajul tipic proporţional este un sondaj simplu grupat, pentru care are loc relaţia (8.60).

Deci, (8.60) se deduce în felul următor:

$$f = \frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = \ldots = \frac{n_k}{N_k} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_j}{\sum_{j=1}^{k} N_j} = \frac{n}{N},$$

de unde, aplicînd cunoscuta proprietate a şirului de rapoarte egale, «suma numărătorilor/ suma numitorilor» este egală cu fiecare din rapoarte:

$$n_j = \frac{n}{N} \cdot N_j = f N_j \ (j = 1, 2, ..., k).$$

Introducînd valoarea de mai sus a lui n_j în expresia (8.59) şi, ţinînd seama că $f_j = f$, dispersia funcţiei de estimaţie (statistică) $\bar{x}$ devine:

$$D(\bar{\bar{x}}) = \frac{1-f}{n} \sum_{j=1}^{k} \frac{N_j}{N} \sigma_j^2. \qquad (8.61)$$

8.6.2. Sondajul tipic optim

Dacă volumul sondajului de grupă n_j este dimensionat astfel încît eficienţa să fie maximă, atunci sondajul tipic este optim. Acest fapt revine la determinarea numerelor n_j care să satisfacă condiţia:

$$n_1 + n_2 + ... + n_k = n$$

şi pentru care

$$D(\bar{\bar{x}}) = \sum_{j=1}^{k} \frac{N_j^2}{N^2} (1 - f_j) \frac{\hat{\sigma}_j^2}{n_j} \qquad (8.62)$$

să fie minimă. Folosind metoda multiplicatorilor lui Lagranje, se obţine:

$$n_j = \frac{n \cdot N_j \cdot \hat{\sigma}_j}{\sum_{j=1}^{k} N_j \hat{\sigma}_j} \qquad j = 1, 2, ..., k. \qquad (8.63)$$

Deci, aceasta este expresia ce determină volumele n_j pentru care eficienţa sondajului este maximă.

După cum se observă, în cazul sondajului tipic optim numărul unităţilor dintr-o grupă oarecare este proporţional cu numărul unităţilor din această grupă şi cu abaterea medie pătratică a grupei respective.

Eficienţa sondajului tipic optim se poate cunoaşte, calculînd $D(\bar{x})$ dat de (8.43) în care n_j se înlocuieşte cu valorile date de (8.63) şi se obţine:

$$D(\bar{\bar{x}}) = \frac{1}{N^2} \left[\frac{\left(\sum_{j=1}^{k} N_j \hat{\sigma}_j \right)^2}{n} - \sum N_j \hat{\sigma}_j^2 \right]. \qquad (8.64)$$

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 8.3

Calculul subeşantionului optim stratificat

Grupa, j	Număr de muncitori, $N(j)$	Date de sondaj: număr de muncitori, n_j	Date de sondaj: nivelul mediu al realizărilor, $\bar{x}_j$	Date de sondaj: dispersia, $\hat{\sigma}_j^2$	$N_j\hat{\sigma}_j$	$\frac{N_j\hat{\sigma}_j}{\Sigma N_j\hat{\sigma}_j}$	$n_j = \frac{nN_j\hat{\sigma}_j}{\Sigma N_j\hat{\sigma}_j}$
A	320	32	47,469	90,191	3039,006	0,0967	12
B	410	41	134,585	794,055	11 553,382	0,3676	44
C	320	32	203,687	1420,823	12 062,017	0,3838	46
D	150	15	231,667	1012,006	4771,806	0,1518	18
Total $N=\Sigma N_j=1200$		$n=\Sigma n_j=120$	X	X	$\Sigma N_j\hat{\sigma}_j=31426,212$	$\Sigma\approx 1$	$\Sigma n_j=120$

Aplicaţia 8.6. S-a efectuat o cercetare asupra unui număr de 1200 muncitori dintr-o întreprindere, asupra volumului realizărilor în producţie, muncitorii fiind împărţiţi în patru grupe. Pe baza datelor înregistrate asupra a $n=120$ de muncitori, să se determine nivelul mediu al realizărilor la nivelul întregii colectivităţi de muncitori (tabelul 8.3).

Nivelul mediu se stabileşte prin (8.58):

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} n_j\bar{x}_j=141,9165,$$

$$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} n_j\sigma_j^2=800,7399.$$

Pe această bază se poate recalcula volumul fiecărei grupe pentru realizarea unui sondaj optim.

Se aplică relaţia (8.63):

$$n_j=\frac{nN_j\hat{\sigma}_j}{\sum_{j=1}^{k} N_j\hat{\sigma}_j}$$

$n=120$, iar în coloanele 5, 6, 7 ale tabelului sînt prezentate calculele desfăşurate.

La acelaşi volum al eşantionului, volumele subeşantioanelor n_j diferă de valorile stabilite iniţial sub forma proporţiei de 10%.

Scanned with OKEN Scanner

Avantajul acestei variante constă, în principal, în minimizarea dispersiei mediei de sondaj comparativ cu varianta sondajului proporțional. Astfel,

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N^2}\left[\frac{(\sum N_j\sigma_j)^2}{n} - \sum N_j\hat{\sigma}_j^2\right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{1200^2}\left[\frac{31\cdot 426{,}212^2}{120} - 960\,887{,}93\right]} = 2{,}247.$$

Pe baza acestui indicator se poate stabili și intervalul de încredere pentru valoarea medie a caracteristicii studiate, la nivelul întregii populații.

8.7. SONDAJUL DE SERII. SONDAJUL ÎN MAI MULTE FAZE

Adesea unitățile colectivității generale alcătuiesc așa-numitele unități complexe. De pildă, muncitorii lucrează în cadrul anumitor formații de lucru, oamenii trăiesc în familii etc. În aceste cazuri sondajul poate fi organizat în așa fel încît să se etxragă pentru studiu asemenea unități complexe, urmînd ca toate unitățile simple aferente unităților complexe extrase să se cerceteze fără nici o excepție. În practica metodei sondajului unitățile complexe se numesc serii (sau cuiburi), de unde rezultă denumirea de sondaje de serii.

Evaluarea rezultatelor sondajului de serii se face cu ajutorul metodelor descrise la sondajul aleator simplu, înlocuind numărul unităților simple din populația N și din sondajul n cu numărul seriilor (unităților complexe) R și r. În locul dispersiei dintre valorile individuale s^2 se utilizează dispersia dintre serii (unități complexe), δ^2, determinată analog cu dispersia dintre grupe. La acest calcul se presupune că volumul seriilor este egal. În mod tacit această ipoteză de calcul poate fi extinsă și pentru seriile aproximativ egale. Dacă însă volumul seriilor este mult diferit, sînt necesare alte scheme de calcul. Atunci poate fi asimilat cu un sondaj stratificat.

Întrucît în formula erorii medii a sondajului de serii intervine dispersia dintre serii, acest procedeu se recomandă atunci cînd dispersia respectivă este mică. Cu cît dispersia dintre serii este mai mică, cu atît mai indicat este procedeul de sondaj în serii. Lucrul acesta se întîmplă atunci cînd seria reproduce «în mic» întreaga colectivitate, cînd eterogenitatea seriei este reprezentativă față de eterogenitatea populației. O asemenea reprezentativitate se poate realiza în cazul cînd seriile se formează la întîmplare. De pildă, prin amestecarea unui material fizic sau chimic se poate obține o asemenea omogenitate încît orice probă prelevată să caracterizeze

Scanned with OKEN Scanner

fidel întregul lot. În acest caz mediile de serie sînt egale $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \ldots = \bar{x}_r = \bar{x}$, iar dispersia dintre serii va fi nulă, de unde rezultă că și eroarea medie de sondaj este nulă.

În statistica economică și socială unitățile complexe, ce se pot asimila seriilor, se formează nu la întîmplare, ci în procesul dezvoltării economice și sociale. De aceea unitățile elementare din cadrul unei unități complexe sînt mai asemănătoare între ele. Prin urmare, cu cît acestea diferă de la o unitate complexă la alta, cu atît ele diferă de ansamblul populației. În consecință, seria asemuită cu unitatea complexă nu este reprezentativă față de populație. Însă, un număr suficient de mare de serii poate forma un eșantion reprezentativ. Datorită avantajelor organizatorice pe care le prezintă, sondajul de serii, chiar cu carențele sale de reprezentativitate, se justifică în numeroase domenii ale statisticii economice și sociale, ca, de pildă, în statistica prețurilor pe piața țărănească, statistica bugetelor de familie etc.

Și în acest caz formula de calcul se particularizează în sensul că se lucrează cu dispersia dintre serii, iar volumul eșantionului se estimează prin numărul seriilor.

8.8. SONDAJE CU EXTRACȚIE NEALEATOARE

Din cele expuse anterior rezultă că la alcătuirea eșantioanelor trebuie să se asigure pentru fiecare unitate a populației aceeași șansă de a fi prelevată. În felul acesta se creează cîmp liber pentru manifestarea «jocului întîmplării», în urma căreia se realizează o reprezentativitate corespunzătoare a eșantionului. Cu cît această cerință se înfăptuiește mai consecvent, cu atît se poate conta mai mult pe reușita cercetării prin sondaj.

Cu toate acestea, în practică, într-o serie de cazuri, din diferite metode, extracția se face nealeator. Un asemenea procedeu de extracție este eșantionată concentrată care constă în includerea în eșantion numai a acelei părți ce reprezintă majoritatea cazurilor individuale. Această metodă se confundă cu «observarea părții principale».

În alte situații cercetătorii efectuează selecția dirijată a unităților, urmînd prin aceasta selecționarea elementelor pe care ei le apreciază reprezentative, de obicei, pe cele pe care le consideră apropiate de media ce trebuie estimată. Întrucît valoarea medie nu se cunoaște, aprecierea privind reprezentativitatea diferitelor unități propuse pentru a fi incluse în eșantion are un caracter cu totul subiectiv. Deci, pe această cale nu este posibil să se asigure reprezentativitatea obiectivă a rezultatelor sondajului.

Procedeul extracției sistematice, numit și extracție mecanică,

ocupă o poziție intermediară între sondajul aleator și nealeator. Acest procedeu constă în extragerea din populația, sistematizată după un criteriu anume, a numărului n de unități care formează sondajul, prin aplicarea așa-numitului pas de numărare egal cu N/n. Pasul arată diferența dintre numerele de ordine ale unităților ce se extrag succesiv din unitățile populației sistematizate.

Dacă ordinea de sistematizare este aleatoare, atunci extracția sistematică este echivalentă cu extracția aleatoare simplă. Se consideră că o asemenea ordonare este, de exemplu, listarea unităților statistice în ordine alfabetică.

Ordonarea sistemică a unităților se poate concretiza și sub forma așezării în spațiu a unităților colectivității. Exemplul cel mai edificator pentru o asemenea ordonare este harta geografică a localităților sau a obiectelor cercetate. În cazul acesta extracția sistematică se efectuează cu ajutorul unei distanțe, aplicată după o anumită regulă, de pildă de la «vest la est» și «de la nord la sud». În general, o asemenea ordine nu poate fi considerată aleatoare, unitățile vecine fiind mai asemănătoare între ele decît unitățile pe întreaga populație.

Cînd fenomenul observat se produce în timp, de exemplu producția, pasul de extracție poate fi intervalul de timp dintre evenimente sau diferența dintre numerele de ordine ale producerii acestora.

Aplicarea extracției sistematice este contraindicată cînd în așezarea sau producerea cazurilor elementare există o anumită ciclicitate.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL IX. REGRESIA ŞI CORELAŢIA STATISTICĂ

9.1. NOŢIUNI GENERALE

În urma prelucrării datelor de observaţie se formează serii statistice. Dacă datele sînt organizate sub forma unor şiruri paralele de valori ale unei variabile «efect» şi a unei sau a mai multor variabile «cauză», seriile obţinute se numesc *serii interdependente* sau *bi* (respectiv multi) *dimensionale.*

Scopul efectuării unor astfel de organizări şi prelucrări statistice îl constituie identificarea legăturilor cauzale dintre fenomenele şi procesele economice în vederea fundamentării deciziilor.

Spre deosebire de manifestarea dependenţelor din alte domenii, în economie acestea au o formă distinctă. Ele se relevă ca tendinţă, şi pot fi puse în evidenţă numai prin studiul unui mare număr de cazuri individuale. Deci, acolo, unde se poate manifesta legea numerelor mari.

În acest fel legăturile dintre fenomenele şi procesele economice apar ca legături statistice. În astfel de cazuri unei valori a variabilei independente X îi corespunde o distribuţie a valorilor caracteristicii dependente Y, deoarece asupra lui Y nu acţionează numai variabila X considerată, ci şi alţi factori, unii esenţiali, alţii nu, unii întîmplători, unii greu de identificat sau de măsurat. Din acest motiv studiul unor astfel de dependenţe se pretează la metodologia statistică.

Statistica oferă o variată gamă de metode pentru studiul dependenţelor dintre două sau mai multe variabile, acestea fiind reunite în «analiza regresiei şi corelaţiei». Aici se studiază dependenţa dintre o variabilă (caracteristică) rezultativă Y şi una sau mai multe variabile (caracteristici) independente X.

Caracteristica rezultativă Y se mai numeşte caracteristică endogenă, dependentă sau efect, iar caracteristica independentă X — factorială, exogenă sau cauzală.

În cadrul analizei regresiei se descrie modul în care o variabilă dependentă evoluează în funcţie de modificarea uneia sau a mai multor variabile cauzale, deci $y_i = f_{(x\,i)}$. Analiza corelaţiei urmăreşte să stabilească nivelul sau gradul în care variabila cauzală influenţează modificarea variabilei efect.

Scanned with OKEN Scanner

9.2. TIPURI DE LEGĂTURI STATISTICE

Există mai multe tipuri de manifestare a dependențelor, a legăturilor dintre variabile care pot fi grupate astfel:

a) După tipul legăturii:

— *funcționale*, cînd fiecărei valori a variabilei X îi corespunde o valoare bine determinată a variabilei Y;

— *stocastice*, cînd unei valori a variabilei X îi corespunde un șir de valori a variabilei X.

b) După numărul caracteristicilor se identifică:

— *legături simple*, cînd caracteristica endogenă este studiată în funcție de o singură caracteristică exogenă $Y=f(x)$;

— *legături multiple*, cînd se studiază dependența unei caracteristici endogene în funcție de două sau mai mult de două caracteristici exogene $Y=f(x_1, x_2, ..., x_n)$.

c) După direcția legăturii:

— *legături directe*, cînd la modificarea lui X se modifică în același sens și Y (X crește — Y crește; X scade — Y scade);

— *legături inverse*, cînd caracteristica dependentă se modifică în sens contrar față de modificarea lui X (X crește — Y scade, X scade — Y crește).

d) După forma funcției:

— *legături liniare*, cînd dependența se exprimă printr-o funcție liniară;

— *legături neliniare*, cînd dependența se exprimă prin funcții neliniare (parabolă, hiperbolă, exponențială, logistică).

e) După modul de manifestare în timp:

— *legături concomitente* (sincrone);

— *legături cu decalaj* (asincrone).

9.3. METODE DE STUDIERE A LEGĂTURILOR STATISTICE

In analiza calitativă care precede aplicarea metodelor specifice corelației statistice este necesar să se cunoască forma obiectivă de manifestare a legăturii, să se studieze posibilitatea reflectării legăturilor statistice prin forme matematice.

Metodele de studiere a corelației se pot clasifica în:

A. Metode și tehnici pentru verificarea existenței legăturii: metoda grafică, metoda seriilor statistice paralele, metoda grupărilor, metoda balanțelor, tabelul de corelație, tabelul de asociere.

a) *Metoda grafică* constă în construirea «graficului de corelație» (corelogramei) pe baza unui sistem de coordonate rectangu-

Scanned with OKEN Scanner

lare. Pe abscisă se reprezintă variabila X, iar pe ordonată — variabila Y. Reprezentînd o pereche de valori (x, y) în sistemul de cooordonate prin puncte se obține o imagine a cîmpului de corelație» (fig. 9.1) — corelogramă.

«Corelograma» dă posibilitatea stabilirii atît a existenței legăturii, a sensului, a formei, a intensității, cît și a absenței legăturii (fig. 9.1, d).

b) *Metoda seriilor statistice paralele* reprezintă un procedeu simplu ce constă în așezarea în paralel a unor serii de date statistice, în ordinea raporturilor de dependență dintre ele.

Pe baza acestui procedeu se poate efectua o verificare a existenței unei legături și a direcției de manifestare.

c) *Metoda grupărilor statistice* este cunoscută din capitolele anterioare și este utilizată și în studiile de regresie și corelație. Metoda grupărilor, utilizată în evidențierea legăturilor și interdependențelor statistice, presupune stabilirea mai întîi a caracteristicii factoriale după care se efectuează gruparea. Așezarea în paralel a valorilor caracteristicii rezultative face posibilă identificarea legăturilor dintre cele două variabile.

d) *Tabelul de corelație* reprezintă o aplicare a metodei grupării combinate. Gruparea datelor în această metodă se efectuează după ambele caracteristici.

În general, grupele de variație ale caracteristicii factoriale se trec pe orizontală, în ordine crescătoare, iar grupele rezultative pe verticală — în ordine descrescătoare.

După modul de asociere a frecvențelor celor două caracteristici se poate aprecia și sensul, și intensitatea legăturii.

B. Metode analitice. Prin metodele «testării ipotezelor statistice» statistica oferă posibilitatea stabilirii cu un grad de probabilitate ales existența sau absența legăturii dintre fenomene, forma analitică și intensitatea ei.

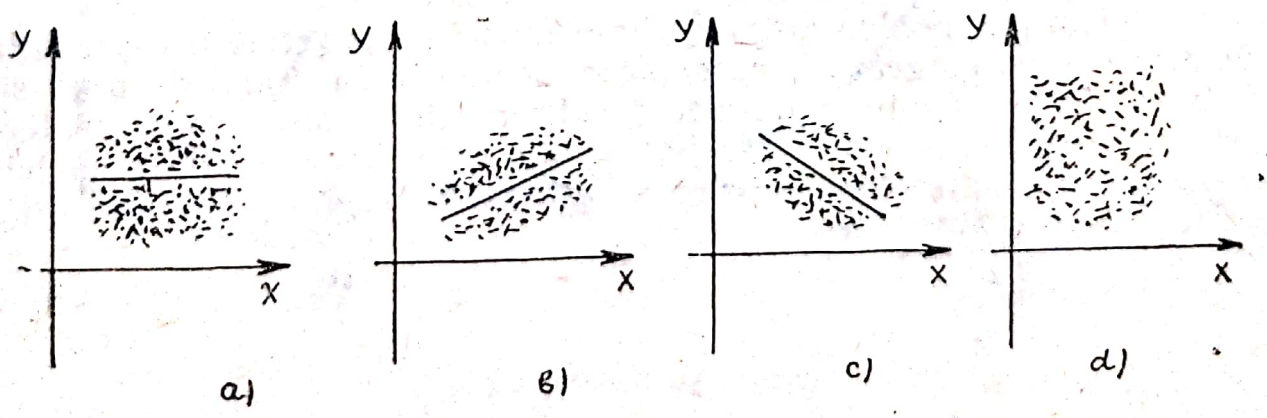


Fig. 9.1. Cîmp de corelație

1. Testul χ^2 se aplică tabelului de grupare combinată. Statistica testului în această utilizare este:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \frac{(n_{ij} - Q_{ij})^2}{Q_{ij}},$$

unde $Q_{ij} = \frac{S_{i\cdot} \cdot S_{\cdot j}}{n^2}$ ($S_{i\cdot}$ este suma frecvențelor coloanei i; $S_{\cdot j}$ — suma frecvențelor coloanei j).

Dacă valoarea χ^2 calculată este inferioară mărimii χ^2 tabelară (pentru (m—1); (k—1) — grade de libertate) și o probabilitate P aleasă, se poate aprecia că între X și Y nu există nici o legătură, ele fiind independente.

2. Testul analizei dispersionale. Cunoscînd relația de adunare a dispersiilor $\sigma^2 = \overline{\sigma}_i^2 + \delta^2$, se calculează dispersiile fiecărei grupe a tabelului de grupare, iar prin intermediul testului $F = \frac{S_i^2}{S^2}$ se decide asupra egalității nivelurilor medii ale grupelor. Dacă $F_{calc} \leqslant F_{tabelar}$, se apreciază că între grupe nu există legături.

9.4. ANALIZA REGRESIEI STATISTICE

Pentru a evidenția legea care se manifestă în legătura dintre fenomene este necesar să se descrie prin intermediul unei ecuații analitice forma corespunzătoare a legăturii dintre variabile.

Alegerea corectă a funcției de regresie este una dintre etapele cele mai însemnate ale studiului.

Funcția de regresie exprimă modul în care caracteristica Y evoluează sub influența lui X.

Un prim pas pentru alegerea unui model de regresie îl reprezintă construirea corelogramei, care oferă posibilitatea stabilirii unei similitudini între evoluția datelor de observație și alura modului teoretic. Prezentăm în continuare cîteva din cele mai răspîndite modele utilizate în studiul fenomenelor și proceselor social-economice (fig. 9.2).

Scanned with OKEN Scanner

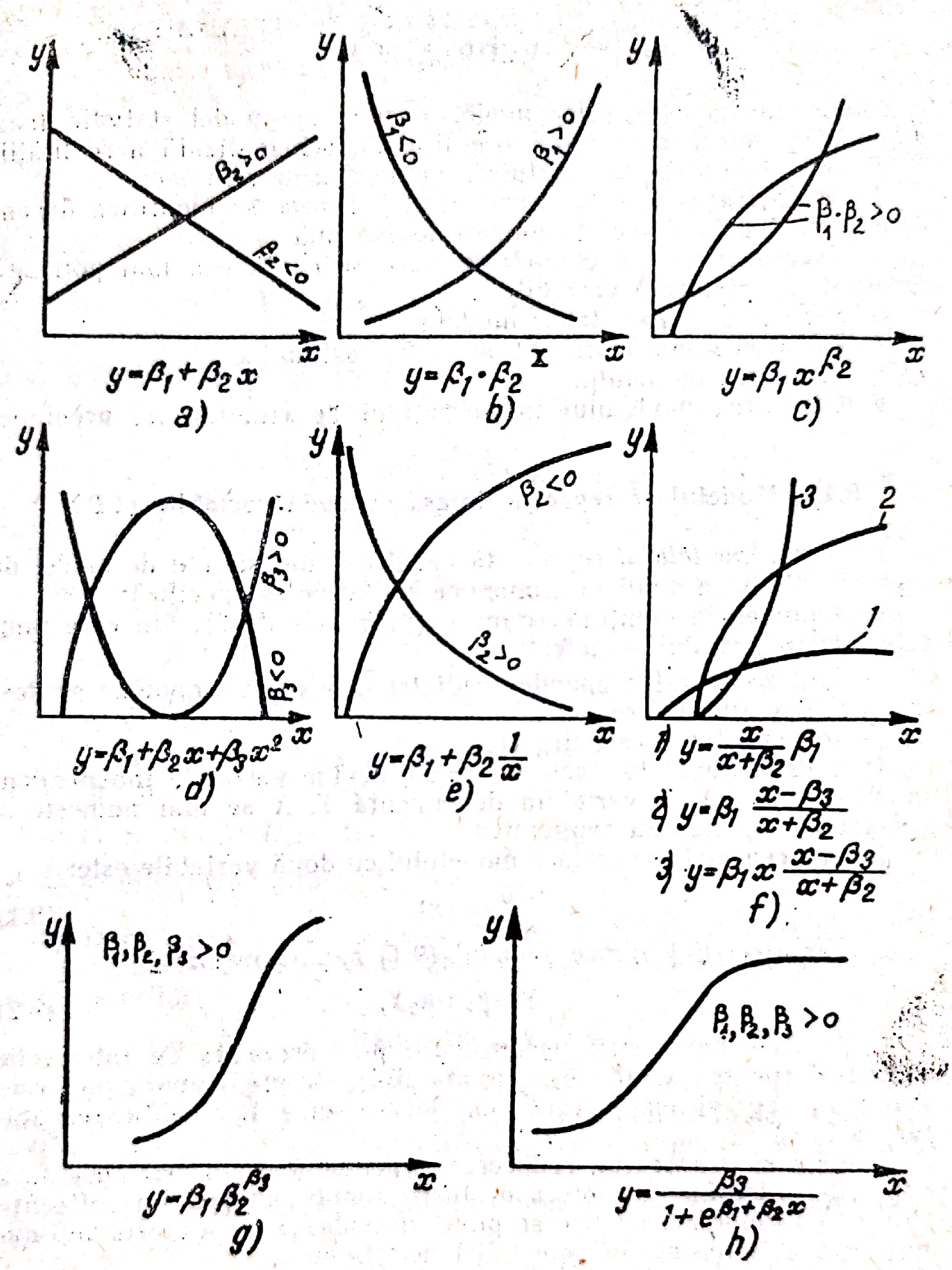


Fig. 9.2. Modele de regresie

Scanned with OKEN Scanner

9.4.1. ETAPELE CONSTRUIRII MODELULUI DE REGRESIE

După cum se știe, orice model, deci și un model statistic (sau matematic), oferă o imagine simplificată, schematizată a realității.

Principalele etape în alcătuirea modelului de regresie:

1. *Identificarea* este faza descriptivă în care se identifică dependențele și tipurile de relații pe care le exprimă;
2. *Specificarea* este etapa prin care se caută cea mai potrivită formă de exprimare a variabilelor.
3. *Estimarea* parametrilor modelului.
4. *Testarea semnificației* parametrilor estimați.
5. *Validarea* modelului.
6. *Utilizarea* modelului în operațiuni de simulare și predicție.

9.4.2. Modelul de regresie liniară cu două variabile (LD)

1. *Forma modelului* reprezintă cazul cel mai simplu de model de regresie. Pe baza analizei economice calitative se specifică:

— fenomenele esențiale reținute (în număr de 2), din care unul este „cauză", celălalt — „efect".

— ipoteza că interdependența dintre cele două fenomene se descrie printr-o singură relație;

— forma relației este liniară.

În cadrul modelului factorial cauza devine variabila independentă X, iar efectul — variabilă dependentă Y. X se mai numește și variabilă exogenă sau explicativă.

Forma cea mai generală a modelului cu două variabile este:

$$Y=f(x). \tag{9.1}$$

În cazul relației liniare modelul (9.1) capătă forma:

$$Y=\beta_1+\beta_2 X, \tag{9.2}$$

unde β_1, β_2 — parametrii necunoscuți; β_1 — ordonata de intersecție a axei Y (pentru $x=0$); β_2 — panta liniei drepte, numită aici coeficient de regresie care arată modificarea lui Y la modificarea unitară a lui X.

După cum s-a arătat, reducerea dependențelor în economie la 2 variabile reprezintă o ipoteză de lucru simplificatoare, iar influența tuturor cauzelor nespecifice se pune în evidență cu ajutorul așa-numitei variabile de perturbație (VP), notată cu u.

În acest caz modelul capătă forma:

$$Y=\beta_1+\beta_2 X+u. \tag{9.3}$$

Scanned with OKEN Scanner

Ţinînd seama că variabilele X şi Y se înregistrează în diferite momente ($i=1, 2, ..., n$), modelul va fi:

$$Y_i=\beta_1+\beta_2 X_i+u_i. \tag{9.4}$$

Dacă valorile se ordonează ca vectori, obţinem:

$$\mathbf{Y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}; \quad \mathbf{X}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}; \quad \mathbf{U}=\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \tag{9.5}$$

şi se introduce vectorul fictiv 1:

$$\underset{(n\cdot 1)}{1}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{9.6}$$

Forma generală a modelului este:

$$\mathbf{Y}=\beta_1 \mathbf{1}+\beta_2 \mathbf{X}+\mathbf{U}. \tag{9.7}$$

2. Ipotezele privind variabila de perturbaţie (V.P.)

a) Pe baza unor considerente matematice se apreciază că V.P. urmează o lege de repartiţie normală:

— cu media $M(U_i)=0$; (9.8)

— şi dispersia finită $D(U_i)=\sigma_u^2$. (9.9)

b) Dacă i şi j se referă la două observaţii diferite, atunci covarianta valorilor u_i şi u_j este egală cu zero (lipseşte, deci, autocorelaţia erorilor):

$$\text{Cov}\ (u_i, u_j)=M[u_i-M(u_i)]\ [u_j-M(u_j)]=0.$$

Ipoteza prezintă importanţă cînd perechile de valori $(x_i; y_i)$ sînt înregistrate în evoluţia lor în timp şi apare posibilitatea unei corelaţii a erorilor (factorilor nespecificaţi), ceea ce poate influenţa valorile de observaţie.

c) Variabilele de perturbaţie au una şi aceeaşi dispersie constantă:

$$\text{Cov}\ (u_i, u_i)=M\{[u_i-M(u_i)]\ [u_i-M(u_i)]\}=$$
$$=M(u_i, u_i)=M(u_i^2)=\sigma_u^2, \text{ pentru } i=j;\ i, j=\overline{1, n}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

3. Estimarea parametrilor modelului liniar

Estimarea parametrilor β_1 și β_2, precum și a dispersiei variabilei de perturbație σ_u^2 se realizează pe baza valorilor de observație, în cadrul unui sondaj de volum n al perechilor de valori x_i; y_i.

Cea mai utilizată metodă este metoda celor mai mici pătrate (M.C.M.M.P.), care, pornind de la principiul «minimizării ariilor», are în vedere respectarea ipotezelor de lucru:

— valorile x_i; y_i s-au obținut fără erori de observație;
— variabila u_i este independentă de variabila x_i;
— variabila u_i satisface ipotezele *a*, *b*, *c*.

Calculul parametrilor β_1 și β_2. Principiul M.C.M.M.P. constă în minimizarea sumei pătratelor abaterilor (reziduurilor);

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \min. = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \min.$$

Pentru ilustrare prezentăm situațiile din fig. 9.3, *a* și *b*. Acest principiu de bază al metodei de estimare a celor mai mici pătrate, numit și principiul conservării ariilor, este utilizat nu numai în estimarea parametrilor modelului, și și în selectarea modelelor.

Metoda celor mai mici pătrate impune, deci, ca suma

$$S = \sum_{i=1}^{n} (Y - \hat{Y})^2 = \min.$$

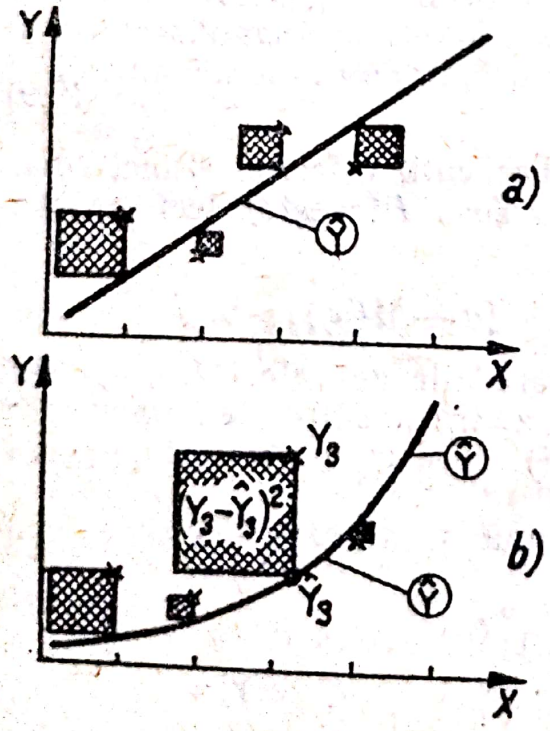


Fig. 9.3. Utilitatea M.C.M.M.P

Rezolvarea, cunoscută de la matematică, presupune existența unei ipoteze probabile asupra modelului $Y=f(x)$.

$e_i=Y_i-\hat{Y}_i=Y_i-(\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2X_i)$; $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$ fiind estimațiile parametrilor β_1, β_2, iar Y este modelul liniar. Sistemul care se obține este (9.10).

Expresia S se minimizează calculînd estimatorii β_1 și β_2 prin rezolvarea sistemului de ecuații normale:

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{d\beta_1} = -2\Sigma\,(Y_i-\hat{\beta}_1-\hat{\beta}_2X_1)=0. \\ \dfrac{dS}{d\beta^2} = -2\Sigma\;X_i\,(Y_i-\hat{\beta}_1-\hat{\beta}_2X_i)=0. \end{cases} \tag{9.10}$$

care sub formă standard este:

$$\begin{cases} n\;\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2\Sigma X_i=\Sigma Y_i \\ \hat{\beta}_1\Sigma X_i+\hat{\beta}_2\Sigma X_i^2 =\Sigma X_iY_i. \end{cases} \tag{9.11}$$

Acest sistem se rezolvă prin una din metodele cunoscute, cum ar fi metoda determinanților, și conduce la următorii estimatori:

$$\hat{\beta}_1=\frac{\begin{vmatrix}\Sigma Y_i & \Sigma X_i\\ \Sigma X_iY_i & X_i^2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}n & \Sigma X_i\\ \Sigma X_i & \Sigma X_i^2\end{vmatrix}}=\frac{\Sigma Y_i\,\Sigma X_i^2-\Sigma_iX_i\Sigma X_iY_i}{n\Sigma X_i^2-(\Sigma X_i)^2}; \tag{9.12}$$

$$\hat{\beta}_2=\frac{\begin{vmatrix}\sum^n X_i & \Sigma Y_i\\ \Sigma X_iY_i & \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\sum^n X_i & \Sigma X_i\\ & \Sigma X_i^2\end{vmatrix}}=\frac{n\Sigma X_iY_i-\Sigma X_i\Sigma Y_i}{n\Sigma X_i^2-(\Sigma X_i)^2}. \tag{9.13}$$

Deci (9.2) devine $\hat{Y}=\hat{\beta}_i+\hat{\beta}_2X$ (9.14)

sau, ținînd seama și de variabila de perturbație,

$$\hat{Y}+\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2X+u. \tag{9.15}$$

Dacă introducem notațiile:

$$x_i=X_i-\overline{X}, \tag{9.16}$$

$$y_i=Y_i-\overline{Y}, \tag{9.17}$$

$$\hat{y}_i=\hat{Y}_i-\overline{Y}. \tag{9.18}$$

se poate scrie:

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i = \underbrace{(Y_i - \bar{Y})}_{y_i} - \underbrace{(\hat{Y}_i - \bar{Y})}_{\hat{y}_i} = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{\beta} X_i, \tag{9.19}$$

$$\text{iar } \sum e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta} X_i)^2, \tag{9.20}$$

$$\text{de unde } \hat{\beta}_2 = \frac{\Sigma x_i y_i}{\Sigma x_i^2} \tag{9.21}$$

$$\text{şi } \hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X}. \tag{9.22}$$

4. Media, dispersia şi covariaţia estimatorilor

Valorile $\hat{\beta}_1$ şi $\hat{\beta}_2$ sînt nişte estimaţii obţinute pe baza unui «sondaj».

În statistica matematică s-a demonstrat că legea de repartiţie a variabilelor este normală cu:

$$M(\hat{\beta}_1) = \beta_1, \text{ deoarece } M(u_i) = 0, \tag{9.23}$$

$$M(\hat{\beta}_2) = \beta_2, \text{ deoarece } M(u_i) = 0. \tag{9.24}$$

Deci, sînt estimatori nedeplasaţi pentru parametrii β_1 şi β_2 şi

$$D(\hat{\beta}_2) = M\{[\hat{\beta}_2 - M(\hat{\beta}_2)^2]\} = M\{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)^2\} \tag{9.25}$$

$$D(\hat{\beta}_2) = \sigma_u^2 \frac{1}{\sum x_i^2}; \quad (x_i = X_i - \bar{X}). \tag{9.26}$$

Relaţiile (9.25) şi (9.26) semnifică faptul că $\hat{\beta}_1$ şi $\hat{\beta}_2$ sînt estimatorii liniari nedeplasaţi ai parametrilor β_1 şi β_2 ai modelului de regresie.

5. Calculul estimatorului σ_u^2 al dispersiei variabilei de perturbaţie

Pornind de la modelul liniar pentru datele de observaţie: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$, în medie pe sondaj vom avea:

$$\bar{Y} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \bar{X} + \bar{u}; \tag{9.27}$$

$$\bar{Y} = \beta_1 + \beta_2 \bar{X} + \bar{u}. \tag{9.28}$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci, abaterile $e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{\beta}_2 x_i$.

Se ajunge în final:

$$M(\Sigma u_i)^2 = \Sigma M(u_i)^2 = n\ \sigma_u^2.$$

În final

$$M(\sum e_i^2) = \sigma_u^2 - 2\sigma_u^2 + (n-1)\sigma_u^2 = (n-2)\sigma_u^2. \tag{9.29}$$

Deci,

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2}, \tag{9.29'}$$

deoarece

$$M(\hat{\sigma}_u^2) = M\left(\frac{\sum e_i^2}{n-2}\right) = \sigma_u^2.$$

6. *Determinația modelului. Coeficientul de determinație*

Pornind de la relația (9.19), rezultă că

$$y_i = \hat{y}_i + e_i \qquad (i = \overline{1, n}), \tag{9.30}$$

de unde

$$\Sigma y_i^2 = \Sigma \hat{y}_i^2 + 2\Sigma \hat{y}_i e_i + \Sigma e_i^2. \tag{9.31}$$

Întrucît $2\Sigma \hat{y}_i e_i = 0$, relația (9.31) devine

$$\sum y_i^2 = \sum \hat{y}_i^2 + \sum e_i^2. \tag{9.32}$$

Împărțind relația (9.32) la suma pătratelor

$\sum y_i^2 = \sum (Y_i - Y)^2$, rezultă

$$1 = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y_i^2} + \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2}. \tag{9.33}$$

Greutatea specifică

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum y_i^2} \tag{9.34}$$

Scanned with OKEN Scanner

se numeşte **coeficient de determinaţie**, deoarece arată ponderea dispersiei variabilei Y care se explică prin model, adică acea parte a variaţiei lui Y care este determinată de variabila X. Coeficientul complementar $K^2=\frac{\sum e^2}{\sum y_i^2}$ arată ponderea variaţiei neexplicate, deci eroarea de modelare.

Coeficientul de determinaţie are valori în intervalul $R^2 \in (0; 1)$. $R^2=1$ semnifică faptul că întreaga variaţie a variabilei endogene se explică prin variaţia variabilei exogene.

Dacă modelul explică întreaga variaţie, $Y_i=\hat{Y}_i$. Deci, dacă $\Sigma(\hat{Y}_i-\bar{Y})^2=\Sigma(Y_i-\bar{Y})^2$ sau $\Sigma\hat{y}_i^2=\Sigma y_i^2$, atunci $R^2=1$.

Dacă modelul nu explică nimic din variaţia variabilei, adică $\hat{Y}_i=\bar{Y}$, atunci $\Sigma(\hat{Y}-\bar{Y})^2=0$ şi, în consecinţă, $R^2=0$. Cu cît R^2 este mai apropiat de unitate, cu atît capacitatea de explicare a modelului este mai ridicată şi cu atît mai mult X îl determină pe Y.

Între coeficientul de determinaţie şi coeficientul de regresie există o legătură. Cu coeficientul de regresie

$$\hat{\beta}_2=R^2\frac{\sum y_i^2}{\sum x_i y_i} \quad \text{se obţine}$$

$$R^2=\hat{\beta}_2\frac{\sum x_i y_i}{\sum y_i^2}=\frac{\sum(\hat{\beta}_2 x_i)^2}{\sum y_i^2}=\frac{\sum\hat{y}_i^2}{\sum y_i^2} \qquad (9.35)$$

sau în final

$$\sum\hat{y}_i^2=\hat{\beta}_2^2\cdot\sum x_i^2.$$

Pe baza notaţiilor (9.35) forma matriceală a modelului liniar este (9.36), iar estimarea parametrilor se efectuează după cum urmează:

$$\mathbf{Y}=\beta_1\mathbf{1}+\beta_2\mathbf{X}+\mathbf{U}. \qquad (9.36)$$

Efectuînd produsul $\mathbf{X'X}$, rezultă:

$$[\mathbf{X'X}]=\begin{bmatrix}1 & 1\ldots 1\\ X_1 & X_2\ldots X_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & X_1\\ 1 & X_2\\ \vdots & \vdots\\ 1 & X_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}n & \Sigma X\\ \Sigma X & \Sigma X^2\end{bmatrix}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Astfel, obținem vectorul parametrilor $\beta = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix}$,

iar modelul estimat va fi

$$\mathbf{Y} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \mathbf{X}. \tag{9.37}$$

$$\mathbf{X'X}\beta = \begin{bmatrix} n\Sigma X \\ \Sigma X \Sigma X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n\beta_1 + \beta_2 \Sigma X \\ \beta_1 \Sigma X + \beta_2 \Sigma X^2 \end{bmatrix}.$$

Deci, $\mathbf{X'X}\beta = \mathbf{X'Y}$, unde $\mathbf{X'Y} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y^1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma Y \\ \Sigma XY \end{bmatrix}$.

În final $\begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{X'X}]^{-1} \cdot \mathbf{X'Y}$. (9.38)

Condiția pentru existența soluției este ca det $[\mathbf{X'X}] \neq 0$ sau rang $[\mathbf{X'X}] = k < n$.

7. Testarea semnificației estimatorilor

S-a arătat că estimatorii β_1 și β_2 sînt normal repartizați, fiind funcții liniare de variabilele de perturbațiie normal repartizate.

Abaterile e_i pot fi scrise tot ca funcții liniare de variabile de perturbație:

$$e_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_i = u_i - (\hat{\beta}_1 - \beta_1) - (\hat{\beta}_2 - \beta_2) x_i.$$

Pe această bază construim mărimea:

$$\frac{\hat{\beta}_1 - M(\hat{\beta}_1)}{\sqrt{D(\hat{\beta}_1)}} = \frac{\beta_1 - \beta_1}{\sqrt{\frac{\sigma_u^2}{n} \cdot \frac{\sum X_i^2}{\sum x_i^2}}},$$

expresie ce urmează o lege normală.

S-a arătat că $M(\hat{\beta}_1) = \beta_1$ și $M(\hat{\beta}_2) = \beta_2$. De aici rezultă:

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\frac{\sigma_u^2}{n} \cdot \frac{\sum X_i^2}{\sum x_i^2}}} : \frac{\sqrt{\frac{\sum e_i^2}{\sigma_u^2}}}{\sqrt{n-2}}; \quad \begin{cases} M(\hat{\beta}_1) = \beta_1 \\ D(\hat{\beta}_1) = \dfrac{\sigma_u^2 \cdot \sum X_i^2}{n \sum x_i^2}, \end{cases}$$

Scanned with OKEN Scanner

care în final conduc la:

$$t=(\hat{\beta}_1-\beta_1)\frac{\sqrt{n\sum x_i^2}}{\sqrt{\sum x_i^2}}\cdot\frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{\sum e_i^2}}. \tag{9.39}$$

Similar $M(\hat{\beta}_2=\beta_2)$ şi $D(\hat{\beta}_2)=\frac{\sigma_u^2}{\sum x_i^2}$;

$$t=(\hat{\beta}_2-\beta_2)\sqrt{\sum x_i^2}\cdot\frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{\sum e_i^2}}. \tag{9.40}$$

Mărimea t se repartizează Student cu n-2 grade de libertate. Dacă

$$K=\sqrt{\frac{(n-2)\sum x_i^2}{\sum e_i^2}} \tag{9.41}$$

şi

$$C=\sqrt{\frac{n}{\sum x_i^2}}, \tag{9.42}$$

obţinem

$$t_{\hat{\beta}_1}=(\hat{\beta}_1-\beta_1)CK; \tag{9.43}$$

$$t_{\hat{\beta}_2}=(\hat{\beta}_2-\beta_2)K. \tag{9.44}$$

Dacă $t_{calc.}\leqslant t_{a;\,(n-2)}$, nu există temei pentru a respinge ipoteza H: $\beta=0$. Pentru valoarea t calculată a testului se poate construi şi un interval de încredere (9.45):

$$-t_{a;\,(n-2)}\leqslant t_{\hat{\beta}_1}\leqslant t_{a;\,(n-2)}; \tag{9.45}$$

iar făcînd substituirile, putem extrage intervalul pentru coeficientul β_1:

$$\hat{\beta}_1-\frac{t_{a\,;\,(n-2)}}{CK}<\beta_1<\hat{\beta}_1+\frac{t_{a\,;\,(n-2)}}{CK} \tag{9.46}$$

şi respectiv pentru β_2

$$\hat{\beta}_2-\frac{t_{a\,;\,(n-2)}}{K}<\beta_2<\hat{\beta}_2+\frac{t_{a\,;\,(n-2)}}{K}. \tag{9.47}$$

Scanned with OKEN Scanner

8. Testarea validității modelului

Se poate arăta că mărimea $(\hat{\beta}_1-\beta_1)^2/(D(\hat{\beta}_1)$ urmează o lege χ^2 cu l grade de libertate. Se ajunge astfel la:

$$F_{\hat{\beta}_1} = \frac{\frac{(\hat{\beta}_1-\beta_1)^2}{D(\hat{\beta}_1)}}{1} : \frac{\frac{\sum e_i^2}{\sigma_u^2}}{(n-2)} = \frac{(n-2)(\hat{\beta}_1-\beta_1)^2 n\sum x_i^2}{\sum e_i^2 \cdot \sum X_i^2}. \qquad (9.48)$$

$F_{\hat{\beta}_1}$ urmează o lege F cu l și $n-2$ grade de libertate. Asemănător ajungem la:

$$F_{\hat{\beta}_2} = \frac{(n-2)(\hat{\beta}_2-\beta_2)^2\sum x_i^2}{\sum e_i^2} \text{ cu } 1;\ n-2 \text{ grade de libertate.} \qquad (9.49)$$

Comparînd relațiile (9.40) cu (9.49), cu (9.39) și (9.40), se vede că

$$(t_{\hat{\beta}_1})^2 = F_{\hat{\beta}_1} \text{ și } (t_{\hat{\beta}_2})^2 = F_{\hat{\beta}_2}.$$

Comparînd valoarea calculată $F_{cal.} < F_{tab.}$, se acceptă ipoteza privind nulitatea coeficienților. Simultan se pot testa coeficienții modelului:

$$F(\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2) = \frac{\frac{(\hat{\beta}_1-\beta_1)^2}{D(\hat{\beta}_1)} + \frac{(\hat{\beta}^2-\beta_2)^2}{D(\hat{\beta}_2)}}{2} : \frac{\frac{\sum e_i^2}{\sigma_u^2}}{n-2} =$$

$$= \frac{n-2}{2} \times \frac{\sum x_i^2}{\sum e_i^2}\left[\frac{n(\hat{\beta}_2-\beta_1)^2}{\sum X_i^2} + (\hat{\beta}_2-\beta_2)^2\right] =$$

$$= \frac{k^2}{2}\left[C^2(\hat{\beta}_1-\beta_1)^2 + (\hat{\beta}_2-\beta_2)^2\right], \qquad (9.50)$$

expresie ce urmează o lege F cu 2 și $n-2$ grade de libertate.

Se testează dacă $H: \hat{\beta}_1=\hat{\beta}_2=0$.

Testarea semnificației modelului, deci a ipotezei că modelul explică legătura dintre Y și X, se efectuează cu ajutorul analizei dispersionale (tab. 9.1):

$$H: \hat{\beta}_2=0;$$

$$H: \hat{\beta}_2\neq 0.$$

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 9.1

Analiza dispersională.

Variația	Suma pătratelor	Gr. lib.	Disp.	F
explicată prin model	$\Sigma(\hat{Y}_i-\overline{Y})^2=\Sigma\hat{y}_i^2$	$K-1=1$	$S_1^2=\Sigma\hat{y}_i^2/1$	$\frac{S_1^2}{S_2^2}$
neexplicată	$\Sigma(Y_i-\hat{Y}_i)^2=\Sigma e_i^2$	$n-2$	$S_2^2=\frac{\Sigma e_i^2}{(n-2)}$	
Totală	$\Sigma(Y_i-\overline{Y})^2=\Sigma y_i^2=$ $=\Sigma\hat{y}_i^2+\Sigma e_i^2$	$n-1$	—	—

9. Testarea determinației modelului

Aceasta se efectuează de asemenea cu $F_{\hat{\beta}_2}$:

$$F_{\hat{\beta}_2}=\frac{(n-2)\,\hat{\beta}_2^2\sum x_i^2}{\sum e_i^2}\rightarrow\frac{(n-2)\sum\hat{y}_i^2}{\sum e_i^2}. \tag{9.51}$$

Inlocuind cu relația (9.35), rezultă

$$F_{\hat{\beta}_2}=\frac{(n-2)\,R^2}{1-R^2} \tag{9.52}$$

$F_{\hat{\beta}_2}$ — se compară echivalentul său tabelar.

10. Predicția pe baza modelului de regresie liniar

Predicția Y_0 pe baza lui X_0. In problemele economice în multe situații valoarea lui X_0 se stabilește sau poate fi luată din șirul de observații $X_1, X_2, \ldots, X_n$. In acest caz ecuația de predicție este:

$$\hat{Y}_0=\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2 X_0. \tag{9.53}$$

Dispersia acestei estimații este:

$$D(\hat{Y}_0)=\sigma_u^2\left[\frac{1}{n}+\frac{(X_0-\overline{X})^2}{\sum x_i^2}\right].$$

Pe baza dispersiei estimației se poate stabili un interval de încredere pentru valoarea estimată, pornind de la expresia t:

Scanned with OKEN Scanner

$$t_{\hat{Y}} = \frac{\hat{Y}_0 - M(\hat{Y}_0)}{\sqrt{D(\hat{Y}_0)}} : \frac{\sqrt{\frac{\sum e_i^2}{\sigma_u^2}}}{\sqrt{n-2}} = \frac{\hat{Y}_0 - Y_0}{\sigma_u \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}}} : \frac{\sqrt{\frac{\sum e_i^2}{\sigma_u^2}}}{\sqrt{n-2}} =$$

$$= (\hat{Y}_0 - Y) \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\sum x_i^2 + n(X_0 - \bar{X})^2}} = \sqrt{\frac{(n-2)\sum x_i^2}{\sum E_i^2}}. \quad (9.54)$$

Dacă

$$L = \sqrt{\frac{n}{\sum x_i^2 + n(X_0 - \bar{X})^2}} \text{ şi} \quad (9.55)$$

$$K = \sqrt{\frac{(n-2)\sum x_i^2}{\sum e_i^2}}, \quad (9.56)$$

în final rezultă intervalul de încredere:

$$\hat{Y}_0 - \frac{t_{\alpha;\, n-2}}{LK} \leqslant Y_0 \leqslant \hat{Y}_0 + \frac{t_{\alpha;\, n-2}}{LK}. \quad (9.57)$$

9.4.3. Modelul de regresie liniară generalizat

Expresia modelului şi estimarea parametrilor. În cazul acestui model se consideră că există o legătură liniară între o variabilă endogenă Y şi $(k-1)$ variabile exogene $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Forma modelului este:

$$Y = \beta_1 + \sum_{j=2}^{k} \beta_j X_j + u. \quad (9.58)$$

Pentru estimarea parametrilor modelului se calculează derivatele parţiale ale $\sum e_i^2$ după $\hat{\beta}$ şi se egalează cu zero:

$$\frac{de'e}{d\hat{\beta}} = -2\mathbf{X}'\mathbf{X} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\beta} = 0.$$

Obţinem

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta = \mathbf{X}'\mathbf{Y},$$

de unde

$$\hat{\beta} = [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1}[\mathbf{X}'\mathbf{Y}], \quad (9.59)$$

Estimatorul σ_u^2 al dispersiei *VP*.

$$t_{\hat{Y}} = \frac{\hat{Y}_0 - M(\hat{Y}_0)}{\sqrt{D(\hat{Y}_0)}} : \frac{\sqrt{\frac{\sum e_i^2}{\sigma_u^2}}}{\sqrt{n-2}} = \frac{\hat{Y}_0 - Y_0}{\sigma_u \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}}} : \frac{\sqrt{\frac{\sum e_i^2}{\sigma_u^2}}}{\sqrt{n-2}} =$$

$$= (\hat{Y}_0 - Y) \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\sum x_i^2 + n(X_0 - \bar{X})^2}} = \sqrt{\frac{(n-2)\sum x_i^2}{\sum E_i^2}}. \quad (9.54)$$

Dacă

$$L = \sqrt{\frac{n}{\sum x_i^2 + n(X_0 - \bar{X})^2}} \text{ și} \quad (9.55)$$

$$K = \sqrt{\frac{(n-2)\sum x_i^2}{\sum e_i^2}}, \quad (9.56)$$

în final rezultă intervalul de încredere:

$$\hat{Y}_0 - \frac{t_{\alpha;\, n-2}}{LK} \leqslant Y_0 \leqslant \hat{Y}_0 + \frac{t_{\alpha;\, n-2}}{LK}. \quad (9.57)$$

9.4.3. Modelul de regresie liniară generalizat

Expresia modelului și estimarea parametrilor. In cazul acestui model se consideră că există o legătură liniară între o variabilă endogenă Y și $(k-1)$ variabile exogene $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Forma modelului este:

$$Y = \beta_1 + \sum_{j=2}^{k} \beta_j X_j + u. \quad (9.58)$$

Pentru estimarea parametrilor modelului se calculează derivatele parțiale ale $\sum e_i^2$ după $\hat{\beta}$ și se egalează cu zero:

$$\frac{de'e}{d\hat{\beta}} = -2X'X + 2X'X\hat{\beta} = 0.$$

Obținem

$$X'X\beta = X'Y,$$

de unde

$$\hat{\beta} = [X'X]^{-1}[X'Y], \quad (9.59)$$

Estimatorul σ_u^2 al dispersiei *VP*.

Din $\mathbf{Y}=\mathbf{X}\,\hat{\beta}+\mathbf{e}$ rezultă că $\mathbf{e}=\mathbf{Y}-\mathbf{X}\,\hat{\beta}$ și $\hat{\beta}=[\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$, iar $\mathbf{M}(\mathbf{e}'\mathbf{e})$ cu $\sigma_u^2\,(n-k)$ reiese că

$$\sigma_u^2=\frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{n-k}, \tag{9.60}$$

unde $\mathbf{e}'\mathbf{e}=\Sigma e^2$.

Determinația modelului L.G. Pentru calculul determinației apelăm la abaterile față de medii:

$$y_i=Y_i-\bar{Y},\ \text{unde}\ \bar{Y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i,\ i=\overline{1,n}$$

$$\text{și}\ x_{ij}=X_{ij}-\bar{X}_j,\ \text{unde}\ \bar{X}_j=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{ij},\ j=\overline{1,k}.$$

Pentru cele n observații rezultă un sistem de n ecuații:

$$\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\\\y_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & x_{12}x_{12}\ldots x_{1k}\\0 & x_{22}x_{23}\ldots x_{2k}\\\\0 & x_{n2}x_{n3}\ldots x_{nk}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_1\\\beta_2\\\vdots\\\beta_k\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}u_1-\bar{u}\\u_2-\bar{u}\\\vdots\\u_k-\bar{u}\end{bmatrix}. \tag{9.61}$$

Deci, $\mathbf{Y}=\mathbf{X}_1\,\beta_1+\boldsymbol{u}-\bar{\boldsymbol{u}}$ (9.62)

Dacă $\hat{\beta}_1=[\mathbf{X}_1'\,\mathbf{X}_1]^{-1}\cdot\mathbf{X}_1'\,\mathbf{Y}$, iar $\boldsymbol{X}=\mathbf{Y}+\boldsymbol{e}$, rezultă

$$\mathbf{Y}'\mathbf{Y}=\hat{\mathbf{Y}}'\hat{\mathbf{Y}}+2\hat{\mathbf{Y}}\mathbf{e}+\mathbf{e}'\mathbf{e}.$$

Intrucît $\mathbf{Y}'\mathbf{e}=0$, obținem în final

$$\mathbf{Y}'\mathbf{Y}=\hat{\mathbf{Y}}'\hat{\mathbf{Y}}+\mathbf{e}'\mathbf{e} \tag{9.63}$$

sau

$$1=\frac{\hat{\mathbf{Y}}'\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}'\mathbf{Y}}+\frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{\mathbf{Y}'\mathbf{Y}}. \tag{9.64}$$

Coeficientul de determinație multiplă se stabilește:

$$R^2=\frac{\hat{\mathbf{Y}}'\,\hat{\mathbf{Y}}}{\mathbf{Y}'\mathbf{Y}} \tag{9.65}$$

sau într-o altă formă:

$$R^2=1-\frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{\mathbf{Y}'\mathbf{Y}}. \tag{9.66}$$

Din (9.63) și (9.65) rezultă că

$$0<R^2<1.$$

Scanned with OKEN Scanner

Testarea semnificației estimatorilor $\hat{\beta}$. Pentru construirea testelor de verificare a semnificației estimatorilor $\hat{\beta}$ se au în vedere ca ipoteze de lucru:

$\hat{\beta}$ este o funcție liniară de *VP* normal repartizată și urmează legea normală cu media β și matricea covariațională

$$\sigma_u^2 [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1};$$

mărimea $[\beta_i - M(\hat{\beta}_i)]/\sqrt{D(\beta_i)}$ se repartizează conform legii normale cu media zero și dispersia unu.

$$t_{\hat{\beta}_i} = \frac{(\hat{\beta}_i - \beta_i)\cdot\sqrt{n-k}}{\sqrt{\xi_{ii}}\cdot\sqrt{e'e}}, \tag{9.67}$$

unde $\xi\, ii$ este elementul ii al diagonalei principale a matricei $[\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1}$.

Valoarea $t_{\text{calc.}}$ (9.67) se compară cu echivalentul tabelar t_α ; $(n-k)$, fiind considerat semnificativ coeficientul la care $t_{\text{calc.}} > t_{\text{tabelar}}$.

Pentru estimatorul β_i, cu o probabilitate $P = 1-\alpha$, se poate stabili un interval de încredere ce acoperă valoarea adevărată β_i:

$$\beta_i - t_{\alpha;\, n-k}\,\sigma_u^2 \cdot \sqrt{\xi\, ii} \leqslant \beta_i \leqslant \hat{\beta}_i + t_{\alpha;\, n-k}\,\sigma_u^2 \sqrt{\xi ii}. \tag{9.68}$$

In baza corespondenței existente între variabilele t și F, testarea semnificației se poate efectua și cu ajutorul testului F:

$$F_{i\,l} = \frac{(\hat{\beta}_l - \beta_i)^2 (n-k)}{\mathbf{e'e}_{;ll}}. \tag{9.69}$$

Este ușor de remarcat că (9.69) este pătratul valorii (9.67). $F\ \beta_i$ se compară cu $F_{\alpha\ ;\ l;\ (n-k)}$.

Testarea determinației. Determinația modelului se stabilește cu ajutorul unui test F cu expresia:

$$\frac{n-k}{k-1}\cdot\frac{\sum \hat{\beta}_i^2 \xi_{ll}}{\mathbf{e'e}} = \frac{n-k}{k-1} = \frac{R^2 \mathbf{y'y}}{(1-R^2)\mathbf{y'y}} = \frac{n-k}{k-1}\cdot\frac{R^2}{1-R^2}. \tag{9.70}$$

Mărimea (9.70) este repartizată F cu $(k-1)$ și $(n-k)$ grade de libertate. Decizia se ia astfel:

Dacă $F_{R^2} \leqslant F_{(1-\alpha);\ (k-1)\ (n-k)}$, nu există temei pentru a respinge ipoteza că $\beta = 0$. Deci, $R^2 = 0$.

Dacă $F_{R^2} > F_{(1-\alpha);\ (k-1);\ (n-k)}$, atunci cu o probabilitate $P = 1-\alpha$ se poate afirma că $\beta \neq 0$ și modelul poate fi considerat validat.

Sinteza operațiunii de testare se prezintă ca o formă de analiză dispersionată (tabelul 9.2).

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 9.2

Tabelul analizei dispersionale.

Variația	Suma pătratelor abaterilor	Numărul gradelor de libertate	Dispersia
explicată prin x_2, x_3, ..., x_k	$\hat{Y}'\hat{Y}=\beta_1 XY=$ $=Y'YR^2$	$k-1$	S_1^2
neexplicată (reziduală)	$E'E=Y'Y(1-R^2)$	$n-k$	S_2^2
Total	$Y'Y=\hat{Y}'Y+E'E$	$n-1$	*

Predicția (prognoza) pe baza modelului liniar generalizat. Efectuarea predicțiilor asupra evoluției viitoare a unor procese economice prezintă un interes practic deosebit, reprezentînd un element de fundamentare a operațiunilor de prognoză.

Operațiunea de predicție are totuși un caracter limitat față de operațiunea de prognoză care implică o depășire a cadrului strict statistic, permis de utilizarea modelelor de regresie.

Predicțiile pe baza modelelor de regresie se pot efectua fie pentru anumite momente viitoare, fie sub forma unor intervale în care variabila endogenă va lua valori.

Dacă considerăm un set suplimentar de valori ale variabilelor exogene X_0', $(X_{01}, X_{02}, X_{03}, ..., X_{0k})$ înregistrate în raport cu o nouă unitate statistică. Introducînd setul de valori în modelul liniar generalizat,

$$\hat{Y}_0=\beta_1+\sum_{j=2}^{k}\hat{\beta}_j X_{0j} \quad (i=\overline{1,n}). \tag{9.71}$$

Valoarea Y_0 obținută este nedeplasată, liniară și are o dispersie minimă.

Intervalul de încredere care acoperă cu o probabilitate $P=1-\alpha$ valoarea prognozată Y_0 se stabilește prin:

$$\hat{Y}_0-\frac{t_{\alpha;\,(n-k)}}{M}\leqslant Y_0\leqslant\hat{Y}_0+\frac{t_{\alpha;\,n-k}}{M}, \tag{9.72}$$

unde

$$M=\sqrt{\frac{(n-k)\sigma_u^2}{X_0'\,\mathrm{cov}\,(\hat{\beta})\,X_0\cdot e'e}}. \tag{9.73}$$

9.4.4. Modele de regresie neliniare

În multe din aplicațiile practice ale analizei regresiei metodele liniare se dovedesc a fi insuficiente.

Dintre metodele neliniare vom prezenta:

1) **Modelul de regresie parabolic**

$$Y=\beta_1+\beta_2X+\beta_3X^2+\ \dots\ +\beta_nX^{n-1} \tag{9.74}$$

Dacă datele de observație le organizăm sub forma:

$$\mathbf{X}_n=\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \dots x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 \dots x_2^{n-1} \\ \vdots & & \\ 1 & x_n & x_n^2 \quad x_n^{n-1} \end{bmatrix};\ \beta=\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}.$$

Obținerea estimatorilor β prin M.C.M.M.P. impune rezolvarea următorului sistem de ecuații normale:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 & \dots & \Sigma x_i^{n-1} \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i^3 & \dots & \Sigma x_i^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Sigma x_i^{n-1} & \Sigma x_i^n & \Sigma x_i^{n+1} & \dots & \Sigma x_i^{2(n+1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma Y_i \\ \Sigma X_iY_i \\ \vdots \\ \Sigma X_i^{n-1}Y_i \end{bmatrix}. \tag{9.75}$$

Expresia modelului parabolic pe baza datelor estimate se prezintă astfel:

$$\hat{Y}=\hat{\beta}_1+\hat{\beta}_2+\hat{\beta}_3X^2+\ \dots\ +\hat{\beta}_nX^{n-1}. \tag{9.76}$$

În majoritatea aplicațiilor care impun utilizarea modelului de regresie parabolic se obțin rezultate satisfăcătoare. Deseori este suficientă utilizarea parabolei de gradul doi:

$$Y=\beta_1+\beta_2+\beta_3X^2. \tag{9.77}$$

Pentru estimarea parametrilor modelului (9.73) se utilizează sistemul

$$\begin{cases} n\,\beta_1+\beta_2\ \Sigma\ x_1+\beta_3\ \Sigma\ X_i^2=\Sigma X_i \\ \beta_1\ \Sigma X_i+\beta_2X_i^2+\beta_3\ \Sigma X_i^3=\Sigma X_iY_i \\ \beta_1\ \Sigma X_i^2+\beta_2\Sigma X_i^3+\beta_3\Sigma X_i^4=\Sigma X_i^2Y_i. \end{cases} \tag{9.78}$$

2. **Modelul de regresie exponențial** are forma:

$$Y=\beta_1\cdot\beta_2^x. \tag{9.79}$$

Scanned with OKEN Scanner

Expresia (9.79) poate fi liniarizată prin logaritmare:

$$\lg Y = \lg \beta_1 + X \lg \beta_2.$$

Sistemul de ecuații normale va fi similar modelului L.S., numai că valorile parametrilor vor fi înlocuite cu valorile logaritmilor acestora:

$$\begin{cases} n \lg \beta_1 + \lg \beta_2 \Sigma X_i = \Sigma \lg Y_i \\ \lg \beta_1 \Sigma X_i + \lg \beta_2 \Sigma X_i^2 = \Sigma (X_i \lg Y_i). \end{cases} \tag{9.80}$$

Din (9.76) obținem estimatorii:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \Sigma X_i \cdot \lg Y_i - \Sigma X_i \Sigma \lg Y_i}{n \Sigma X_i^2 - (\Sigma X_i)^2} \tag{9.81}$$

și respectiv

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\Sigma X_i^2 \cdot \Sigma \lg Y_i - \Sigma X_i \Sigma X_i \lg Y_i}{n \Sigma X_i^2 - (\Sigma X_i)^2}. \tag{9.82}$$

Cea mai mare parte din legăturile dintre variabile ce descriu procesele economice se încadrează în modelele prezentate: liniar, parabolic, exponențial. Alte clase de modele se pot reduce (așa cum s-a procedat la modelul exponențial) prin liniarizare la un model de tipul celui prezentat anterior.

9.5. MĂSURAREA INTENSITĂȚII LEGĂTURII DINTRE VARIABILE

Măsurarea legăturilor sau **calculul corelației** este etapa analizei statistice care urmînd analiza regresiei, arată gradul de corespondență dintre două sau mai multe caracteristici, modul în care datele reale înregistrate se concentrează sau se împrăștie în jurul liniei de regresie.

Intensitatea legăturii se poate măsura cu ajutorul *coeficientului de corelație și al raportului de corelație.*

Coeficientul de corelație este definit astfel:

$$\rho\ (X/Y) = \frac{D[x, y]}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\Sigma (x - \bar{x})(y - y)}{n \sigma_x \sigma_y} = \frac{\text{cov.}\ (x \cdot y)}{\sigma_x \sigma_y}, \tag{9.83}$$

unde σ_x, σ_y sînt abaterile medii pătratice ale celor două variabile.

Ținînd seama de modalitatea de calcul al coeficientului de regresie rezultă:

$$\rho\ (Y/X) = \beta_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}. \tag{9.84}$$

Deoarece σ_x şi $\sigma_y \geqslant 0$, semnul coeficientului de corelaţie coincide cu semnul coeficientului de regresie. În mod obişnuit abaterile medii pătratice teoretice σ_x şi σ_y sînt necunoscute, în locul acestora utilizîndu-se estimaţiile s_x şi s_y. Coeficientul de corelaţie teoretic este estimat prin:

$$r_{y/x} = \frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n \cdot S_x \cdot s_y} = \frac{\Sigma xy - \Sigma x \cdot \Sigma y}{s_x s_y}. \qquad (9.85)$$

Dezvoltînd $r_{y/x}$ în baza relaţiilor de calcul ale mediei şi dispersiei, obţinem:

$$r_{y/x} = \frac{\Sigma(xy + \bar{x}\bar{y} - x\bar{y} - \bar{x}y)}{\sqrt{\left[\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2\right]\left[\frac{\Sigma y^2}{n} - \left(\frac{\Sigma y}{n}\right)^2\right]}} =$$

$$= \frac{\Sigma xy + \frac{n\Sigma x \Sigma y}{n^2} - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n} - \frac{\Sigma y \cdot \Sigma x}{n}}{\sqrt{[n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2]\left[\frac{\Sigma y^2}{n} - \left(\frac{\Sigma y}{n}\right)^2\right]}} =$$

$$= \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\sqrt{[n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2]\left[\frac{\Sigma y^2}{n} - \left(\frac{\Sigma y}{n}\right)^2\right]}},$$

iar în final:

$$r_{y/x} = \frac{n\Sigma xy \cdot n_{xy} - (\Sigma_x x \cdot n_x)(\Sigma_y y \cdot n_y)}{\sqrt{\left[n\Sigma_x x^2 n_x - (\Sigma_x x n_x)^2\right]\left[n\Sigma_y y^2 \cdot n_y - (\Sigma_y y n_y)^2\right]}}, \qquad (9.86)$$

unde n este suma frecvenţelor; n_x, n_y — frecvenţele grupelor caracteristicii X şi Y.

În cazul datelor negrupate (9.86) devine:

$$r_{y/x} = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{\sqrt{[n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2][n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]}}. \qquad (9.87)$$

Domeniul de variaţie al coeficientului $r_{y/x}$ este intervalul $[-1; +1]$. Acest coeficient prezintă avantajul de a fi un indicator abstract, independent de forma de exprimare a datelor iniţiale. Semnul indicatorului arată direcţia legăturii, semnul minus indică o legătură inversă între variabile, iar semnul plus semnifică o legătură directă.

Scanned with OKEN Scanner

În situația în care ecuația de regresie este neliniară ca indicator al intensității legăturii se utilizează raportul de corelație definit astfel:

$$\hat{R} = \sqrt{\frac{\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2}}. \tag{9.88}$$

Domeniul de variație al indicatorului este [0; 1], apropierea de valoarea 1 indicînd existența unei legături intense.

Pentru a măsura gradul legăturii dintre o variabilă endogenă Y și mai multe variabile exogene $x_1, x_2, \ldots, x_n$ se utilizează coeficientul de corelație multiplă

$$\rho\,(Y/X_1, X_2, \ldots) = \sqrt{1 - \frac{\Sigma[Y_i - \hat{Y}_{(x_1, x_2, \ldots, x_n)}]}{\Sigma(\bar{Y}_i - \hat{Y})^2}}. \tag{9.89}$$

Coeficientul de corelație multiplă se poate stabili și pe baza coeficientului de corelație simplă. Astfel,

$$r_{y/x_1, x_2 \ldots} = \sqrt{1 - \frac{\Delta 1}{\Delta 2}}, \tag{9.90}$$

unde Δ_1 este determinantul matricei coeficienților de corelație simplă:

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 1 & r_{y/x_1} & \ldots & r_{y/x_k} \\ r_{y/x_1} & 1 & r_{x_1/x_2} \ldots & r_{x_1/x_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{y/x_k} & r_{x_1/x_k} & r_{x_2/x_k} \ldots & 1 \end{bmatrix}.$$

Diagonala determinantului este 1 (coeficientul de corelație dintre valorile aceleiași caracteristici $r_{yy}=1$). Δ_2 rezultă din Δ_1 prin suprimarea primei linii și a primei coloane:

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 1 & \ldots & r_{x_1x_k} \\ r_{x_1x_2} & 1 & r_{x_2x_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{x_1x_k} & r_{x_2x_k} \ldots & 1 \end{bmatrix}.$$

Particularizînd pentru cazul corelației dintre trei caracteristici $(y/x_1, x_2)$, obținem:

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 1 & r_{y/x_1} & r_{y/x_2} \\ r_{y/x_1} & 1 & r_{x_1x_2} \\ r_{y/x_2} & r_{x_1x_2} & 1 \end{bmatrix};$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 1 & r_{x_1/x_2} \\ r_{x_1/x_2} & 1 \end{bmatrix}$$

care conduce la coeficientul corelației multiple:

$$r_{y/x_1 \cdot x_2} = \sqrt{\frac{r^2_{y/x_1} + r^2_{y/x_2} - 2r_{x_1/x_2} \cdot r_{y/x_1} \cdot r_{y/x_2}}{1 - r^2_{x_1/x_2}}}.$$

Dacă cele două variabile exogene sînt necorelate liniar, $r_{x_1/x_2} = 0$, atunci

$$r_{y/x_1 \cdot x_2} = \sqrt{r^2_{y/x_1} + r^2_{y/x_2}}.$$

Corelația parțială caracterizează intensitatea legăturii în ipoteza menținerii la un nivel constant al celorlalte caracteristici exogene, excluzînd deci influența exercitată de celelalte caracteristici asupra legăturii analizate.

Dacă urmărim corelația dintre y și x_1, excluzînd influența lui x_2, atunci

$$r_{y/x_1 \cdot x_2} = \frac{-r_{y/x_1} r_{y/x_2} \cdot r_{x_1/x_2}}{\sqrt{(1-r^2_{y/x_2})(1-r^2_{x_1/x_2})}}, \qquad (9.91)$$

iar dacă eliminăm influența caracteristicii x_1:

$$r_{y/x_2 \cdot x_1} = \frac{r_{y/x_2} - r_{y/x_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1-r^2_{y/x_1})(1-r^2_{x_1/x_2})}}. \qquad (9.92)$$

9.6. TESTAREA SEMNIFICAȚIEI INDICATORILOR DE CORELAȚIE

Ca orice mărime statistică estimată, coeficientul de corelație fiind obținut pe baza datelor unui sondaj, este supus fluctuațiilor mărimilor de sondaj, iar datorită influenței cauzelor întîmplătoare nespecificate este posibilă obținerea unor valori diferite de zero sau a unor valori ce se abat puternic de la valorile indicatorilor specifici întregii populații (colectivității generale).

Din acest motiv se impune ca și această mărime (coeficientul de corelație) să fie interpretată, generalizată în condițiile cunoscute de «incertitudinea statistică», fiind necesar, pe de o parte, să testăm semnificația indicatorului de corelație experimental pentru a vedea dacă valoarea obținută nu este numai «jocul întîmplării». Pe de altă parte, pentru a putea generaliza rezultatul la întreaga popula-

ție este necesar să calculăm intervalul de încredere pentru coeficientul estimat, fapt ce permite o extindere corectă, o extindere probabilistică a rezultatelor.

Ne aflăm, deci, în zona cunoscută a testării ipotezelor statistice. In cazul de față ipoteza are forma:

$$H_0 : \hat{r}=0 \text{ față de alternativa } H_1 : \hat{r}\neq 0.$$

Verificarea acestor ipoteze se efectuează cu ajutorul mărimii (9.89) care urmează o lege de repartiție Student cu $f=n-2$ grade de libertate.

$$t_{\text{calc.}} = \frac{\hat{r}\sqrt{(n-2)}}{\sqrt{1-r^2}}. \tag{9.93}$$

După cum se cunoaște, decizia este luată prin comparare cu valoarea tabelară echivalentă (pentru riscul α și $f=n-2$ grade de libertate) — ipoteza nulă fiind respinsă cînd $t_{\text{calc.}} \geqslant t_{\text{tabelar.}}$

Respingerea ipotezei nule este echivalentă cu o valoare a coeficientului de corelație semnificativă diferită de zero, deci indică existența unei corelații reale între variabile, ea nefiind rezultatul întîmplării.

Pornind de la expresia $t_{\text{calc.}}$, similar construirii intervalului de încredere pentru media unei populații se procedează astfel pentru construirea intervalului de încredere pentru coeficientul de corelație:

— se calculează eroarea medie pătratică a valorii experimentale a coeficientului de corelație

$$S_{\hat{r}} \approx \frac{1-r^2}{\sqrt{(n-2)}};$$

— se calculează intervalul de încredere pe baza valorii teoretice a variabilei Student (la riscul de genul I admis α și $f=n-2$), a erorii medii pătratice a lui r și a estimatorului coeficientului de corelație $\hat{r}$,

$$r - t_{\alpha;f}\frac{1-\hat{r}^2}{\sqrt{(n-2)}} \leqslant r \leqslant \hat{r} + t_{\alpha;f}\frac{1-\hat{r}^2}{\sqrt{(n-2)}}. \tag{9.94}$$

Cele două limite definesc zona care cu o probabilitate $P=1-\alpha$ acoperă valoarea «adevărată» a coeficientului de corelație, specifică întregii populații.

Pentru datele de selecție se poate calcula și o limită minimă aproximativă a coeficientului de corelație:

Scanned with OKEN Scanner

$$r_{min} = \frac{\sqrt{n + 36} - \sqrt{n}}{6}.$$

unde n — volumul sondajului.

9.7. ALTE METODE PENTRU MĂSURAREA DEPENDENȚEI DINTRE VARIABILELE STATISTICE

9.7.1. Coeficientul de asociere

Coeficientul de asociere se datorează lui Yule. Acesta măsoară intensitatea legăturii a două caracteristici binare (alternative). Coeficientul se deduce din rezultatele obținute în capitolul 2, privitor la criteriul de dependență/independență într-un tabel de asociere. S-a demonstrat că în caz de independență frecvențele de pe aceeași linie ca și frecvențele de pe aceeași coloană a tabelului de asociere se află în același raport.

$$\frac{n_{11}}{n_{21}} = \frac{n_{12}}{n_{22}},$$

care se mai poate scrie

$$n_{11}n_{12} = n_{21} \cdot n_{12} \text{ sau } n_{11}n_{22} - n_{21} \cdot n_{12} = 0.$$

Dacă $n_{11} \cdot n_{12} \neq n_{21} \cdot n_{12}$, atunci există legătură stohastică între cele două caracteristici binare.

Coeficientul de asociere se definește ca raport dintre diferența $n_{11} \cdot n_{22} - n_{21}n_{12}$ și $n_{11} \cdot n_{22} + n_{12} \cdot n_{21}$:

$$K_Y = \frac{n_{11} \cdot n_{22} - n_{12} \cdot n_{21}}{n_{11} \cdot n_{22} + n_{12} \cdot n_{21}}; \tag{9.95}$$

$$K_Y \in [-1; 1].$$

Dacă între cele două caracteristici binare nu există legătură, atunci frecvențele absolute se repartizează uniform în cele patru rubrici ale tabelului de asociere și $n_{11} \cdot n_{22} = n_{12} \cdot n_{21}$. Deci, coeficientul Y este nul.

Pentru ca să avem $|Y| = 1$ este necesar ca în tabelul de asociere produsul elementelor de pe una din diagonale să fie nul. Aceasta are loc dacă ambele elemente sînt nule sau unul din elemente este nul. În primul caz legătura este de natură funcțională: apartenența la una din caracteristici determină și apartenența la cealaltă caracteristică.

Scanned with OKEN Scanner

9.7.2. Coeficientul de corelaţie a rangurilor

Un caz particular al coeficientului de corelaţie este coeficientul de corelaţie a rangurilor. După cum s-a mai arătat, valorile unor caracteristici se pot cuantifica numai pe baza scalei ordinale, prin atribuirea de ranguri. Corelaţia dintre două caracteristici cuantificate cu ranguri se măsoară cu ajutorul coeficientului de corelaţie a rangurilor, introdus în statistică de Spearman.

În acest caz la fiecare unitate statistică se compară rangul acordat valorilor caracteristicii X în funcţie de ordonarea $x_1 \leqslant x_2 \leqslant \ldots \leqslant x_i \leqslant \ldots \leqslant x_n$ cu rangul acordat după valorile caracteristicii Y în funcţie de ordonarea $y_1 \leqslant y_2 \leqslant \ldots \leqslant y_i \leqslant \ldots \leqslant y_n$. Dacă concordă perfect rangul acordat după X cu rangul acordat după Y pentru toţi $\overline{i=1,n}$, atunci diferenţa celor două ranguri aferente aceleiaşi unităţi statistice este zero $d_i = x_i - y_i = 0$. În caz contrar apar diferenţe de rang $d_i = x_i - y_i$ nenule.

Suma pătratelor diferenţelor de rang este:

$$\sum_i d_i^2 = \sum_i (x_i - y_i)^2 = \sum_i x_i^2 + \sum_i y_i^2 - 2\sum_i x_i \cdot y_i.$$

Ţinînd seama că suma rangurilor este $\sum_i x_i = \sum_i y_i = 1/2\ n(n-1)$, suma pătratelor rangurilor este $\sum_i x_i^2 = \sum_i y_i^2 = \frac{1}{6} n\ (n+1)\ (2n+1)$ şi suma produselor celor două ranguri aferente aceleiaşi unităţi este $\sum x_i y_i = \frac{1}{6} n\ (n+1)\ (2n+1) - \frac{1}{2}\sum_i d_i^2$, coeficientul de corelaţie a rangurilor, numit şi coeficientul Spearman, dedus din formula de calcul a coeficientului de corelaţie, devine:

$$KS_{xy} = 1 - \frac{6\sum_i d_i^2}{n^3 - n}. \qquad (9.96)$$

$KS_{xy} \in [-1; 1]$ şi indică o legătură cu atît mai puternică, cu cît este mai aproape de unitate.

În tabelul 9.3 se prezintă date referitoare la volumul activităţii economice înregistrate la $n = 100$ societăţi comerciale şi volumul capitalului fix ca indicator de potenţial.

Problema primordială este stabilirea existenţei unei dependenţe între volumul capitalului fix — variabilă factorială, şi Y — valoarea adăugată considerată variabilă rezultativă.

În baza reprezentării grafice s-a optat pentru un model de regresie liniar.

Utilizînd datele din tabelul 9.3 şi substituind corespunzător (9.11), se obţine sistemul:

Scanned with OKEN Scanner

Aplicația 9.1

Tabelul 9.3

Datele primare

Nr. crt.	Cap. fix. (mil. lei)	Val. adăug. (mil. lei)	Nr. crt.	Cap. fix. (mil. lei)	Val. adăug. (mil. lei)	Nr. crt.	Cap. fix. (mil. lei)	Val. adăug. (mil. lei)
0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	337	155	28	634	120	55	890	639
2	246	190	29	1666	509	56	713	495
3	599	1000	30	305	305	57	251	81
4	96	193	31	428	139	58	1014	156
5	547	536	32	453	216	59	463	157
6	688	402	33	430	322	60	165	170
7	447	359	34	385	282	61	207	270
8	85	105	35	907	770	62	136	85
9	1377	829	36	57	75	63	148	89
10	1031	953	37	130	246	64	339	348
11	55	95	38	89	130	65	136	312
12	299	220	39	713	616	66	115	95
13	107	75	40	107	136	67	123	131
14	712	499	41	608	231	68	87	110
15	528	432	42	177	109	69	441	208
16	67	115	43	555	249	70	349	149
17	312	302	44	238	256	71	95	93
18	521	648	45	1365	600	72	101	174
19	537	450	46	291	208	73	125	144
20	391	665	47	290	159	74	50	121
21	252	584	48	247	114	75	196	269
22	696	201	49	89	135	76	164	230
23	304	131	50	263	176	77	195	233
24	105	237	51	492	163	78	363	337
25	425	826	52	132	145	79	138	242
26	268	231	53	73	129	80	243	40
27	168	352	54	539	132	81	161	265
82	116	280	88	145	283	94	209	168
83	438	120	89	121	107	95	131	330
84	71	55	90	172	139	96	155	214
85	118	325	91	244	248	97	61	44
86	75	58	92	113	150	98	104	97
87	102	260	93	160	127	99	850	750
						100	550	270

$$\begin{cases} 100\,\beta_1 + 34\,206\,\beta_2 = 27\,125 \\ 34\,206\,\beta_1 + 21\,077\,092\,\beta_2 = 13\,440\,371, \end{cases}$$

a cărui rezolvare conduce la estimatorii:

$$\hat{\beta}_1 = 119{,}42,$$

$$\hat{\beta}_2 = 0{,}44387.$$

Deci, ecuația de regresie ajustată (9.15) are forma:

Scanned with OKEN Scanner

$\hat{Y}_x = 119{,}42 + 0{,}44387X$. Cu ajutorul ei se obţin valorile recalculate:

269,0; 228,6; 385,3; 162,0; 362,2; 424,8; 317,8; 157,1;
730,6; 577,0; 143,8; 252,1; 166,9; 435,5; 353,8; 149,2;
257,9; 350,7; 357,8; 292,9; 231,3; 428,3; 254,3; 166,0;
238,4; 194,0; 400,8; 858,9; 254,8; 309,4; 320,5; 310,3;
290,3; 522,0; 144,7; 177,1; 158,9; 435,9; 166,9; 389,3;
198,0; 365,8; 225,1; 725,3; 248,6; 248,1; 229,1; 159,0;
236,2; 337,8; 178,0; 151,8; 358,7; 514,5; 435,9; 230,8;
569,5; 324,9; 192,7; 211,3; 179,8; 185,1; 269,9; 179,8;
170,5; 174,0; 158,0; 315,2; 274,3; 161,6; 164,3; 174,9;
141,6; 206,4; 192,2; 206,0; 280,5; 180,7; 227,3; 190,9;
170,9; 313,8; 150,9; 171,8; 152,7; 164,7; 183,8; 173,1;
195,8; 227,7; 169,6; 190,4; 212,2; 177,6; 188,2; 146,5;
165,8; 496,7; 363,5.

Validitatea modelului de regresie poate fi stabilită prin mai multe metode. Astfel în baza calculării coeficientului de determinaţie se indică acea parte din variaţia variabilei Y care se explică prin intermediul modelului adoptat. O formă convenabilă de calcul al acestui coeficient are la bază descompunerea sumei pătratelor abaterilor ΣY_i^2 în partea explicată şi respectiv neexplicată prin modelul de regresie;

$$\underbrace{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}_{\sum y_i^2} = \underbrace{\sum (\hat{Y}_i - \overline{Y})^2}_{= \sum \hat{y}_i^2} + \underbrace{\sum (Y_i - \hat{Y})^2}_{+ \sum e_i^2}$$

suma totală a pătratelor abaterilor	suma pătratelor abaterilor explicată prin model	suma abaterilor reziduale (variaţia neexplicată)

Pe baza acestei descompuneri a abaterilor se calculează coeficientul de determinaţie:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2}.$$

Calculăm în prealabil sumele pătratelor abaterilor valorilor de la medie şi respectiv de la valorile ajustate:

$$\sum_i^{160} Y_i^2 = \sum_i^{100} (Y_i - \overline{Y})^2 = 4\,319\,716{,}7 \text{ şi}$$

$$\sum_i^{100} e_i^2 = \sum_i^{100} (Y_i - \hat{Y})^2 = 2\,472\,384; \quad R^2 = 1 - \frac{2\,472\,384}{4\,319\,716{,}7} = 0{,}4277.$$

Scanned with OKEN Scanner

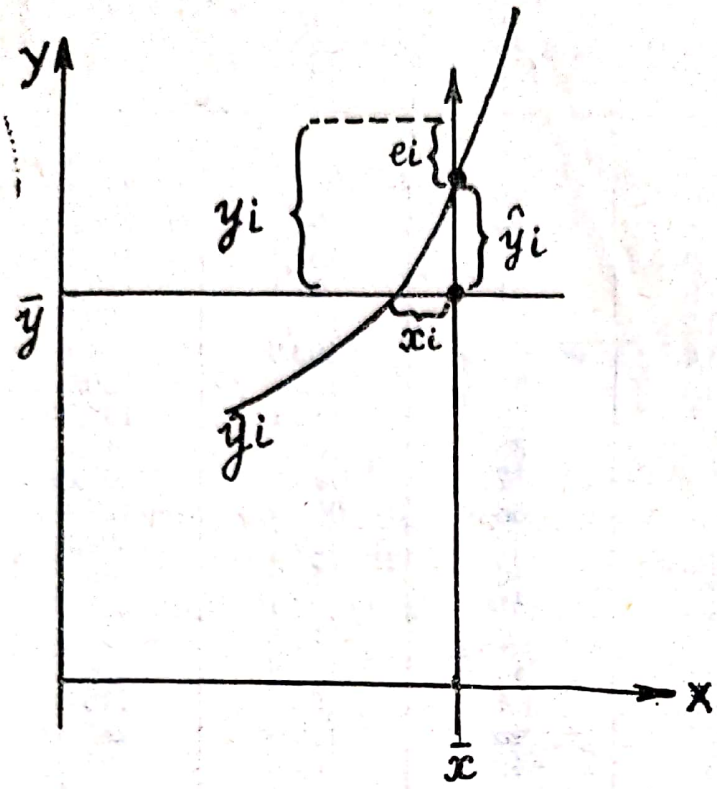


Fig. 9.4
Schema modelului de regresie.

Deci, modelul de regresie adoptat explică 42,77% din variaţia variabilei Y. Orice mărime statistică obţinută în baza datelor unui sondaj necesită testarea semnificaţiei rezultatului, efectuată cu mărimea F definită prin (9.52).

$$F_{\hat{R}^2} = \frac{(100-2)\cdot(0{,}4277)^2}{1-(0{,}4277)^2} = 21{,}94.$$

Comparînd valoarea calculată $F_{\hat{R}}=21{,}94$ cu valoarea tabelară $F_{0{,}05;\,1;98}=3{,}95$, putem conchide că nu avem itemei să respingem ipoteza conform căreia coeficientul de determinaţie exprimă o dependenţă reală, fiind semnificativ diferit de zero.

Tabelul 9.4

TABELUL ANALIZEI DISPERSIONALE

Sursa variaţiei	Suma pătratelor abaterilor	Numărul gradelor de libertate	Dispersia	Valoarea calculată F
Explicată prin model	1 847 307,4	1	1 847 307,4	73,223
Reziduală	2 472 384	98	25 228,408	1
Totală	4 319 716,7	99	43 633,502	×

Tabelul 9.5

Nr. crt.	W	f*	Nr. crt.	W	f*
1	61,3	133,2	27	140,1	66,9
2	61,5	79,6	28	73,8	389,9
3	152,9	91,6	29	90,1	294,8
4	68,2	33,9	30	184,1	184,1
5	82,2	83,9	31	91,1	280,5
6	84,3	144,2	32	123,7	259,5
7	92,7	115,4	33	103,9	138,8
8	84,6	68,8	34	132,5	180,9
9	97,2	161,4	35	116,1	136,7
10	113,5	122,9	36	109,3	83,1
11	102,5	59,3	37	78,6	41,5
12	77,6	105,5	38	203,1	139,1
13	59,3	84,7	39	295,1	300,2
14	122,1	174,2	40	111,9	88,1
15	75,8	104,9	41	133,1	350,2
16	93,5	54,5	42	110,8	179,9
17	154,3	159,4	43	115,8	258,1
18	123,9	99,6	44	156,3	145,3
19	207,4	247,5	45	125,8	286,2
20	74,3	43,7	46	65,6	91,6
21	125,0	53,9	47	96,2	175,5
22	76,2	263,9	48	76,2	165,0
23	66,5	154,2	49	62,8	41,4
24	80,5	35,7	50	96,8	144,6
25	97,5	50,2	51	40,0	120,8
26	114,6	132,9	52	100,0	91,0
53	63,0	35,6	79	100,2	57,1
54	57,2	233,6	80	75,0	455,9
55	78,7	109,6	81	199,5	121,2
56	80,7	116,3	82	82,8	34,3
57	46,5	144,0	83	65,0	237,4
58	23,4	151,8	84	71,0	91,6
59	37,5	110,6	85	88,3	32,0
60	60,2	58,4	86	122,6	158,6
61	88,2	67,6	87	90,2	35,4
62	43,7	70,0	88	69,0	35,4
63	60,6	100,8	89	115,3	130,4
64	180,6	175,9	90	49,1	60,7
65	216,4	94,3	91	63,2	62,1
66	176,3	213,4	92	94,3	71,1
67	69,2	65,0	93	57,3	72,1
68	136,1	107,7	94	157,6	196,1
69	58,9	125,0	95	180,7	71,7
70	57,5	134,6	96	235,2	170,3
71	71,9	73,4	97	86,6	120,1
72	194,2	112,7	98	57,6	61,8
73	92,0	79,8	99	121,0	137,1
74	136,4	56,4	100	129,8	264,4
75	99,0	72,2			
76	75,8	54,0			
77	80,4	67,3			
78	80,0	86,1			

Scanned with OKEN Scanner

Semnificaţia ecuaţiei de regresie poate fi testată şi prin intermediul altei metode statistice cunoscute şi anume prin *analiza dispersională* (tabelul 9.4).

Deoarece $F_{calc.}=73{,}233>F_{0{,}05;\ 1;98}=3{,}95$, se confirmă din nou ipoteza validităţii modelului de regresie pentru care s-a optat.

Testarea semnificaţiei parametrilor modelului de regresie se realizează cu testul t, stabilit prin (9.40):

$$t_{\hat{a}_2}=0{,}44387\sqrt{\frac{(100-2)\cdot 9\,376\,587{,}7}{2\,472\,384}}=8{,}557.$$

Valoarea superioară mărimii tabelare echivalente $t_{0{,}05;\ 98}=1{,}97$, fapt ce confirmă validitatea modelului prin intermediul acestui important parametru — coeficientul de regresie.

Utilizînd aceeaşi statistică t în baza (9.47), construim intervalul de încredere pentru coeficientul de regresie teoretic β_2:

$$0{,}44\ 387-\frac{1{,}97}{\sqrt{\frac{(100-2)\cdot 9376587{,}7}{2\,472\,384}}}<\beta<0{,}44\ 387+\frac{1{,}97}{\sqrt{\frac{(100-2\cdot 9\,376\,587{,}7}{2\,472\,384}}}.$$

Rezultă $\beta_2 \in (0{,}342;\ 0{,}546)$.

Mărimea F pentru testarea semnificaţiei coeficientului de regresie se construieşte prin (5.49):

$$F_{\hat{a}_2}=\frac{(100-2)\,(0{,}44\,387)^2\cdot 9\,376\,587{,}7}{2\,472\,384}=73{,}226.$$

Evident concluzia este aceeaşi, coeficientul de regresie este semnificativ diferit de zero $F_{calc.}>F_{0{,}05;\ 1;98}=3{,}95$. Rezultă de asemenea $t^2=F$, căci $(8{,}557)^2=73{,}222$.

Extrapolarea pe baza modelelor de regresie. In baza ecuaţiei de regresie estimate $\hat{Y}=119{,}42+0{,}44387\ X$, presupunînd un nivel de dezvoltare pentru variabila cauzală (capitalul fix) de $X_0=1000$ mil., rezultă $Y_0=119{,}42+0{,}44\,387\times 7000=563{,}29$. Acest nivel reprezintă un estimator de sondaj, a cărui semnificaţie o voom verifica cu ajutorul testului Student (9.5):

$t_{\hat{Y}_0}=\hat{Y}_0\ LK=563{,}29\times 0{,}00137796\times 19{,}27869=14{,}964$, mărime superioară valorii tabelare pe care o cunoaştem. Deci, obţinem o valoare plauzibilă, care necesită transformarea din estimator punctual în estimator probabilistic, în intervalul de încredere (9.58).

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL

Inzestrarea tehnică a muncii	Productivitatea muncii Y / X	—25	25—50	50—75	75—100	100—125
		12,5	37,5	62,5	87,5	112,5
—50	25	—	—	4	7	—
50—100	75	—	2	11	10	6
100—150	125	—	3	4	7	6
150—200	175	1	—	1	3	3
200—250	225	—	—	2	—	—
250—300	275	—	—	—	3	3
300—350	325	—	—	—	—	—
350—400	375	—	—	1	—	—
400	425	—	—	1	—	—
	n_y	1	5	24	30	18
	yn_y	12,5	187,5	1500	2625	2025
	y_2	156,2	1406,2	3906,2	7656,2	13656,2
	y^2n_y	156,2	7031,2	93750	229687,5	227812,5
	xyn_{xy}	2157,5	19687,5	178125	275625	266875

Calculăm mărimile:

$$L=\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{9\ 376\ 587{,}7+100(1000-342{,}00)^2}}=0{,}001378$$

$$\text{şi } K=\sqrt{\frac{(100-2)\cdot 9\ 376\ 587{,}7}{2\ 472\ 384}}=19{,}27869$$

Astfel încît

$$563{,}29-\frac{1{,}97}{0{,}001378\cdot 19{,}27869}\leqslant \tilde{Y}_0\leqslant 563{,}29+\frac{1{,}97}{0{,}001378\cdot 19{,}27869}.$$

Deci, putem afirma cu o probabilitate de 95%, că în cazul în care nivelul dotării cu fonduri fixe la o întreprindere va fi $X_0=$ $=1\ 000$ mil. lei în medie, nivelul valorii producţiei se va situa în intervalul $Y_0\in$ (489,135; 637,444) milioane lei.

Tabelul 9.6

125—150	150—175	175—200	200	n_x	xn_x	x^2	x^2n_x	$xy \cdot n_{xy}$
137,5	162,5	187,5	212,5					
—	—	—		11	275	625	6875	21562,5
2	2	1	1	35	2625	5625	196 875	248437,5
1	1	2	1	25	2125	15 625	390625	317187,5
1	2	2	1	14	2450	30 625	428 625	301875
—	—	1	1	4	900	50625	202500	119125
1	—	—	1	8	2200	75 625	605000	261250
1	—	—	—	1	325	105 625	105625	44687,5
—	—	—	—	1	375	140 625	140625	23437,5
—	—	—	—	1	425	180 625	180625	25562,5
6	5	6	5	100	12 700	605 625	2 257 500	1 363 125
825	812,5	1125	1062,5	10175				
15906 ?	25406,2	31156,2	45156,2	151406,2				
113437,5	132031,2	210937,5	22573,5	1240625				
144375	101562,5	168750	185937,5	1363125				

Măsurarea intensității legăturii dintre cele două variabile se va efectua cu ajutorul coeficientului de corelație.

$$r_{xy} = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{\sqrt{[n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2]\,[n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]}} =$$

$$= \frac{100 \cdot 13\,440\,371 - 27\,125 \cdot 34\,206}{\sqrt{[100 \cdot 11\,677\,373 - (27\,125)^2]\,[100 \cdot 21\,077\,092 - (34\,206)^2]}}; r_{xy} = 0{,}654.$$

Semnificația valorii coeficientului o testăm prin (9.89); $t_{calc.} = \frac{0{,}654\sqrt{(100-2)}}{\sqrt{1-(0{,}654)^2}} = 8{,}5583$, mărime superioară valorii teoretice din tabelul Student, fapt ce indică existența unei corelații semnificative între cele două variabile considerate. Această corelație se plasează pentru întreaga populație în intervalul (9.90):

$0{,}654 - 1{,}97 \times 0{,}0575 < r < 0{,}654 + 1{,}97 \times 0{,}0575$. Deci, $r_{yx} \in (0{,}541; 0{,}767)$, zonă acoperită cu o probabilitate de 95%.

Aplicația 9.2. Pentru a ilustra modul de calcul al coeficientului de corelație pe baza unui tabel de corelație, deci utilizînd formulele

Scanned with OKEN Scanner

stabilite pe baza frecvențelor, în tabelul 9.5 se prezintă pentru cele $n=100$ întreprinderi date asupra productivității muncii Y și înzestrării tehnice a muncii (dotării cu capital fix) — X.

Optăm pentru un model liniar

$$Y=\beta_1+\beta_2 X,$$

ai cărui parametri în urma calculelor sînt:

$$\begin{cases} 100\ \beta_1+12\ 885\ \beta_2=10\ 232{,}3 \\ 128885\ \beta_1+2\ 337\ 347{,}2\ \beta_2=1\ 414\ 894{,}4. \end{cases}$$

În modelul final:

$$\hat{Y}=83{,}976+0{,}14\ 238\ X.$$

Coeficientul de corelație este:

$$r_{yx}=\frac{100\cdot 1\ 414\ 894{,}4-10\ 232{,}3\cdot 12\ 885{,}8}{\sqrt{[(100\cdot 1\ 255\ 215-(10\ 232{,}3)^2]\cdot[100\cdot 2337374{,}2-(12\ 885{,}8)^2}}=0{,}2567.$$

Valoarea relativ redusă a indicatorilor este urmarea influenței unor factori neevidențiați (în afară de productivitate și înzestrare) cum sînt: gradul de ocupare a schimbului, numărul de schimburi, nivelul de calificare etc.

Valoarea $r=0{,}2567$ la un volum $n=100$ perechi de valori indică totuși o corelație reală. Tabelele special construite în acest scop pentru $n=100$ și $P=0{,}95$ indică un nivel minim $r=0{,}1946$.

Pentru a pune mai bine în evidență dependența dintre variabile procedăm la alcătuirea tabelului de corelație (tabelul 9.6).

$$r_{yx}=\frac{\Sigma n\cdot\Sigma XYn_{xy}-(\Sigma Xn_y)(\Sigma Yn_y)}{\sqrt{[(\Sigma n\Sigma X^2n_x-(\Sigma Xn_x)^2)][\Sigma n\Sigma Y^2n_y-(\Sigma Yn_y)^2]}}=$$

$$=\frac{(100\cdot 1\ 363\ 125)-(12\ 700\cdot 10\ 175)}{\sqrt{[(100\cdot 2\ 257\ 500)-(12\ 700)^2][100\cdot 1\ 240\ 625-(10\ 175)^2]}}=0{,}20.$$

Valoarea scăzută a coeficientului de corelație își află explicația în conținutul variabilei X — înzestrarea tehnică a muncii, indicator dependent strict de numărul de schimburi în care se lucrează cu o anumită dotare cu fonduri fixe și a cărui valoare nu este cunoscută în studiul nostru.

Reprezentînd datele într-un grafic, apar nouă perechi de valori care nu fac parte din setul valorilor. Eliminînd aceste valori, noul tabel de corelație se prezintă în tabelul 9.7.

În urma calculelor se obține ecuația de regresie $\hat{Y}=80{,}4843+0{,}1438\ X$, iar coeficientul de corelație $r_{yx}=0{,}26$, o valoare sensibil mai ridicată comparativ cu situația anterioară.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 9.7

Y \ X	37,5	62,5	87,5	112,5	137,5	162,5	187,5	n_x	$X \cdot n_x$	X^2	$X^2 n_x$	$XY \cdot n_{xy}$
25	—	4	7	—	—	—	—	11	275	625	6875	21562,5
75	2	11	10	6	2	2	1	34	2550	5625	191250	232500
125	3	4	7	6	1	1	2	24	3000	15625	375000	290625
175	—	1	3	3	1	2	2	12	2100	30625	367500	262500
225	—	2	—	—	—	—	1	3	675	50625	151875	70312,5
275	—	—	3	3	1	—	—	7	1925	75625	529375	202812,5
n_y	5	22	30	18	5	5	6	91	10525	178750	1621875	1080312 5
$Y \cdot n_y$	185,5	1375	2625	2025	687,5	812,5	1125	8837,5				
Y^2	1486,2	3906,2	7656,2	12656,2	18906,2	26406,2	35156,2	106093,7				
$Y^2 \cdot n_y$	7031,2	85937,5	229637,5	227812,5	94531,2	132031,2	210937,5	987968,7				
$\lambda Y \cdot n_{xy}$	19687,5	128125	275625	285875	90667,5	101562,5	168750	1080312,5				

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL X. SERII CRONOLOGICE

O modalitate frecventă şi eficientă de prezentare a datelor statistice o reprezintă seria statistică. Seriile de distribuţie unidimensionale şi multidimensionale se caracterizează în principal prin faptul că nu iau în considerare modul de manifestare în timp al fenomenului. Ele presupun stabilitatea structurlă a repartiţiilor şi o anumită permanenţă în interdependenţa dintre variabile (factori). Pentru cunoaşterea mişcării, evoluţiei în timp a unui fenomen sau proces economico-social se utilizează seriile cronologice (SCR). În aceste SCR timpul este variabil, iar spaţiul şi structura organizatorică sînt constante.

10.1. CONCEPTUL DE SERIE CRONOLOGICĂ

Culegerea şi sistematizarea valorilor individuale ale caracteristicilor numerice la nivelul unităţilor de observare sau al colectivităţii investigate, la diferite momente sau intervale de timp sînt etape absolut necesare pentru obţinerea seriilor cronologice (vezi cap. III, § 3.2). De exemplu, datele statistice referitoare la populaţia unei ţări în decursul unui număr de ani; importurile sau exporturile unui agent economic într-un şir de luni; temperaturile înregistrate într-o anumită localitate, în diferite zile; greutatea unei persoane în diferite etape ale vieţii; stocurile de mărfuri dintr-un depozit de mărfuri în diferite luni etc. Aceste exemple evidenţiază valorile individuale ale unei caracteristici referitoare la momente sau intervale succesive de timp. În asemenea situaţii prezintă interes din punct de vedere statistic mărimea valorilor individuale înregistrate, dar mai ales ordinea apariţiei lor.

Deci, o serie cronologică se prezintă sub forma unui şir de valori pe care le înregistrează la momente sau intervale de timp succesive o anumită caracteristică statistică, la o unitate sau o colectivitate statistică. Curgerea timpului se măsoară în succesiune. Unităţile de timp, folosite des, sînt: anul, trimestrul, luna, săptămîna, ziua. Însă, pentru a pune în evidenţă particularităţile unor fe-

Scanned with OKEN Scanner

nomene (demografice, meteorologice etc.), se adoptă ca unitate de timp ora sau minutul.

Dacă se are în vedere ansamblul de factori care conduc la formarea valorilor individuale, atunci seria cronologică dinamică sau de timp[1] este o variabilă aleatoare multidimensională. Deci, seria cronologică este definită de un şir de variabile aleatoare $y_1, y_2, ..., y_t, ..., y_T$, unde t semnifică momentul sau intervalul de timp $t=\overline{1,T}$, iar y_t evidenţiază nivelul absolut sau relativ atins de fenomenul y la unitatea de timp t. Acest şir finit de variaţii aleatoare reprezintă un eşantion dintr-un şir infinit de variabile aleatoare $y_{-}, ..., y_{-2}, y_{-1}, y_0, y_1, y_2, ..., y_t, y_{t+1}, ..., y_T, y_{T+1}, ...$ numit proces aleator sau stohastic[2]. Seria cronologică se deosebeşte de un proces stohastic prin faptul că şirul $\{y_t\}\ t=\overline{1,T}$ este finit, iar valorile lui sînt ordonate succesiv după variabila timp $t=\overline{1,T}$.

Dacă toate variabilele unei serii $\{y_t\}\ t=\overline{1,T}$ au aceeaşi densitate de repartiţie, vom spune că seria de timp reprezintă un eşantion dintr-un proces stohastic staţionar.

Densitatea de repartiţie poate avea aceeaşi lege (de exemplu, Gauss — Laplace), dar cu parametrii (media şi dispersia) diferiţi. Aceasta înseamnă că SCR $\{y_t\}\ t=\overline{1,T}$ formată din variabile care au aceeaşi lege de repartiţie, dar cu parametrii variabili în timp, reprezintă un eşantion dintr-un proces stohastic nestaţionar.

Deci, o serie cronologică reprezintă un eşantion al unui proces stohastic indiferent de faptul dacă este staţionar sau nestaţionar. Se observă că după caracterul procesului stohastic SCR poate fi staţionară sau nestaţionară.

O serie dinamică staţionară, în sensul restrîns al acestui concept, se bucură de proprietatea că vectorul aleator $y_1, y_2, ..., y_t, ... y_T$ (10.1) are o repartiţie identică cu cea a vectorului aleator.

$$y_1+\vartheta,\ y_2+\vartheta,\ ...,\ y_t+\vartheta,\ ...,\ y_T+\vartheta. \qquad (10.2)$$

Aceasta înseamnă că repartiţia variabilei aleatoare (10.1) depinde numai de diferenţele $t-[t-1]$, pentru orice $t=\overline{1,T}$[3]. Seriile dinamice staţionare sînt întîlnite des în fizică şi tehnică şi uneori în domeniul proceselor economice care nu manifestă o anume tendinţă sistematică în timp (fig. 10.1).

---

[1] Noţiunea de serie dinamică este improprie (cu toate că a fost adoptată de statistica românească din anul 1950 şi este întîlnită uneori şi astăzi în unele lucrări) datorită caracterului său imprecis. Mult mai corectă este noţiunea de serie de timp.

[2] *Terişco M.* ş. a. Modelarea seriilor şi predicţia seriilor de timp, Editura Academiei, Bucureşti. 1985, p. 12.

[3] *Mihoc G., Berghtaller C., Urseanu V.* Procese stohastice Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1978, p. 369.

Scanned with OKEN Scanner

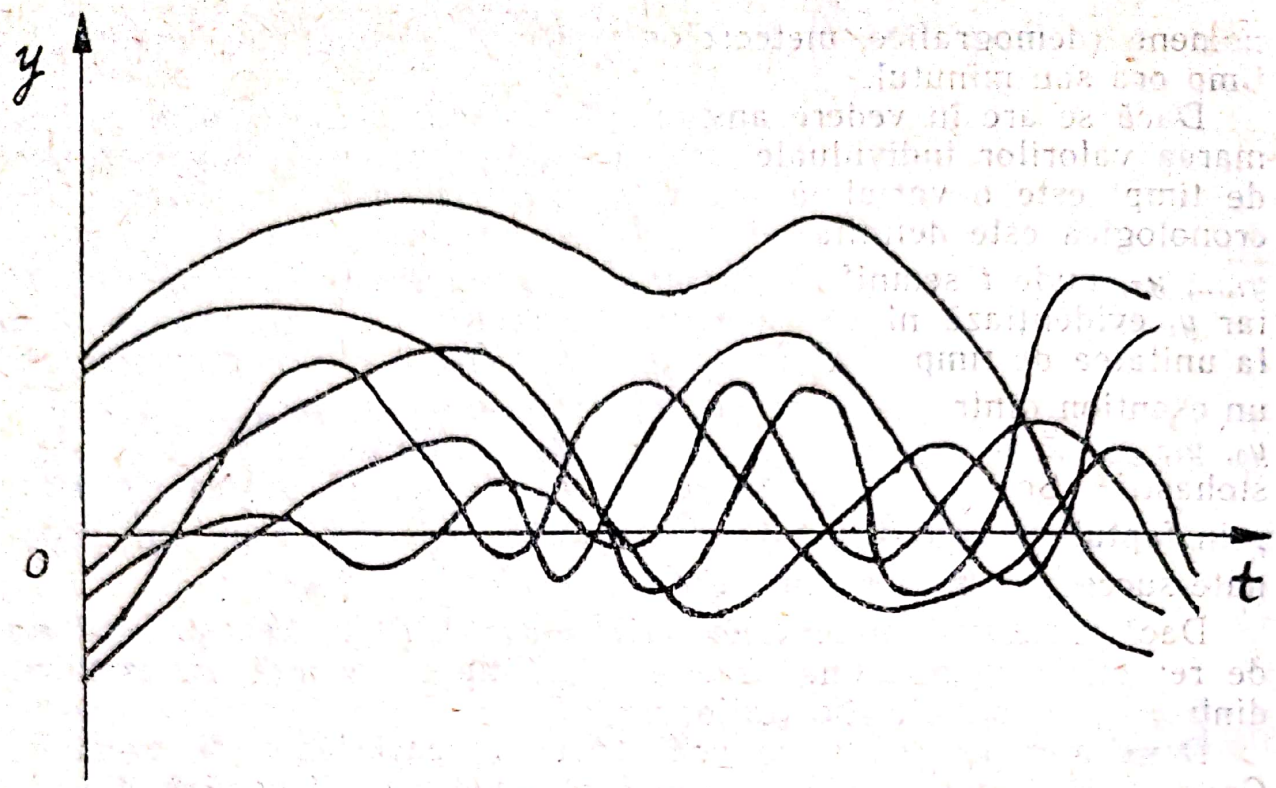


Fig. 10.1. Procesul dinamic staţionar

Seriile cronologice de tip staţionar se deosebesc fundamental de seriile cronologice nestaţionare. Pentru aceste tipuri de serii este caracteristic faptul că ele au o tendinţă de dezvoltare în timp. Cele mai multe serii cronologice purtătoare de informaţii cu conţinut economic sînt de tip nestaţionar (fig. 10.2).

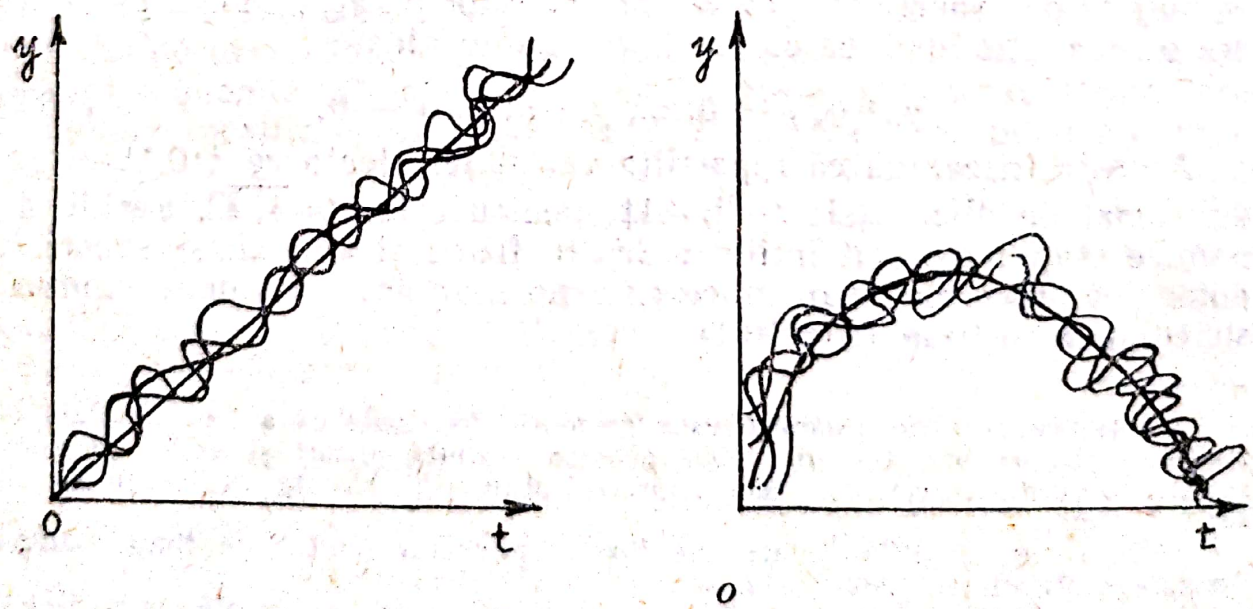


Fig. 10.2. Procesul dinamic nestaţionar

Scanned with OKEN Scanner

In fig. 10.2 este reprezentat un eşantion dintr-un proces stohastic nestaţionar. Acesta se prezintă, deci, într-o serie cronologică cu o evidentă lipsă de staţionaritate, iar tendinţa (trendul) se manifestă «în medie» şi este ilustrată prin curba (dreapta) îngroşată.

10.2. CLASIFICAREA SERIILOR CRONOLOGICE

Conceptul de serie cronologică (SCR) conduce în mod evident la un prim criteriu de clasificare. Astfel, în funcţie de natura procesului stohastic din ale cărui realizări a fost extrasă SCR, deosebim serii de tip staţionar şi serii de tip nestaţionar.

Seriile de tip staţionar sînt clasificate în SCR staţionare în sens restrîns şi staţionare în sens larg. SCR staţionare, după cum s-a arătat, se bucură de proprietatea că vectorul aleator y_1, y_2, ..., y_t, ..., y_T are o repartiţie identică cu cea a vectorului aleator $y_{1+\theta}$, $y_{2+\theta}$, ..., $y_{t+\theta}$, ..., $y_{T+\theta}$.

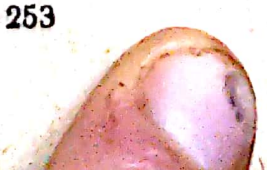
SCR staţionară în sens restrîns depinde numai de diferenţele $t-(t-1)$, pentru (V) $t=\overline{1,T}$, în timp ce SCR staţionară în sens larg mai depinde şi de faptul că matricea de corelaţie a mărimilor $\{y_{t+\theta}\}$ $t=\overline{1,T}$ nu depinde de θ.

Seriile de tip nestaţionar se caracterizează, în esenţă, prin existenţa unei componente «trend» (sau tendinţă) şi a unei componente sezoniere sau ciclice.

Observarea statistică a unui proces stohastic (de exemplu, producere, vînzare, consumarea producţiei unui agent economic) se face continuu în decursul unui anumit interval de timp sau la anumite momente de timp. Aceasta înseamnă că în funcţie de natura caracteristicii urmărite, valorile individuale ale acestora se înregistrează în fiecare zi, săptămînă, lună, trimestru, an (de exemplu, volumul vînzărilor) sub formă de mărimi de flux sau la anumite momente de timp (de exemplu, stocul de mărfuri la o dată fixată) ca mărimi de stoc. Mărimile de stoc «fotografiază» fenomenul studiat la diferite momente de timp. Aceasta înseamnă că stocul se referă la un punct în timp, iar fluxul se referă la o perioadă de timp. Deci, SCR pot fi de stoc sau de flux.

Seriile cronologice de stoc, numite şi SCR de momente, caracterizează nivelul de dezvoltare al fenomenelor la anumite momente de timp (tabelul 10.1, rînd. 1 şi 2). Mărimile de stoc nu sînt însumabile (suma fiind lipsită de conţinut economico-social), deoarece suma lor ar lua în considerare în mod repetat acele elemente ale stocului care coexistă în momente diferite de timp (fig. 10.3).

In funcţie de distanţele care există între momente, de dispunerea momentelor pe axa timpului, SCR de momente se întîlnesc cu



Scanned with OKEN Scanner

momentele egal sau inegal depărtate. Această particularitate își pune amprenta asupra prelucrării, în mod deosebit asupra metodologiei de calcul al mărimilor medii.

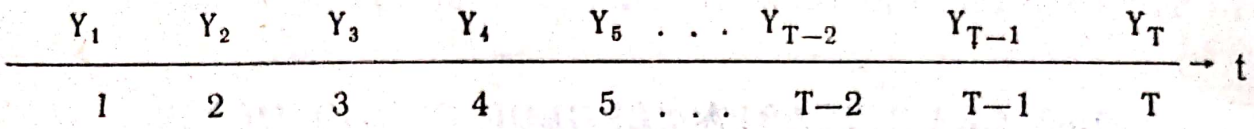


Fig. 10.3. Modelul general al SCR de momente

Datorită trăsăturilor sale SCR de momente sînt cunoscute în modelarea statistico-matematică și sub denumirea de **serii integrale (sau discrete).**

Seriile de intervale sau de flux reflectă evoluția unui fenomen sau proces în anumite intervale de timp. Termenii unei serii de intervale sînt mărimi de flux și pot fi însumați. Se obțin astfel mărimi de flux cumulate pe intervale tot mai lungi (tabelul 10.1, rînd. 3). De exemplu, prin însumarea producțiilor fizice zilnice se obțin producțiile fizice lunare ș. a. m. d. Din această cauză SCR de intervale se mai numește și **SCR cumulativă (continuă)** (fig. 10.4).

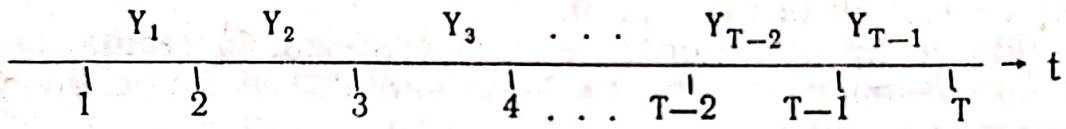


Fig. 10.4. Modelul general al SCR de intervale

Aplicația 10.1

Tabelul 10.1

Evoluția unor indicatori economici în perioada 1986—1990

Indicatori	U/M	1986	1987	1988	1989	1990
Populația totală ocupată (la sfîrșitul anului)	mii pers.	10 669,5	10 718,6	10 805,4	10 945,7	10 839,5
Numărul de întreprinderi industriale (la sfîrșitul anului)	unit.	2 048	2 072	2 091	2 101	2 241
Producția de energie electrică	mil. kWh	75 478	74 079	75 322	75 851	64 309

Sursa: Comisia Națională pentru Statistică. Anuarul Statistic al României, 1991, p. 44 și 408.

Scanned with OKEN Scanner

Aplicația 10.2

Tabelul 10.2

Volumul vînzărilor cu amănuntul în perioada 1985—1990 (valori anuale și cumulate)

(mld. lei)

Anii (Perioade)	Nivelul anual	Nivelul cumulat pe subperioade
1985	277,1	277,1
1986 (1986—1985)	283,3	560,4
1987 (1987—1985)	291,2	851,6
1988 (1988—1985)	292,5	1143,1
1989 (1989—1985)	297,3	4120,4
1990 (1990—1985)	360,4	4480,8

Sursa: Anuarul Statistic al României, 1991, p. 565.

În tabelul 10.2 se prezintă seria cumulativă a volumului vînzărilor mărfurilor cu amănuntul.

În funcție de numărul de termeni, SCR se clasifică în SCR de lungime *mică*, *medie* și *mare*. Dacă seriile de lungime mică au mai mult caracter de informare, de popularizare, SCR de lungime medie și mare prezintă interes din punctul de vedere al analizei statistice. Pe baza acestora din urmă, legea numerelor mari are cîmp de acțiune și permite desprinderea legităților de evoluție și elaborarea variantelor de prognoză. În literatura de specialitate se recomandă ca numărul minim de termeni să fie de 15—20.

10.3. PARTICULARITĂȚILE SERIILOR CRONOLOGICE

Între SCR și repartițiile de frecvențe există asemănări și deosebiri. Referindu-ne la deosebiri, putem spune că pentru repartițiile de frecvență are importanță nu ordinea cronologică, ci stabilitatea structurală. Din această cauză analiza lor are un pronunțat caracter static. Caracteristica esențială pentru SCR o reprezintă variația în timp.

O altă deosebire este aceea că, din punct de vedere al factorilor de influență, se presupune că seria de distribuție de frecvențe este supusă influențelor factorilor aleatori, în timp ce SCR este influențată în proporție hotărîtoare de factori nealeatori, sistematici.

Observațiile statistice care au stat la baza formării seriilor de distribuție sînt interdependente. În cazul SCR termenii sînt în interdependență ceea ce face ca în analiza lor să nu poată fi utilizate metodele probabilistice care au la bază ipotezele referitoare la independența datelor culese.

Scanned with OKEN Scanner

Analiza statistică a seriilor cronologice trebuie înțeleasă ca o operație complexă care necesită aplicarea metodelor statistico-matematice pentru studiul SCR empirice în vederea identificării tendinței generale de dezvoltare în funcție de particularitățile acestora. Particularitățile seriilor cronologice sînt: variabilitatea, omogenitatea, comparabilitatea, periodicitatea și interdependența termenilor.

Variabilitatea termenilor unei SCR oglindește procesul de schimbare, transformare și dezvoltare de timp a unei unități sau colectivități statistice. Ea se manifestă prin trecerea în timp a fenomenului de la o stare la alta datorită naturii, modului de asociere și intensității factorilor specifici, fiecărui moment sau interval de timp. În cazul în care SCR este formată din unități complexe de observare, care prin definiție se caracterizează printr-un grad mare de variație, variabilitatea este mai mare decît în cazul unităților simple, deoarece înglobează și variațiile de structură de la un moment sau interval de timp la altul. Variabilitatea în timp a termenilor unei SCR — caracterul dinamic al SCR — se manifestă în esență sub formă de creșteri sau descreșteri, de transformări (înțelese ca schimbări) și de dezvoltare (mișcare ascendentă, transformare calitativă în sens superior).

Omogenitatea și comparabilitatea termenilor unei SCR sînt particularități intercondiționate. Omogenitatea se asigură numai dacă în perioada analizată termenii au aceeași esență calitativă și se referă la fenomene de aceeași speță. Această cerință este sinonimă cu minima dispersare a termenilor succesivi. În virtutea acestei cerințe este evident ca indicatorul din ale cărui valori este alcătuită SCR să se calculeze după aceleași reguli metodologice și să se exprime în aceeași unitate de măsură pe parcursul întregului orizont de timp al seriei. Asigurarea cerinței referitoare la omogenitate determină în mod implicit comparabilitatea termenilor unei SCR. Deci, comparabilitatea trebuie asigurată din punctul de vedere al conținutului economico-social al datelor inițiale ale metodologiei lor de determinare, al unităților de măsură, al prețurilor utilizate în evaluarea indicatorilor etc. În absența omogenității și comparabilității informațiile care se obțin sînt eronate și deci nu se poate vorbi de o reală schimbare sau dezvoltare, deoarece esența calitativă nu este aceeași. Cu cît lungimea unei SCR este mai mare, cu atît mai greu sînt satisfăcute cerințele referitoare la omogenitatea și comparabilitatea termenilor unei SCR. În cazul SCR de lungime mare, pentru satisfacerea cerințelor de mai sus, este necesar ca seria să fie supusă operației de periodizare. Prin operația de periodizare, de structurare a orizontului seriei după criterii bine definite se delimitează etapele omogene din evoluția fenomenelor. De exemplu, producția industrială se poate urmări zilnic, săptămînal, decadal, lunar, trimestrial, semestrial, anual; producția agricolă se urmărește fie anu-

Scanned with OKEN Scanner

al (an agricol sau calendaristic), fie pe perioade mai scurte; alți indicatori care sînt puternic influențați în evoluția lor de factori specifici anumitor perioade sau intervale, cum ar fi factorii sezonieri (schimbarea anotimpurilor) sau ciclici necesită o periodizare adecvată.

Asigurarea omogenității termenilor unei SCR în cazul unui interval sau perioade de timp implică o altă particularitate importantă și anume interdependența în timp a termenilor. Aceasta înseamnă că mărimea fiecărui termen al unei SCR depinde într-o măsură mai mare sau mai mică de mărimea termenului precedent sau de nivelurile mai multor termeni anteriori. Interdependența dintre termenii succesivi ai unei SCR introduce noțiunea de autocorelație de diferite ordine. Această noțiune nu se întîlnește în cazul seriilor de repartiție, deoarece unitățile de observație sînt independente. Interdependența termenilor unei SCR presupune existența unei corelații (fie ea și de mică intensitate) între y_t (cu $t=\overline{2, T}$) și y_1 sau între y_t și y_{t-1} (cu $t=\overline{2, T}$). Această interdependență dintre termenii succesivi ai unei SCR explică, de fapt, existența tendinței obiective a formei de manifestare a legităților care guvernează fenomenul sau procesul studiat.

10.4. ANALIZA STATISTICĂ A SERIILOR CRONOLOGICE

Pentru înțelegerea corectă a mesajului informațional oferit de o SCR este necesar ca ea să fie supusă unei analize calitative, de conținut, interdisciplinară. Această analiză complexă presupune prelucrarea SCR pentru sesizarea regularităților din evoluția fenomenelor; elaborarea sistemului de indicatori; modelarea statistică a mișcării de ansamblu și a componentelor seriei; stabilirea orizontului de prognoză etc.

O etapă necesară pentru analiza evoluției unui fenomen o reprezintă elaborarea unui sistem de indicatori specifici SCR și reprezentarea grafică a acestor serii.

10.4.1. Reprezentarea grafică a seriilor cronologice

In funcție de natura SCR statistica utilizează un «arsenal» bogat de reprezentări grafice pentru a vizualiza evoluția în timp a unui fenomen sau proces. Dintre aceste reprezentări grafice cel mai frecvent se elaborează cronograma. **Cronograma** este o reprezentare grafică tipică pentru SCR. Ea se mai numește și historiogramă. Cronograma se execută pe cadranul I al sistemului de axe rectangulare. Pe abscisă se reprezintă timpul prin marcarea intervalelor sau a momentelor, iar pe axa ordonatelor se fixează termenii SCR

Scanned with OKEN Scanner

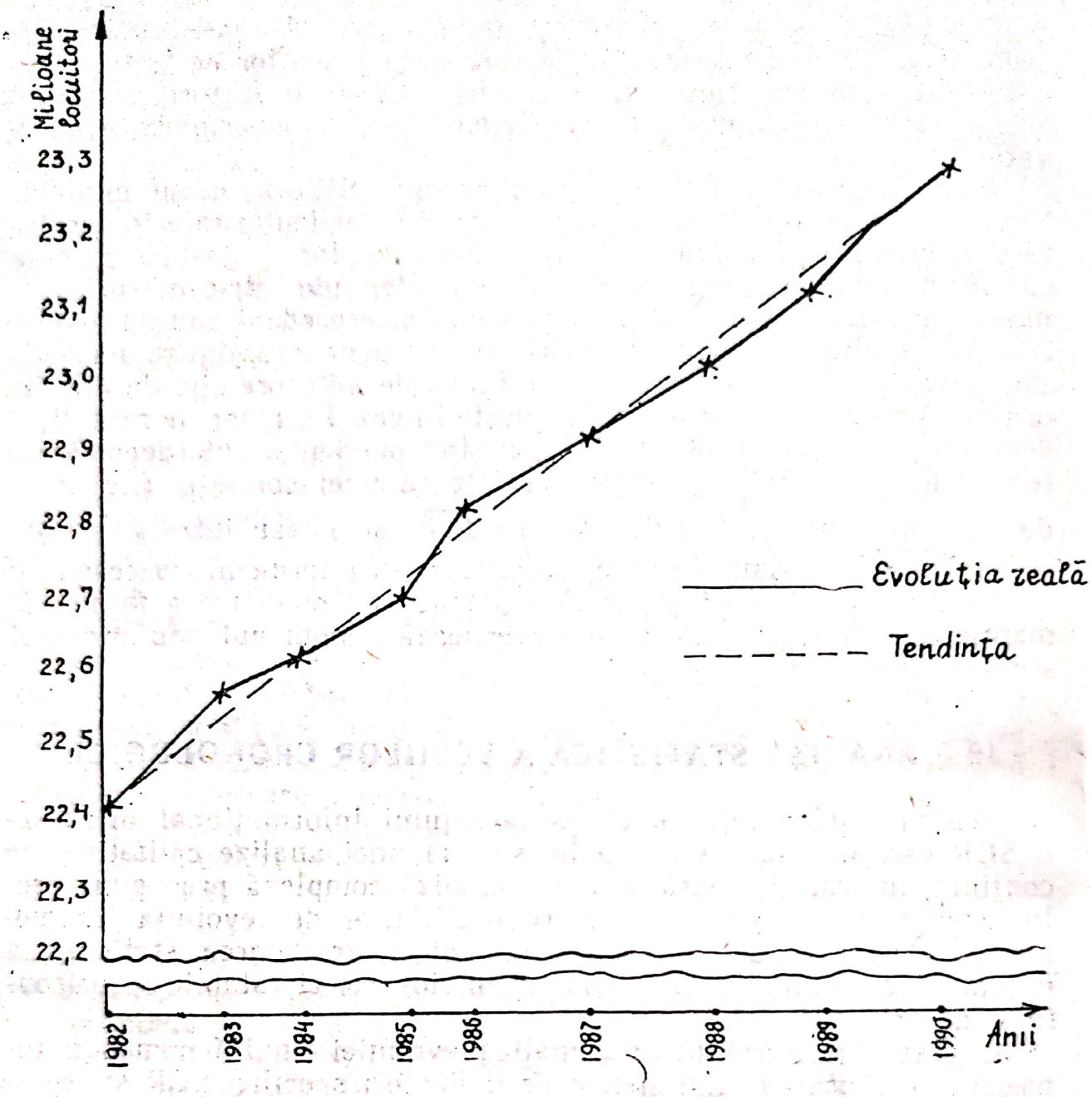


Fig. 10.5. Evoluția numărului populației României în perioada 1982—1990

(vezi fig. 10.5 și 10.6). Pentru trasarea graficului se utilizează, de regulă, scara uniformă de reprezentare.

La elaborarea cronogramei o atenție deosebită trebuie să se acorde alegerii unităților de lungime pe cele două axe și stabilirii corecte a raportului dintre acestea pe axe. Pentru aceeași SCR se obțin imagini grafice diferite ca formă și înclinare datorită modului diferit în care s-au ales unitățile de lungime pe cele două axe. Pentru a evita acest neajuns și a realiza o imagine reală despre

Scanned with OKEN Scanner

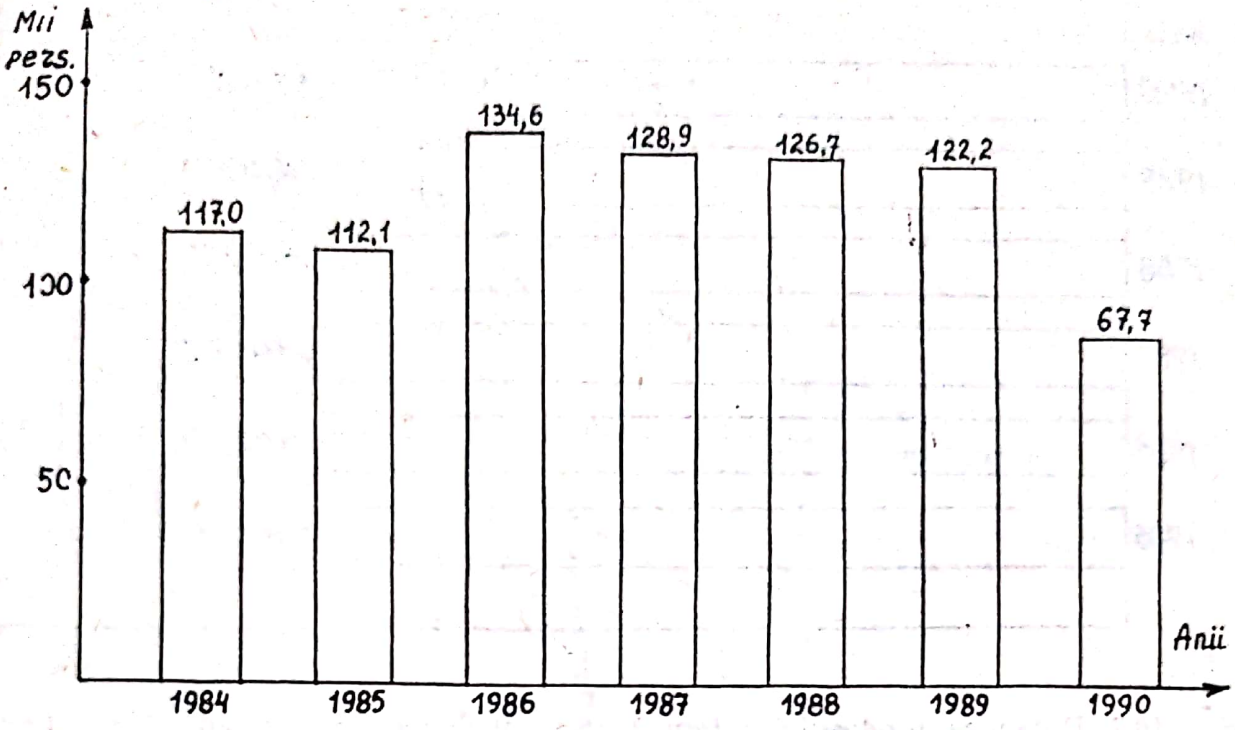


Fig. 10.6. Sporul natural al populației României în perioada 1984—1990

dinamica fenomenului descris de SCR este necesar ca elaborarea graficului să fie precedată de mai multe încercări.

In același grafic se pot vizualiza mai multe SCR, dar trebuie să se aibă în vedere ca pe ordonată să se aleagă aceeași unitate de măsură pentru toți termenii seriilor cronologice. Dacă termenii sînt exprimați în unități de măsură diferite, se impune ca pentru fiecare, SCR să se stabilească o scară de reprezentare diferită. Problema unităților de măsură poate fi ușor rezolvată, dacă termenii absoluți ai unei SCR se înlocuiesc cu termenii relativi ai aceleiași serii. In acest scop, primul termen al seriei se va lua ca bază și egal cu 1 sau 100, iar termenii următori se recalculează în funcție de această bază. De asemenea, pentru a deosebi curbele trasate se apelează la diferite reprezentări: linie punctată, linie segmentată, linie continuă, linii de grosimi diferite etc. Explicarea semnificațiilor acestor modalități de trasare a graficelor se face printr-o legendă.

Sînt situații cînd valorile termenilor SCR nu încep de la 0, de la originea axelor de coordonate, ci de la o valoare mult mai mare. In asemenea cazuri se recomandă să se efectueze o întrerupere a axei ordonatelor (sau a ambelor axe) printr-un zigzag și să se înceapă gradarea după întrerupere, pornind de la o valoare rotundă, apropiată de nivelul minim al termenilor (al momentelor sau intervalelor de timp).

Scanned with OKEN Scanner

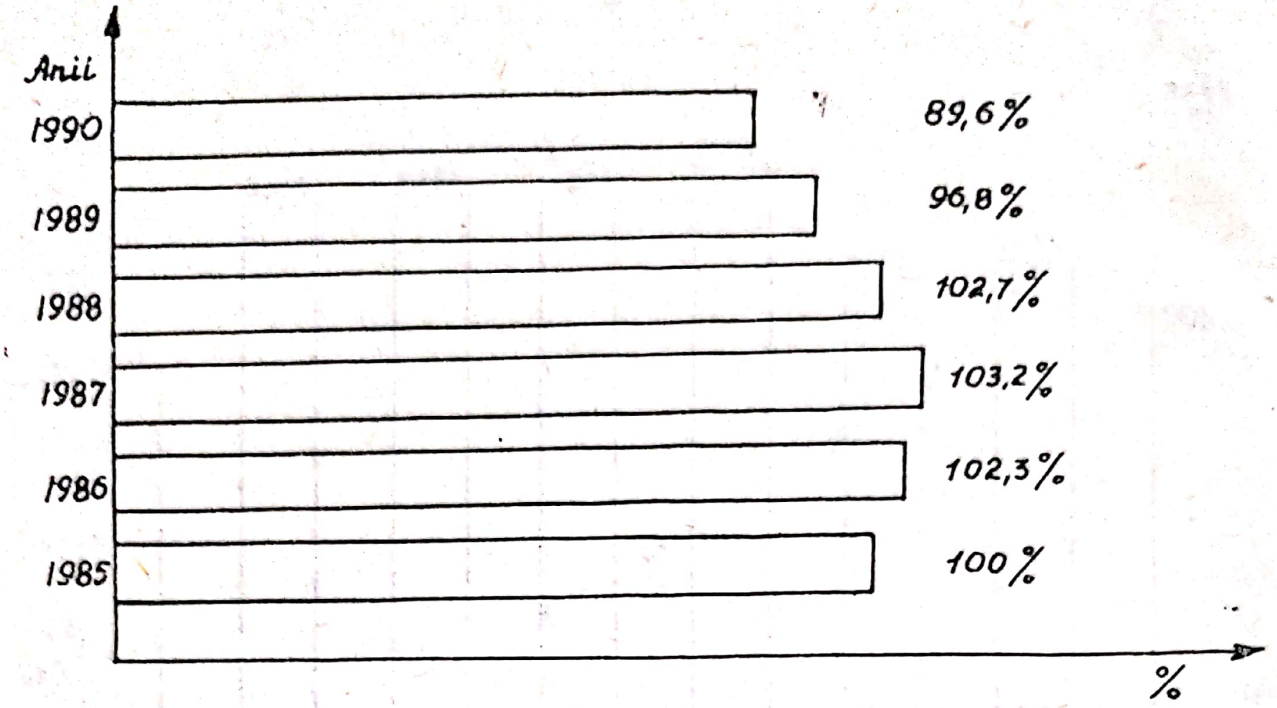


Fig. 10.7. Dinamica produsului intern brut al României în perioada 1985--1990

Evoluția în timp a unui fenomen prezentat într-o SCR poate fi vizualizată și cu ajutorul *diagramelor prin coloane*. In cazul SCR de momente, din fiecare moment de timp dispus pe axa absciselor se ridică, perpendicular pe axă, cîte o coloană a cărei înălțime este proporțională cu valorile termenilor. In cazul SCR de intervale (de flux) coloanele se fixează la mijlocul intervalelor. Se recomandă ca baza coloanelor să aibă aceeași lățime, iar distanta dintre coloane să fie proporțională cu mărimea intervalului de timp (fig. 10.6). In locul coloaneleor se pot folosi alte figuri geometrice.

Aplicația 10.3. In unele cazuri seriile cronologice se pot reprezenta grafic și cu ajutorul *diagramelor prin benzi* (fig. 10.7). Aceste diagrame se recomandă atunci cînd se urmărește simultan evoluția a doi indicatori strîns legați între ei. De exemplu, veniturile și cheltuielile, exportul și importul, numărul de bărbați și femei pe grupe de vîrstă (în această situație se obține «piramida vîrstelor» (fig. 3.5) etc. In cazul diagramei prin benzi axele de coordonate își schimbă locul, în sensul că pe verticală se dispune timpul, iar pe orizontală se trec termenii SCR. Benzile au aceeași bază pe scara timpului, iar lungimea lor este proporțională cu valorile termenilor.

In practică există situații cînd valorile termenilor SCR sînt puternic afectate de variații sezoniere ciclice. Pentru vizualizarea acestor SCR se utilizează *diagramele polare*. Aceste diagrame numite și *diagrame radiale* sau *diagrame în spirală* se construiesc, de regulă, cu ajutorul rețelelor radiale. Astfel, pe circumferința cercului

Scanned with OKEN Scanner

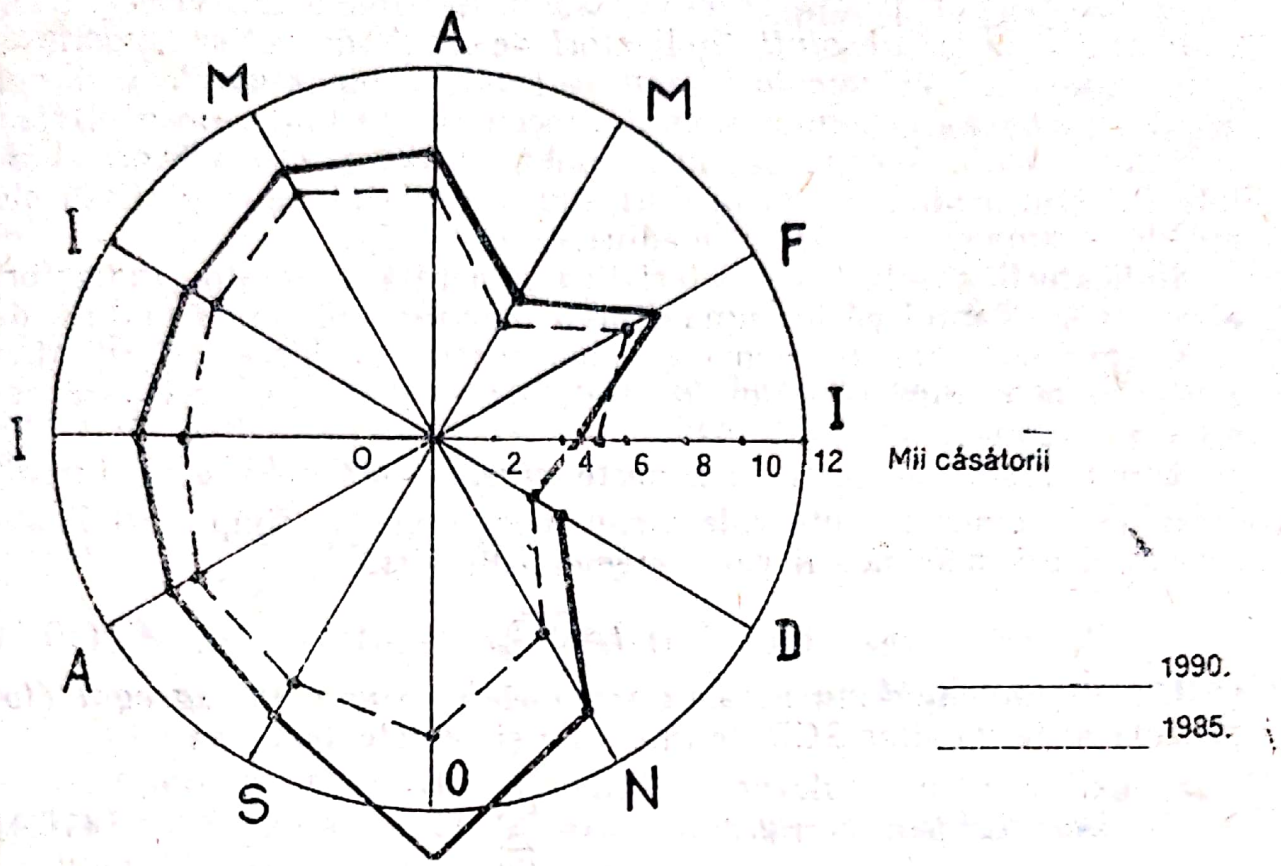


Fig. 10.8. Variația lunară a căsătoriilor în mediul rural (România) în 1985

se vor nota ciclurile periodice ale timpului (trimestre, luni, săptămîni, zile, ore ale zilei etc.), iar pe razele cercului se vor fixa termenii SCR (fig. 10.8).

Prin urmare, reprezentarea grafică permite înțelegerea rapidă a informațiilor conținute în SCR analizată, a mărimii și direcțiilor de variație în timp, a omogenității datelor, a punctelor de inflexiune intervenite în evoluția de timp cercetat De asemenea, graficul unei SCR înlesnește formularea ipotezelor și a funcțiilor cu care se modelează evoluția fenomenelor. Aceasta înseamnă că graficul SCR prezintă o funcție operațională (sugerează modalitățile de prelucrare a SCR), o funcție analitică (fiind un suport intuitiv de analiză a SCR), precum și o funcție de popularizare a informațiilor statistice în rîndul nespecialiștilor.

10.4.2. Sistemul de indicatori ai seriilor cronologice

Pentru caracterizarea complexă a evoluției în timp a unui fenomen sau proces economico-social din termenii unei SCR se calculează un sistem de indicatori statistici. Acest sistem se structurează după modul de calcul și de exprimare, după natura SCR pre-

lucrată etc. După modul de calcul și de exprimare indicatorii SCR sînt: a) *indicatori absoluți* (indicatori de nivel, de volum, modificarea absolută); b) *indicatori relativi* (indicele de dinamică, sporul relativ, valoarea absolută a unui procent din ritmul sporului): c) *indicatori medii*. Aceștia din urmă pot fi calculați din mărimi absolute (nivelul mediu, sporul mediu) sau din mărimi relative (indicele mediu de dinamică și ritmul mediu).

Indicatorii absoluți. Caracteristica generală a acestor indicatori o reprezintă faptul că exprimă starea fenomenului într-o unitate de timp (perioadă sau moment) și modificările absolute, în unitățile concrete de măsură (kg, m, m^2, lei, etc.) în care se măsoară fenomenul cercetat.

Din această categorie face parte *nivelul* (mărimea etc.) înregistrat de fenomen în intervalele sau momentele de timp $t=\overline{0, T}$ observate. Deci, mărimea fiecărui element din șirul:

$$\{Y_t\} \quad t=\overline{0, T}. \tag{10.3}$$

Un alt indicator din această categorie este *volumul agregat (totalizat)* al termenilor SCR de intervale și se calculează astfel:

$$y_0+y_1+y_2+\ldots+y_t+\ldots+y_T=\sum_{t=0}^{T} Y_t. \tag{10.4}$$

Acest indicator este utilizat cu precauție, deoarece nu toate variabilele sînt însumabile. De exemplu, mărimile relative de intensitate (productivitatea muncii, costurile unitare etc.) nu sînt însumabile direct. De asemenea, acest indicator nu se calculează pentru o SCR de momente (din stoc), deoarece este lipsit de sens și conținut.

Modificarea absolută (sporul absolut, creșterea sau descreșterea absolută) se calculează ca diferență dintre doi termeni ai seriei și exprimă cu cîte unități de măsură a crescut (sau a scăzut) nivelul fenomenului înregistrat într-o perioadă oarecare față de o perioadă, bază de comparație. Relația de calcul este următoarea:

$$\Delta^{y}_{t/t'}=Y_t-Y_{t'}; \quad \begin{pmatrix} t,\ t'=\overline{0, T} \\ t\neq t' \end{pmatrix}. \tag{10.5}$$

Baza de comparație poate fi însă fixă (constantă) sau mobilă (variabilă). Din această cauză se pot distinge:

— **modificarea absolută cu bază fixă** se obține prin compararea prin diferență a fiecărui termen al seriei cu unul din termenii seriei (uneori din afara seriei) numit bază fixă de comparație. Astfel,

$$\Delta^{y}_{t/0}=y_t-y_0, t=\overline{1, T}. \tag{10.6}$$

Scanned with OKEN Scanner

Alegerea bazei fixe de comparaţie presupune o analiză calitativă pentru a asigura comparabilitatea indicatorilor comparaţi;

— **modificarea absolută cu bază mobilă** (variabilă sau în lanţ) se obţine comparînd mărimea indicatorilor fiecărei perioade cu mărimea indicatorilor din perioada precedentă:

$$\Delta^y_{t/t-1} = y_t - y_{t-1};\ t = \overline{1, T}. \qquad (10.7)$$

Între modificarea absolută cu bază fixă şi cu bază în lanţ există următoarele relaţii:

— suma modificărilor absolute cu bază în lanţ (mobilă) este egală cu modificarea absolută a indicatorului din ultimul an faţă de cel din primul an al seriei:

$$\sum_{t=1}^{T} \Delta^y_{t/t-1} = \Delta^y_{1/0} + \Delta^y_{2/1} + \Delta^y_{3/2} + \ldots +$$
$$+ \Delta^y_{T-1/T-2} + \Delta^y_{T/T-1} = (y_1 - y_0) + (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + \ldots +$$
$$+ (y_{T-1} - y_{T-2}) + (y_T - y_{T-1}) = y_T - y_0 = \Delta^y_{T/0}; \qquad (10.8)$$

— diferenţa dintre două modificări absolute cu bază fixă (succesivă) este egală cu modificarea absolută a mărimii indicatorului unui an faţă de cea a anului precedent:

$$\Delta^y_{t/0} - \Delta^y_{t-1/0} = (y_t - y_0) - (y_{t-1} - y_0) = y_t - y_{t-1} = \Delta^y_{t/t-1} \qquad (10.9)$$

Relaţiile de trecere de la o bază la alta se utilizează, în special, cînd nu se dispune de o serie iniţială, alcătuită din termeni reali (înregistraţi). În cazul în care SCR sînt periodizate, baza de comparaţie poate fi primul termen al subperioadei analizate sau ultimul termen al perioadei precedente.

Indicatori relativi. Indicatorii exprimaţi în mărimi relative au un rol deosebit în analiza şi metodologia statistică, deoarece reflectă într-o formă sintetică aspectele dinamicii fenomenelor social-economice. În esenţă aceşti indicatori exprimă mărimea proporţiei sau decalajului dintre valorile individuale, ale aceleiaşi caracteristici, din unităţi de timp diferite.

Aceşti indicatori se calculează prin raportarea termenilor seriei, fiind, deci, mărimi relative de dinamică. Utilizarea mărimilor relative în analiza dinamicii fenomenelor economico-sociale se face pentru a măsura de cîte ori nivelul indicatorului dintr-o perioadă este mai mare (sau mai mică) decît cel ales ca bază de comparaţie, cu cît s-a modificat nivelul indicatorului în perioada raportată faţă de cel din perioada bază de raportare. La fel ca modificările absolute, modificările relative se calculează atît cu bază fixă, cît şi cu bază mobilă (în lanţ).

Scanned with OKEN Scanner

Din această grupă de indicatori deosebim: indicii de dinamică (sau simplu indici) și ritmul de modificare relativă (sau simplu ritm).

Indicele de dinamică se exprimă sub formă de coeficient sau în procente și reflectă de cîte ori s-a modificat nivelul unui fenomen dintr-o perioadă față de nivelul perioadei considerată bază de comparație (fixă sau mobilă).

Indicele cu bază fixă se obține raportînd termenii seriei la un termen ales ca bază fixă de comparație ($I^y_{t/0}$):

$$I^y_{t/0} = \frac{y_t}{y_0} \cdot 100, \qquad (10.10)$$

unde: y_t — termenul corespunzător momentului sau intervalului de timp t; $(t=\overline{1,T})$; y_0 — termenul corespunzător bazei fixe de comparație.

Indicele de dinamică cu bază mobilă se obține comparînd prin raportare termenul fiecărui interval (moment) de timp cu termenul intervalului (momentului) precedent ($I^y_{t/t-1}$);

$$I^y_{t/t-1} = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100; \; t=\overline{1,T}. \qquad (10.11)$$

Dacă indicii de dinamică cu bază fixă sau mobilă sînt supraunitari, atunci desemnează creșterile, iar dacă sînt subunitari, semnifică reduceri (scăderi).

Între șirul de indici cu bază fixă și cei cu bază în lanț (mobilă) există anumite relații, numite și relații de trecere de la o bază la alta.

Deci, prin produsul indicilor cu bază în lanț pînă la un interval sau moment t se obțin indici cu bază fixă:

$$I^y_{1/0} \cdot I^y_{2/1} \ldots I^y_{t-1/t-2} I^y_{t/t-1} = \frac{y_1}{y_0} \cdot \frac{y_2}{y_1} \ldots \frac{y_{t-1}}{y_{t-2}} \cdot \frac{y_t}{y_{t-1}} = \frac{y_t}{y_0} =$$
$$= I^y_{t/0} \text{ cu } t=\overline{1,T}; \qquad (10.12)$$

— prin raportarea succesivă a indicilor cu bază fixă se obțin indici cu bază mobilă (în lanț):

$$I^y_{t/0} : I^y_{t-1/0} = \frac{y_t}{y_0} : \frac{y_{t-1}}{y_0} = \frac{y_t}{y_{t-1}} = I^y_{t/t-1}, \text{ cu } t=\overline{1,T}. \qquad (10.13)$$

Aceste relații de trecere de la o bază la alta se pot verifica pe baza datelor din tabelul 10.3, coloanele 4 și 5.

Analiza dinamicii (evoluției) unui fenomen la nivel macroeconomic nu se poate efectua independent de ceea ce s-a programat (planificat) și realizat în fiecare interval de timp. Aceasta înseamnă

Scanned with OKEN Scanner

Aplicația 10.4

Tabelul 10.3

Sistemul de indicatori absoluți și relatvi într-o serie cronologică

Anii	Populația totală la 1 iulie (mii persoane) y_t	Modificarea absolută a totalului populației (mii persoane)		Indicele de dinamică cu bază (%)		Ritmul modificării relative cu bază (%)		Valoarea absolută a unui procent din ritmul sporului cu bază mobilă
		Baza fixă $\Delta^y_{t/0}$	Baza mobilă $\Delta^y_{t/t-1}$	Fixă $I^y_{t/0}$	Mobilă $I^y_{t/t-1}$	Fixă $R^y_{t/0}$	Mobilă $R^y_{t/t-1}$	Bază mobilă $A^y_{t/t-1}$
1982	22477,7	0	—	100,00	—	0	—	—
1983	22553,1	75,4	75,4	100,34	100,34	0,34	0,34	224,8
1984	22624,5	146,8	71,4	100,65	100,31	0,65	0,31	225,5
1985	22724,8	247,1	100,3	101,10	100,44	1,10	0,44	226,2
1986	22823,5	345,8	98,7	101,54	100,43	1,54	0,43	227,2
1988	22940,4	462,7	116,9	102,06	100,51	2,06	0,51	228,2
1989	23151,6	673,9	98,0	103,00	100,43	3,00	0,43	230,5
1990	23206,7	729,00	55,1	103,24	100,24	3,24	0,24	231,5

Sursa: Anuarul Statistic al României, 1991, p. 44.

Scanned with OKEN Scanner

că analiza şi calculul indicelui de dinamică trebuie să se efectueze în funcţie de gradul de îndeplinire a programului şi de sarcina de program (plan) dintr-o perioadă. Astfel,

$$I^y_{p/0} = \frac{y_p}{y_0}; \quad I^y_{t/p} = \frac{y_t}{y_p} \qquad (10.14)$$

$$I^y_{t/0} = I^y_{p/0} \cdot I^y_{t/p},$$

unde: y_p — nivelul programat pentru intervalul t; y_0 — nivelul realizat în perioada de bază de comparaţie (fixă sau mobilă); $I^y_{t/0}$ — gradul (procentul) sarcinii de plan (program) în anul t; $I^y_{t/0}$ — gradul (procentul) îndeplinirii programului (planului) în anul t; $I^y_{t/0}$ — indicele de dinamică ($t = \overline{1,T}$).

Ritmul de modificare relativă sau ritmul sporului, sau simplu ritm (R) este un alt indicator relativ al SCR. El se obţine ca raport între modificarea absolută (cu bază fixă sau mobilă) şi mărimea termenului din anul bază de comparaţie sau prin diferenţa dintre indicele de dinamică (exprimat în procente) şi 100. Avem deci:

— ritm cu bază fixă ($R^y_{t/0}$)

$$R^y_{t/0} = \frac{\Delta^y_{t/0}}{y_0} \cdot 100 = \frac{y_t - y_0}{y_0} \cdot 100 = I^y_{t/0} \cdot 100 - 100; \qquad (10.15)$$

— ritm cu bază mobilă ($R^y_{t/t-1}$

$$R^y_{t/t-1} = \frac{\Delta^y_{t/t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100 = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100 = I^y_{t/t-1} \cdot 100 - 100. \qquad (10.16)$$

Ritmul se mai poate exprima şi sub formă de coeficient. Această modalitate de exprimare este utilizată mai rar, deoarece creează dificultăţi de interpretare.

Ritmul, fie că este calculat cu bază fixă sau mobilă, arată cu cîte unităţi sau cu cît la sută (spre deosebire de indicele care exprimă de cîte ori sau de cît la sută) s-a modificat termenul comparat faţă de cel luat ca bază de comparaţie. În tabelul 10.3, în coloanele 6 şi 7 s-a exemplificat calculul ritmului cu bază fixă şi mobilă.

În cazul în care într-o SCR există două variabile interdependente pe baza ritmurilor se caracterizează elasticitatea. Elasticitatea dintre variabila factorială (cauză) şi variabila rezultativă (efect) se caracterizează statistic ca raport între modificarea relativă a variabilei dependente şi modificarea relativă a variabilei factoriale. În acest scop se calculează *coeficienţii de elasticitate* (E), introduşi de Marshall (1890). Astfel, pe baza ritmului cu bază fixă:

Scanned with OKEN Scanner

$$E_{t/0} = \frac{\Delta^y_{t/0}}{y_0} : \frac{\Delta^x_{t/0}}{x_0} = \frac{R^y_{t/0}}{R^x_{t/0}}, \qquad (10.17)$$

unde x — variabila cauză (factorială), y — variabila rezultativă (efect);

— pe baza ritmului cu bază mobilă:

$$E_{t/t-1} = \frac{\Delta^y_{t/t-1}}{y_{t-1}} : \frac{\Delta^x_{t/t-1}}{x_{t-1}} = \frac{R^y_{t/t-1}}{R^x_{t/t-1}}. \qquad (10.18)$$

Dacă luăm în considerare cererea de consum a unei mărfi (Q) și prețul mărfii respective (P) pe o anumită perioadă de timp, putem avea cazuri de cerere elastică, de cerere nelimitată și elasticitate unitară.

În funcție de mărimea coeficienților de elasticitate cererea populației pentru consumul diferitelor produse poate fi:

— elastică, dacă $|E|>1$;

— inelastică, dacă $|E|<1$;

— elasticitate unitară sau proporțională, dacă $|E|=1$.

Prin combinarea modificărilor absolute (sporului absolut) cu modificările relative (ritmul) se obține un alt indicator al SCR numit *valoarea absolută a unui procent din ritmul de modificare*. El se calculează astfel:

— cu bază fixă ($A^y_{t/0}$):

$$A^y_{t/0} = \frac{\Delta^y_{t/0}}{R^y_{t/0} \cdot 100} = \frac{y_0}{100}, \text{ pentru orice } t=\overline{1,T}; \qquad (10.19)$$

— cu bază mobilă ($A^y_{t/t-1}$):

$$A^y_{t/-1} = \frac{\Delta^y_{t/t-1}}{R^y_{t/t-1} \cdot 100} = \frac{y_{t-1}}{100}, \quad \text{cu } t=\overline{1,T}. \qquad (10.20)$$

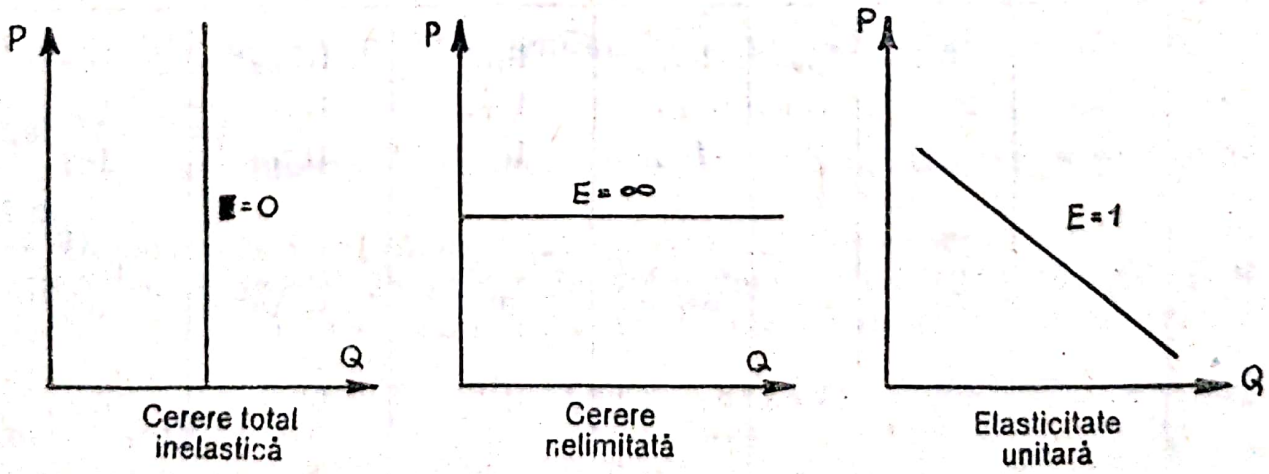


Fig. 10.9. Elasticitatea cererii

Scanned with OKEN Scanner

Acest indicator s-a calculat în tabelul 10.3, col. 8. Raționamentul de obținere a relațiilor (10.19) și (10.20) se bazează pe repartizarea uniformă a modificării absolute Δ, pe procentele ritmului de creștere R. Însă, acest lucru este echivalent cu luarea în considerare a unui procent din valoarea termenului ales ca bază de comparație. Valoarea absolută a unui procent din ritmul de modificare este, deci, un indicator absolut ca mod de exprimare și relativ ca mod de calcul. El arată cîte unități de măsură revin unei creșteri de un procent.

O problemă deosebită care se ridică pentru calculul indicatorilor absoluți și relativi ai SCR o reprezintă, după cum s-a arătat, alegerea bazei de comparație, deoarece de mărimea acesteia depinde valoarea indicatorilor rezultați prin comparare. De exemplu, dacă se utilizează o bază de comparație de valoare sau mărime mică, atunci pot rezulta valori mari și chiar foarte mari (uneori exagerate) ale indicatorilor derivați și invers. Pentru a elimina acest neajuns se recomandă ca baza de comparație să fie aleasă după o argumentare științifică, dacă se urmărește caracterizarea evoluției pe perioade omogene, delimitate prin periodizare, se recomandă utilizarea bazelor mobile, variabile de la o perioadă la alta. Dacă este necesară evidențierea regularităților din evoluția fenomenului, atunci se aleg baze mobile. În cazul în care se urmărește determinarea liniei generale a dezvoltării, este necesar să se stabilească o bază fixă, comună pentru toți termenii comparați. Baza fixă de comparație poate fi termenul corespunzător oricărui interval sau moment de timp din cadrul SCR. Pentru asigurarea comparabilității datelor este necesar ca baza de comparație să nu fie prea îndepărtată, în timp, de intervalul sau momentul care se compară.

Situațiile prezentate demonstrează că evoluția unui fenomen se poate caracteriza în complexitatea sa prin următoarea matrice:

t \ t	0	1	2 ...	t−1	t ...	T−1	T
0	0^1	$I_{1/0}$	$I_{2/0}$...	$I_{t-1/0}$	$I_{t/0}$...	$I_{T-1/0}$	$I_{T/0}$
1	$\Delta_{1/0}$	0^1	$I_{2/1}$...	$I_{t-1/1}$	$I_{t/1}$...	$I_{T-1/1}$	$I_{T/1}$
2	$\Delta_{2/0}$	$\Delta_{2/1}$	0^1...	$I_{t-1/2}$	$I_{t/2}$...	$I_{T-1/2}$	$I_{T/2}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
t−1	$\Delta_{t-1/0}$	$\Delta_{t-1/1}$		$\Delta_{t-1/2}$...0^1	$I_{t/t-1}$...	$I_{T-1/t-1}$	$I_{T/t-1}$ (10.21)
t	$\Delta_{t/0}$	$\Delta_{t/1}$	$\Delta_{t/2}$...	$\Delta_{t/t-1}$	0^1	$I_{T-1/t}$	$I_{T/t}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
T−1	$\Delta_{T-1/0}$	$\Delta_{T-1/1}$	$\Delta_{T-1/2}$	$\Delta_{T-1/t-1}$	$\Delta_{T-1/t}$ ...	0^1	$I_{T/T-1}$
T	$\Delta_{T/0}$	$\Delta_{T/1}$	$\Delta_{T/2}$	$\Delta_{T/t-1}$	$\Delta_{T/t}$ ...	$\Delta_{T/T-1}$	0^1

Scanned with OKEN Scanner

Din prezentarea indicatorilor absoluți și relativi rezultă că SCR pot fi formate atît din termeni absoluți, cît și din date relative. Formele generale ale SCR formate din indicatori derivați sînt următoarele:

$$\left[\begin{matrix} t \\ \Delta^y_{t/0} \end{matrix}\right]; \quad \left[\begin{matrix} t \\ \Delta^y_{t/t-1} \end{matrix}\right]; \quad \left[\begin{matrix} t \\ I^t_{t/t-1} \end{matrix}\right]; \quad \left[\begin{matrix} t \\ R^y_{t/0} \end{matrix}\right]; \quad \left[\begin{matrix} t \\ R^y_{t/t-1} \end{matrix}\right];$$
$$\left[\begin{matrix} t \\ A^y_{t/t-1} \end{matrix}\right]; \quad (t=\overline{1,T}).$$

Trecerea de la SCR formate din indicatori derivați la SCR cu termeni absoluți (cum sînt seriile inițiale) $\{y_t\}$ $t=\overline{1,T}$ se face utilizînd combinat relațiile dintre indicatorii relativi și absoluți prezentați.

Indicatorii medii ai SCR. Indicatorii absoluți și relativi caracterizează variabilitatea termenilor seriei. Pentru a evidenția, însă, nivelul central al unei caracteristici dintr-o SCR este necesar calculul indicatorilor medii.

Primul indicator mediu din această categorie este *nivelul mediu* $(\overline{y})$. Calculul nivelului mediu se justifică numai dacă termenii SCR sînt omogeni din punct de vedere statistic, adică în orizontul de timp al SCR nu există oscilații foarte ample. Nivelul mediu se calculează diferențiat pentru SCR de intervale (flux)' și SCR de momente (stoc).

Pentru SCR de intervale, termenii acestora fiind însumabili, nivelul mediu se calculează cu ajutorul mediei aritmetice simple a termenilor. Deci,

$$\overline{y}=\frac{\sum_{t=0}^{T} y_t}{T+1}; \quad \frac{0 \quad 1 \quad 2 \quad 3}{y_0 \quad y_1 \quad y_2} \cdots \frac{t \quad t+1}{y_t \quad y_{t+1}} \cdots \frac{T-1 \quad t,}{y_{T-1}} \qquad (10.22)$$

unde $\sum_{t=0}^{T} y_t$ — suma termenilor SCR pe orizontul de timp analizat $(t=\overline{0,T})$;

$T+1$ — numărul de termeni ai SCR sau numărul segmentelor de timp.

Generalizând raționamentul de mai sus, se observă că $T+1$ este diferit de numărul de intervale, în raport cu care s-a format SCR. Astfel, dacă valoarea cumulată $\Sigma_t + y_t$ este producția fizică anuală, indiferent de lungimea intervalelor t pe care s-au înregistrat termenii inițiali ai seriei, nivelul y_t, după concretizarea corespunzătoare a lui T, poate semnifica producția medie zilnică, lunară etc.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru calculul nivelului mediu într-o SCR de momente este necesar să se aibă în vedere că termenii acesteia sînt mărimi de stoc neînsumabili. În cazul acestor SCR, prin calculul mediei se urmăreşte determinarea unei valori tipice pe un interval de timp delimitat de momentele evidenţiale în serie. Nivelul mediu al mărimilor de stoc se utilizează pentru a se putea compara acestea cu mărimile de flux cu care se află în interdependenţă, obţinîndu-se pe această cale noi indicatori derivaţi.

Determinarea nivelului mediu într-o SCR de momente presupune ca mediile calculabile pe intervalele de timp de lungimi diferite să fie corelate în aşa fel încît din mediile specifice intervalelor mici să se obţină medii pe intervale de timp mai lungi de timp. În cazul în care datele iniţiale ale unei anumite variabile se referă la sfîrşitul (sau începutul) fiecărei luni pe baza mediilor lunare calculate se obţin medii trimestriale, semestriale şi media anuală.

Dacă momentele de observaţie se despart prin intervale egale de timp (cum ar fi, de exemplu, lunile, trimestrele etc.) mediile pe intervalele elementare iniţiale se calculează ca medii aritmetice simple ale valorilor aflate la capetele intervalelor respective. Deci, dacă este o serie de momente egal distanţate, atunci

$$\underbrace{y_1\ y_2}_{1}\ \underbrace{y_2\ y_3}_{2}\ \cdots\ \underbrace{y_{t-1}\ y_t}_{t-1}\ \cdots\ \underbrace{y_{T-1}\ y_T}_{T-1} \rightarrow t; \tag{10.23}$$

$$\bar{y}_{t-1} = \frac{y_{t-1} + y_t}{2},\quad t = \overline{2, T}. \tag{10.24}$$

Din aceste medii $\bar{y}_{t-1}$ $(t = \overline{2, T})$ obţinute pentru intervalele elementare se calculează medii aritmetice pentru intervale de timp mai lungi. De exemplu, dacă datele iniţiale se referă la începutul fiecărei luni $y_1, y_2, \ldots, y_{12}$ $(T = 12)$ se calculează mediile lunare, iar pe baza lor — media trimestrială

$$\bar{y}_{TR.I} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \frac{y_3 + y_4}{2}}{3} =$$

$$= \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \frac{y_4}{2}}{3} \quad \text{etc.} \tag{10.25}$$

Pe baza mediilor trimestriale se calculează mediile semestriale şi apoi media anuală (10.26):

$$y_{AN.} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + y_4 + \ldots + y_{11} + \frac{y_{12}}{2}}{11}. \tag{10.26}$$

Scanned with OKEN Scanner

Prin generalizare se obține media cronologică simplă, care este o formă transformată a mediei aritmetice:

$$\bar{y}_{CR.} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + \dots + y_t + \dots + y_{T-1} + \frac{y_T}{2}}{T-1}. \qquad (10.27)$$

Dacă momentele de timp ale SCR sînt distanțate la intervale neegale, media pe întregul orizont al seriei se calculează ca o medie cronologică ponderată. Principiul care stă la baza determinării unei astfel de medii este asemănător cu cel al mediei aritmetice și anume raportul dintre volumul agregat al variabilei analizate pe o anumită perioadă și lungimea perioadei. Deoarece termenii unei SCR de momente nu sînt însumabili pentru calculul volumului agregat vom considera y o funcție, continuă, de timp, $y=f(t)$. Atunci nivelul mediu ar putea fi calculat după relația:

$$\bar{y} = \frac{\int_1^T f(t)\,dt}{\int_1^T dt}. \qquad (10.28)$$

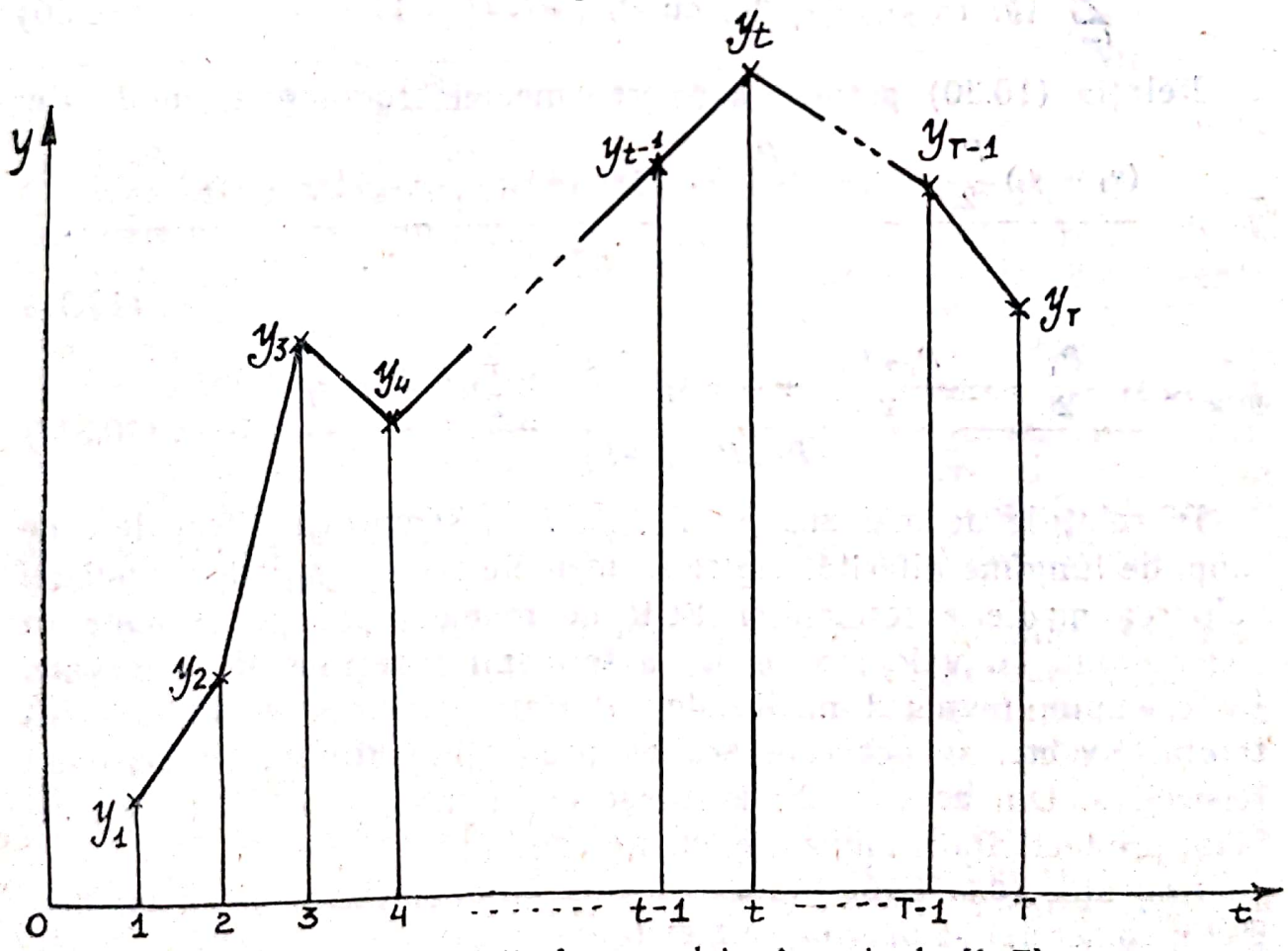


Fig. 10.10. Evoluția fenomenului y în perioada [1, T]

Scanned with OKEN Scanner

Estimarea nivelului mediu după relaţia (10.28) este posibilă ori de cîte ori se cunoaşte funcţia $y=f(t)$, care exprimă tendinţa fenomenului analizat pe orizontul de timp al SCR. Deoarece de cele mai multe ori funcţia $y=f(t)$ nu se cunoaşte sau în serie nu se manifestă o tendinţă obiectivă de creştere sau descreştere, pe orizontul $[1, T]$ aproximăm evoluţia fenomenului între două momente de timp succesive cu o dreaptă. Cu cît distanţele dintre momente vor fi mai mici, cu atît aproximările vor fi evident mai reduse (fig. 10.10).

Se observă că valoarea agregată a lui y din fiecare interval $[t-1]-t$ coincide cu aria trapezului obţinut prin aproximarea tendinţei cu un segment de dreaptă (10.29). Deci,

$$(y_{t-1}+y_t)\cdot\frac{t-(t-1)}{2};\quad (t=\overline{1,T}). \tag{10.29}$$

Prin însumarea ariilor t ale tuturor trapezelor care se pot forma în orizontul $[1, T]$ se obţine

$$\sum_{t=2}^{T}(y_{t-1}+y_t)\cdot\frac{P_{t-1}}{2};\ \text{cu}\ P_{t-1}=t-[t-1]. \tag{10.30}$$

Relaţia (10.30) permite obţinerea mediei cronologice ponderate:

$$\bar{y}_{CR.}=\frac{(y_1+y_2)\frac{P_1}{2}+(y_2+y_3)\frac{P_2}{2}+\ldots+(y_{t-1}+y_t)\frac{P_t}{2}+\ldots+(y_{T-1}+y_T)\frac{P_{T-1}}{2}}{P_1+P_2+\ldots+P_T}. \tag{10.31}$$

$$\bar{y}_{CR.}=\frac{y_1\frac{P_1}{2}+y_2\frac{P_1+P_2}{2}+\ldots+y_{T-1}\frac{P_{T-2}+P_{T-1}}{2}+y_T\frac{P_{T-1}}{2}}{P_1+P_2+\ldots+P_T}. \tag{10.31'}$$

În relaţiile de mai sus P_1, P_2, ..., P_{T-1} semnifică intervalele de timp, de lungime diferită, dintre momentele seriei. In cadrul analizei valoarea medie a termenilor SCR de momente se poate pune în concordanţă cu valoarea medie a termenilor seriilor de intervale. De exemplu, numărul mediu de salariaţi, valoarea medie a capitalului fix etc. se pot compara cu producţia obţinută în perioada respectivă. Din aceste comparaţii se obţin indicatorii calitativi: nivelul productivităţii muncii, eficienţa capitalului fix etc.

Aplicaţia 10.6. Evoluţia stocului de produse finite de la un magazin comercial se prezintă astfel (datele sînt convenţionale):

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 10.4

Timpul	Mărimea stocului (mii lei)
1.I.1991	50 850
1.II.1991	48 950
1.III.1991	49 370
1.IV.1991	53 410
1.VI.1991	50 630
1.X.1991	55 100
1.I.1992	40 400

Nivelul mediu anual al stocului de produse va fi:

$$\bar{y}_{CR} = \frac{50\,850 \cdot \frac{30}{2} + 48\,950 \cdot \frac{30+30}{2} + 49\,370 \frac{30+30}{2} + 53\,410 \frac{30+60}{2}}{\frac{30}{2} + \frac{30+30}{2} + \frac{30+30}{2} + \frac{30+60}{2} + \frac{60+120}{2}} =$$

$$= \frac{+ 50\,630 \cdot \frac{60+120}{2} + 55\,100 \frac{120+90}{2} + 40\,400 \frac{90}{2}}{\frac{120+90}{2} + \frac{90}{2}} = 50\,767 \text{ mii lei}$$

În mod asemănător, aplicînd relaţiile (10.24)—(10.25) şi (10.31), se poate calcula stocul mediu lunar, trimestrial şi semestrial.

Pentru SCR de momente cu intervalele neegale între momente, media cronologică este singurul indicator care caracterizează seria. Ceilalţi indicatori nu se pot calcula pentru o astfel de serie, deoarece nu este îndeplinită condiţia de uniformitate a periodicităţii cu care s-au înregistrat termenii SCR, nu este asigurată condiţia de comparabilitate a termenilor din punctul de vedere al variaţiei în timp. O astfel de situaţie se întîlneşte cînd termenii SCR provin din observări special organizate în timp, de tipul inventarierii sau recensămîntului.

Un alt indicator mediu este *modificarea medie absolută* sau *sporul mediu absolut*. Acest indicator se calculează pe baza modificărilor absolute (sporurilor absolute) care descriu evoluţia de la un interval/moment de timp la altul. Aceste modificări absolute sînt calculate cu baza mobilă ($\Delta^{y}_{t/t-1}$) conform relaţiei (10.7). Se ştie că numărul de modificări absolute cu bază mobilă este T—1 (unde T — numărul de termeni iniţiali ai SCR), iar cumularea acestora se face conform relaţiei (10.8). Modificarea medie absolută (notată cu $\bar{\Delta}$) reprezintă acea modificare (spor) absolută care, dacă ar

substitui fiecare modificare absolută cu bază mobilă, valoarea lor cumulată nu s-ar modifica:

$$\Delta^{y}_{2/1}+\Delta^{y}_{3/2}+\ldots+\Delta^{y}_{T/T-1}=\underbrace{\bar{\Delta}+\bar{\Delta}+\ldots\bar{\Delta}}_{\text{de } T-1 \text{ ori}}=(T-1)\ \bar{\Delta}. \qquad (10.32)$$

De aici, în mod evident, se obține următoarea relație de calcul:

$$\bar{\Delta}=\frac{\sum_{t=2}^{T}\Delta^{y}_{t/t-1}}{T-1}=\frac{(y_2-y_1)+(y_3-y_2)+\ldots+(y_T-y_{T-1})}{T-1}=$$

$$=\frac{y_T-y_1}{T-1}. \qquad (10.33)$$

Modificarea medie absolută se numește *spor mediu*, în cazul unor tendințe crescătoare, sau *reducerea medie absolută*, în cazul în care există o tendință evident descrescătoare. Reprezentativitatea sporului mediu (reducerii medii) este asigurată numai dacă modificările absolute cu bază mobilă sînt omogene, aproximativ egale. Condiția existenței unei variații minime între sporurile (reducerile) anuale cu bază mobilă trebuie cu atît mai mult respectată cu cît așa cum rezultă și din (10.33), modificarea medie absolută se calculează și pe baza diferenței dintre primul și ultimul termen al SCR, fără să se ia în considerare termenii intermediari (sau «istoricul» procesului sau fenomenului dintre intervalele/momentele de timp 1 și T). Prin urmare, o repartizare uniformă a diferenței (y_T-y_1) pe intervale se justifică numai dacă șirul termenilor unei SCR formează o progresie aritmetică, ceea ce ar însemna că evoluția procesului sau a fenomenului analizat se desfășoară cu o regularitate liniară. Dacă în șirul termenilor unei SCR nu se manifestă această regularitate liniară, ci se manifestă tendințe opuse, pe grafic acestea ar corespunde unei evoluții sub forma unei parabole de gradul doi (cu punct de minim sau maxim) — atunci se impune divizarea SCR în două părți și calculul separat al sporului (reducerii) mediu absolut. Numai după aceste operații se calculează valoarea tipică pentru întreaga SCR.

Pe baza sporurilor absolute cu bază mobilă, calculate în tabelul 10.3, col. 3, care sînt destul de apropiate între ele, aplicînd relația 10.33 se obține următorul spor mediu anual:

$$\bar{\Delta}=\frac{75{,}4+71{,}4+\ldots+98{,}00+55{,}1}{9-1}=\frac{729}{8}=91{,}1 \text{ mii loc.}$$

Aceasta înseamnă că în perioada 1982—1990 populația României a crescut anual în medie cu 91,1 mii locuitori.

Un alt indicator mediu care se calculează pentru a caracteriza sintetic evoluția unui fenomen sau proces este *indicele mediu de*

Scanned with OKEN Scanner

dinamică. Acest indicator mai este denumit și *indice mediu de creștere/reducere* ($\bar{I}$). Mărimea lui $\bar{I}$ se calculează prin intermediul celor $T-1$ indici cu bază mobilă, calculați cu relația (10.11) și al valorii lor sintetizate pe întreaga perioadă (10.12).

Deci, indicele mediu de dinamică ($\bar{I}$) reprezintă acea valoare care, dacă ar substitui toți indicii cu bază mobilă, produsul acestora nu s-ar modifica. Prin urmare,

$$I^y_{2/1} \cdot I^y_{3/2} \cdot I^y_{4/3} \ldots I^y_{T/T-1} = \underbrace{\bar{I}.\bar{I}. \ldots \bar{I}}_{\text{de } T-1 \text{ ori}} = \bar{I}^{T-1}. \tag{10.34}$$

$$\bar{I} = \sqrt[T-1]{I^y_{2/1} \cdot I^y_{3/4} \ldots I^y_{T/T-1}} = \sqrt[T-1]{\prod_{t=2}^{T} I^y_{t/t-1}}. \tag{10.35}$$

Dacă avem în vedere relația (10.12), atunci

$$\bar{I} = \sqrt[T-1]{\frac{y_T}{y_1}} = \sqrt[T-1]{I^v_{T/1}}, \tag{10.35'}$$

unde $T-1$ — numărul de indici cu bază mobilă.

Relațiile (10.34), (10.35) evidențiază faptul că indicele mediu $\bar{I}$ arată de cîte ori (dacă se exprimă sub formă de coeficient) sau cît la sută (dacă se exprimă în procente) s-a modificat (a crescut sau s-a redus) fenomenul analizat, în medie, de la un interval/moment de timp la altul, în cadrul orizontului SCR.

Dacă, $\bar{I} = \begin{cases} <1 \text{ sau } 10\%, \text{ atunci el semnifică reducerea;} \\ =1 \text{ sau } 10\%, \text{ atunci se semnifică staționaritatea;} \\ >1 \text{ sau } 100\%, \text{ atunci el semnifică creșterea.} \end{cases}$

De asemenea se observă că pentru calculul indicelui mediu pot fi folosite relațiile (10.36) și (10.37), care apelează la tabelul de logaritmi:

$$\log \bar{I}^y = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^{T} \log I^y_{t/t-1} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^{T} \log \frac{y_T}{y_1}; \tag{10.36}$$

$$\bar{I} = \text{antilog } (\log \bar{I}). \tag{10.37}$$

Mărimea indicelui mediu de dinamică, calculată ca o medie geometrică, este reprezentativă pentru fenomenul prezentat în cadrul SCR numai în cazul cînd indicii de dinamică cu bază mobilă sînt aproximativ egali. După cum rezultă și din (10.35'), indicele mediu se poate calcula și în funcție de raportul dintre termenii externi ai SCR și imaginea seriei, fără să ia în considerare nici un termen intermediar. Deci, calculul indicelui mediu de dinamică ca

Scanned with OKEN Scanner

o medie geometrică se justifică numai atunci cînd şirul termenilor SCR formează o progresie geometrică sau evoluţia fenomenului analizat se desfăşoară cu o regularitate exponenţială. Dacă, însă, termenii unei SCR evidenţiază o desfăşurare a fenomenului sub forma unei parabole, în calculul indicelui mediu se recomandă utilizarea nu a mediei geometrice, ci a mediei parabolice[1].

In cazul în care cerinţa de mai sus nu este satisfăcută, variaţia dintre indicii cu bază mobilă fiind destul de pronunţată, se impune periodizarea SCR în k intervale de timp omogene succesive în timp. Pentru fiecare din aceste intervale de timp se va calcula cîte un indice mediu de dinamică parţial cu relaţia (10.35) sau (10.35′). Pentru întregul orizont de timp se va calcula un indice mediu de dinamică ca o medie geometrică ponderată a indicilor medii parţiali. Aceasta înseamnă că indicele mediu de dinamică $\bar{I}$ al întregului orizont al seriei are acea valoare care, dacă substituie toţi indicii medii parţiali, calculaţi pentru intervalele de timp de lungime diferită, produsul acestora nu se modifică. Deci,

$$\bar{I}_1^{T_1} \cdot \bar{I}_2^{T_2} \dots \bar{I}_{k-1}^{T_{k-1}} = \bar{\bar{I}}^{T_1} \cdot \bar{\bar{I}}^{T_2} \dots \bar{\bar{I}}^{T_2} = \bar{\bar{I}}^{\sum_{j=1}^{k} T_j}; \qquad (10.38)$$

$$\bar{I} = \sqrt[\sum_{j=1}^{k} T_j]{\bar{I}_1^{T_1} \cdot \bar{I}_2^{T_2} \dots \bar{I}_{k-1}^{T_{k-1}}} = \sqrt[\sum_{j=1}^{k} T_j]{\prod_{j=1}^{k-1} \bar{I}_j^{T_j}}, \qquad (10.39)$$

unde $\bar{I}_j$ — indicele mediu (parţial) de dinamică pentru intervalul j; T_j — numărul de indici cu bază mobilă în funcţie de care se calculează după (10.35); $\bar{I}_j$ — ceea ce înseamnă că T_j este direct proporţional cu lungimea intervalului; k — numărul de intervale omogene în care s-a periodizat orizontul SCR şi coincide cu numărul de indici medii parţiali de dinamică.

Ritmul mediu al dinamicii ($\bar{R}$), întîlnit şi sub denumirea de *ritm de creştere/reducere, ritm mediu de modificare relativă* sau simplu *ritm mediu al sporului*, exprimat în procente, este un alt indicator mediu al SCR utilizat frecvent în analizele economice. El exprimă cu cîte procente fenomenul analizat s-a modificat în medie de la un interval/moment de timp la altul. Acesta se obţine pe baza relaţiei dintre indice şi ritm sau ca diferenţă între indicele mediu de dinamică exprimat în procente şi 100 (bază de comparaţie). Deci,

$$\bar{R}^{\%} = \bar{I}^{\%} \cdot 100 - 100. \qquad (10.40)$$

[1] *Moineagu C., Negrilă I., Urseanu V.* Statistica. Concepte, principii, metode. Editura ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1976, p. 145.

Scanned with OKEN Scanner

Din datele prezentate în aplicația 10.5 se constată că atît indicii, cît și ritmurile de creștere a populației României de la an la an prezintă valori apropiate și justifică calculul indicelui mediu și al ritmului mediu după relațiile (10.35), (10.35′) și (10.40). Deci,

$$\bar{I} = \sqrt[9-1]{1{,}0034 \cdot 1{,}0031 \cdot \ \ldots \ \cdot 1{,}0024} = \sqrt[8]{1{,}0324} = 1{,}003994$$ sau 100,4% și $\bar{R} = 0{,}3994\%$ sau 0,4%.

Valorile obținute evidențiază faptul că populația României în intervalul 1982—1990 a crescut anual în medie cu 100,4% sau cu 0,4%.

În concluzie, indicatorii calculați pe baza termenilor SCR prin modalitățile lor de calcul sînt legați între ei formînd un sistem concret. Acesta oferă informații analitice și sintetice destul de cuprinzătoare despre modul de desfășurare în timp a unui fenomen sau proces în măsura în care sînt respectate cerințele metodologice esențiale.

10.5. MODELAREA STATISTICĂ A SCR

Sistemul de indicatori ai SCR ca și reprezentarea grafică sînt necesare, dar nu și suficiente pentru cunoașterea «istoricului» fenomenului sau procesului urmărit. Informațiile obținute în această etapă a demersului statistic trebuie adîncit cu metode adecvate pentru evidențierea și măsurarea componentelor evoluției.

Potrivit teoriei lui W. M. Pearson, în cadrul unei SCR de lungime suficient de mare pot fi sesizate patru tipuri de schimbări: 1) schimbări care au loc în decursul fiecărui an, ca rezultat al succesiunii anotimpurilor; 2) schimbări datorate unei mișcări de durată sau tendință seculară care cuprinde un interval mare de timp; 3) schimbări sau oscilații nesistematice; 4) oscilații ciclice sau în formă de unde care pot fi periodice sau neperiodice. În esență, aceste componente reflectă într-o formă sintetică influența factorilor care acționează asupra fenomenului într-un orizont de timp, dacă avem în vedere faptul că fiecare termen al SCR poate fi considerat o variabilă aleatoare, iar întreaga SCR — un eșantion al desfășurării unui proces stohastic.

Pentru a desprinde regularitățile (componentele) din desfășurarea proceselor economico-sociale, iar apoi pe baza lor să se simuleze traiectoriile probabile în viitor, este necesară modelarea SCR. Această etapă din analiza complexă a SCR apelează la teoria probabilităților și statistica matematică.

În istoria modelării statistice a SCR[1] distingem primele încer-

[1] *Trebici V.* (coord.). Mică enciclopedie de statistică, Editura științifică și enciclopedică, București, 1985, p. 244—245.

cări în a doua jumătate a sec. al XIX-lea și în prima jumătate a sec. al XX-lea cînd Clement Juglar (1819—1905), S. W. Jevons (1835—1883) se preocupă pentru evidențierea regularităților ciclice din evoluția fenomenelor economice. Contribuții deosebite au fost aduse de Școala economică de la Harward, reprezentată, în special, de W. M. Pearson și W. C. Mitchel (identificarea și tratarea diferențiată a componentelor SCR). În 1905 Lucien March introduce noțiunile de covariație pentru SCR paralele și de covariație cu întîrziere. Apariția econometriei în jurul anului 1930 (R. Frische, S. Kuznetz, J. Tinbergen) determină o nouă fază mai nuanțată în modelarea (analiza) SCR. Se dezvoltă analiza spectrală (G. M. Jenkins, H. Wold, T. W. Anderson, H. Theill, G. Tintner ș. a.), se analizează autocorelația și tendință generală în SCR. În ultima perioadă se utilizează modelarea SCR în elaborarea variantelor de prognoză. În acest sens amintim contribuțiile lui G. E. P. Box și G. M. Jenkins la lucrarea «Time Series Analysis, Forecasting and Control» (1970) și cele ale lui L. H. Koopmans, G. Calot și O. D. Anderson etc.

10.5.1. Componentele seriilor cronologice

Evoluția unui fenomen sau proces economico-social prezentat într-o SCR oglindește schimbarea, transformarea și dezvoltarea și este esențial condiționată de diferiți factori de influență care determină variabilitatea termenilor. Într-o SCR de lungime suficient de mare, anumite categorii de factori determină componentele sistematice și componentele aleatoare ale evoluției fenomenului sau procesului analizat. Aceasta înseamnă că o etapă importantă în analiza SCR trebuie să o reprezinte identificarea și evaluarea componentelor. Această etapă trebuie, obligatoriu, precedată de verificarea cerințelor de omogenitate și comparabilitate a datelor, a celorlalte cerințe, pe întregul orizont al SCR, de analiza indicatorilor obținuți prin prelucrarea primară.

Intre termenii unei SCR de lungime suficient de mare, datorită acțiunii anumitor categorii de factori de influență, se manifestă o tendință generală, o anumită variație ciclică sau o anumită variație sezonieră și o variație aleatoare (reziduală). Aceasta înseamnă că într-o SCR există, mai mult sau mai puțin pronunțate, următoarele componente.

Tendința generală numită și tendință centrală sau tendință seculară sau simplu trend se notează cu $\{\hat{y}_t\}$ $t=\overline{1, T}$. Această componentă sintetizează variațiile sistematice lente și semnifică o largă mișcare regulată, desfășurată în sens unic (crescător sau descrescător) pe întregul orizont al SCR. Tendința centrală s-a format datorită influenței unor factori esențiali care acționează pe o durată lungă de timp. Dintre acești factori se evidențiază progresul tehnic,

Scanned with OKEN Scanner

dezvoltarea științei, progresul economico-social etc. Trendul se manifestă, de exemplu, sub formă rectilinie, curbilinie, exponențială etc. Se întîlnesc, însă, și cazuri cînd SCR, referindu-se la perioade de timp foarte lungi, manifestă în prima subperioadă o tendință rectilinie după care aceasta se transformă într-o tendință exponențială sau într-o altă formă și invers.

Oscilații periodice. Din diferite cauze într-o SCR se întîlnesc în afara tendinței centrale oscilații sau variații periodice. In funcție de natura factorilor și de mărimea perioadelor sub care se manifestă aceste oscilații, variațiile pot fi *sezoniere* sau *ciclice.*

Oscilațiile sezoniere (S_t) au o repetabilitate ritmică cu o periodicitate constantă de un an. Ele sînt sesizabile numai pe perioade scurte la SCR, ai căror termeni s-au înregistrat pe luni, trimestre, sau pe unități de timp mai scurte. Astfel de oscilații sezoniere se produc sub influența modificării anotimpurilor, a factorilor natural-climaterici (cum ar fi în cazul SCR ce prezintă producția agricolă, producția de construcții, producția de zahăr, conserve etc.) și a factorilor sociali (concedii, sărbători, obiceiuri etc.) care afectează activitatea de turism, comerț etc. Tot din această categorie fac parte și oscilațiile (variațiile) care se manifestă cu o periodicitate mai mică decît anul. De exemplu, activitățile de desfacere a mărfurilor, de prestări servicii etc. sînt afectate de modificări datorate succesiunii zilelor săptămînii. De exemplu, consumul individual de apă potabilă, de energie electrică etc. prezintă oscilații (variații) în cursul zilei etc. O caracteristică esențială a oscilațiilor sezoniere o reprezintă faptul că acestea se produc cu o periodicitate constantă.

Oscilațiile ciclice (fluctuațiile sau variațiile ciclice) sînt notate cu C_t și sînt sesizate cu o repetabilitate în timp la perioade neegale. Factorii de influență (cauzele) care produc aceste oscilații au natură diversă. De exemplu, ciclurile metodologice determină oscilații corespunzătoare producției agricole; moda influențează ciclic volumul și structura producției de confecții, încălțăminte etc. Periodicitatea diferită cu care se succed diferite procese economice cum sînt înnoirea aparatului de producție, formarea și reproducerea ciclică a diferitelor resurse primare (resurse energetice, materii prime, capital fix, forță de muncă), introducerea în exploatare a unor resurse noi, dezvoltarea în salturi a științei și a tehnologiei, restructurarea economiei naționale etc. determină ciclurile economice (cicluri conjuncturale). Factorii de mai sus generează cicluri economice (conjuncturale) și chiar macrocicluri (cicluri lungi) în dezvoltarea economico-socială.

Oscilațiile aleatoare (întîmplătoare) sînt numite și variații reziduale, se notează cu ε_t. Aceste oscilații sînt generate de factori accidentali, neprevăzuți, reziduali și se manifestă sub forma unor abateri de la ceea ce este sistematic în evoluția fenomenului analizat.

Scanned with OKEN Scanner

In categoria factorilor de influență care provoacă oscilații aleatoare se mai includ și erorile de observare (de culegere) a datelor statistice, necunoașterea sau neluarea în considerare a tuturor factorilor esențiali, sistematici etc.

În cadrul aceleiași SCR cele trei componente se combină în decursul evoluției fenomenului, deoarece termenii SCR sînt influențați simultan de toți factorii, indiferent de categoria din care fac parte. Deseori se întîlnesc SCR în care anumiți factori manifestă, comparativ cu alți factori, o influență mai puternică și, deci, o anumită componentă este predominantă față de altele. De asemenea sînt SCR, unde nu se regăsesc toate componentele amintite. De exemplu, SCR care descriu realizările unor procese stohastice staționare nu conțin tendința centrală de evoluție, ci doar oscilații aleatoare și/sau oscilații periodice.

Deoarece influența tuturor categoriilor de factori se manifestă simultan, în termenii SCR separarea componentelor se face pe baza unor ipoteze simplificatoare, pe baza unor abstractizări. Nu există o metodă universal valabilă pentru separarea perfectă a componentelor. Deci, alegerea metodei de delimitare a celor trei componente este o problemă de decizie statistică.

10.5.2. Modele de combinare a componentelor SCR

Cel mai simplu model de combinare a componentelor SCR este modelul aditiv. Acesta are la bază ipoteza de independență a factorilor de influență, care presupune că nivelul observat al indicatorului pentru intervalul/momentul de timp t, cu $t=\overline{1,T}$, rezultă ca o sumă a componentelor:

$$y_t=\hat{y}_t+S_t+C_t+\varepsilon_t;\ t=\overline{1,T}. \qquad (10.41)$$

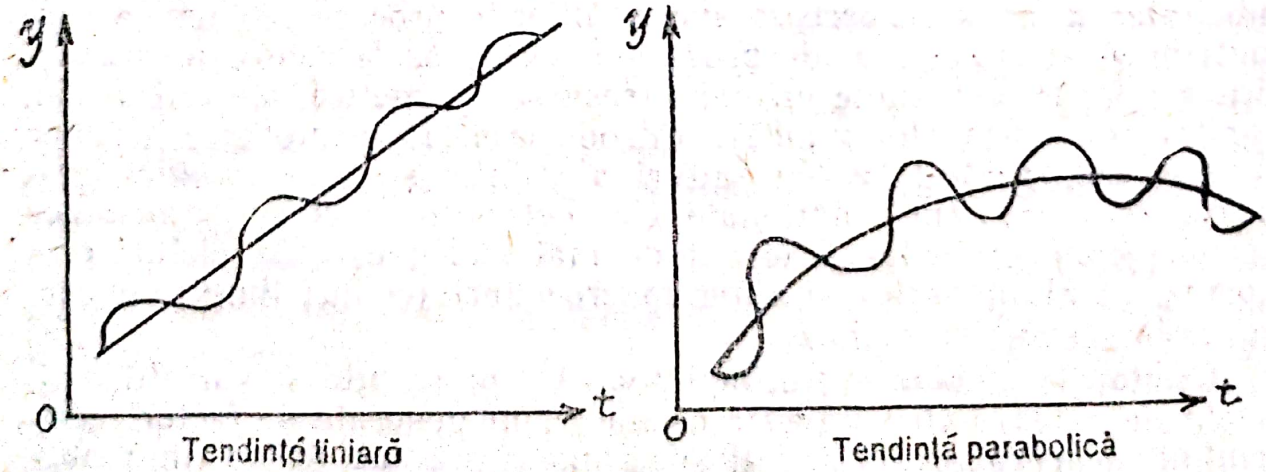


Fig. 10.11. Modelul aditiv de combinare a componentelor SCR

Graficul cu un astfel de model se prezintă în fig. 10.11.

În cazul în care SCR prezintă termenii desfășurați pe ani și luni (trimestre), este necesar să se țină seama de periodicitatea înregistrării datelor. Deci, modelul (10.41) se prezintă sub următoarea formă:

$$y_{ij} = \hat{y}_{ij} + S_j + \mathcal{E}_{ij}, \tag{10.42}$$

unde $i = \overline{1, n}$ reprezintă numărul curent al anului (perioadei); $j = \overline{1, m}$ — numărul de ordine al subperioadei (de exemplu, al lunilor, trimestrelor etc.); S_j — componenta sezonieră care ia aceeași valoare în fiecare subperioadă j a tuturor perioadelor i. Ea nu se prezintă ca o variabilă cu valori observate.

Legătura dintre indicele $t = \overline{1, T}$ din relația (10.41) și indicii $i = 1, n$, respectiv $j = \overline{1, m}$, ai celor $n \cdot m = T$ termeni din relația (10.42) se poate exprima astfel:

$$t = m(i-1) + j. \tag{10.43}$$

Din modelul (10.41) rezultă:

— seria cu tendința centrală eliminată:

$$y_t - \hat{y}_t = S_t + C_t + \mathcal{E}_t; \tag{10.44}$$

— seria desezonalizată. Aceasta este seria din care se elimină influența factorilor sezonieri, atunci cînd se presupune predominantă componenta S_t, ($C_t + \mathcal{E}_t$ poate fi minimă sau nulă):

$$y_t - s_t = \hat{y}_t + c_t + \mathcal{E}_t; \tag{10.45}$$

— seria din care se elimină influența factorilor sezonieri și a tendinței centrale numită și serie desezonalizată și fără tendință:

$$Y_t - \hat{Y}_t - S_t = C_t + \mathcal{E}_t; \tag{10.46}$$

— seria din care se elimină tendința generală, influența factorilor sezonieri și ciclici și se păstrează numai influența factorilor reziduali:

$$Y_t - \hat{Y}_t - S_t - C_t = \varepsilon_t. \tag{10.47}$$

În anumite cazuri combinarea componentelor unei SCR se face după un model multiplicativ (fig. 10.12). Aceasta presupune că produsul elementelor componente este egal cu termenul empiric al seriei. Combinarea după acest model a componentelor SCR se bazează pe ipoteza existenței unei relații de proporționalitate dintre

Scanned with OKEN Scanner

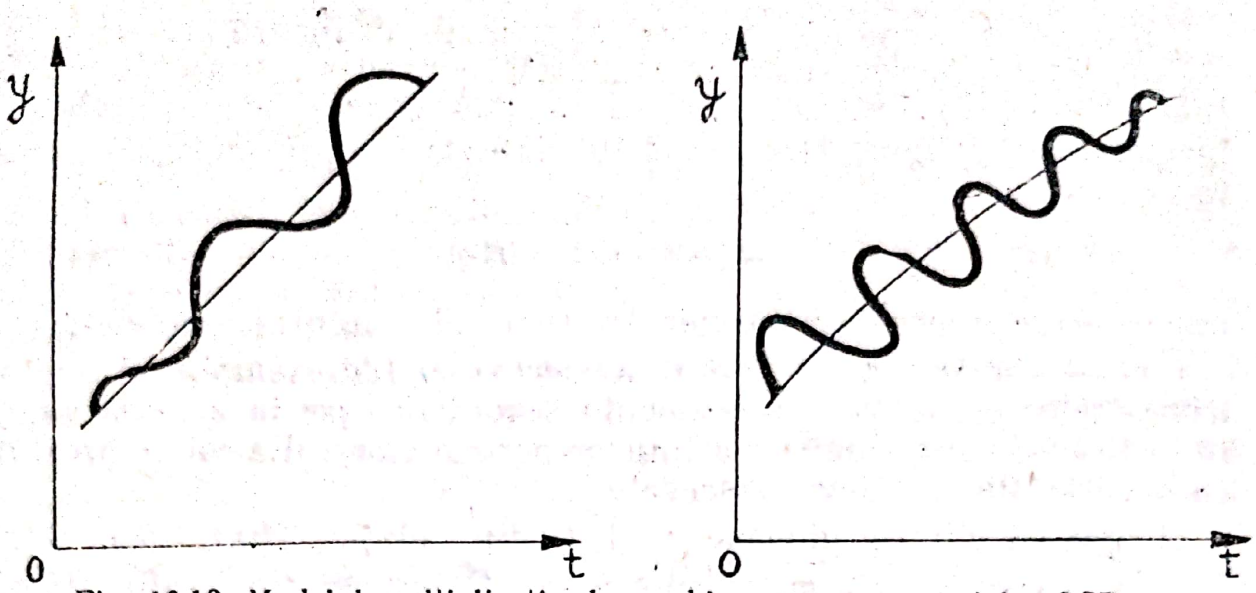


Fig. 10.12. Modelul multiplicativ de combinare a componentelor SCR

factorii de influenţă şi tendinţa generală. Deci, modelul multiplicativ se prezintă sub următoarea formă:

$$Y_t = \hat{y}_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t. \tag{10.48}$$

sau

$$y_{ij} = \hat{y}_{ij} \cdot S_j \cdot \varepsilon_{ij}. \tag{10.49}$$

In cazul în care se liniarizează (prin logaritmare) relaţiile (10.48) sau (10.49) separarea componentelor unei SCR se face după procedeul prezentat în cazul modelului aditiv:

$$\log y_t = \log \hat{y}_t + \log S_t + \log \varepsilon_t \tag{10.50}$$

sau

$$\log y_{ij} = \log \hat{y}_{ij} + \log S_j + \log \varepsilon_{ij}. \tag{10.51}$$

Un alt procedeu de delimitare a componentelor SCR prezentate sub forma (10.48) este următorul:

— se elimină tendinţa generală, obţinîndu-se seria:

$$\frac{y_t}{\hat{y}_t} = S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t, \quad t = \overline{1, T}; \tag{10.52}$$

— se elimină influenţa factorilor sezonieri şi se obţine seria:

$$\frac{y_t}{S_t} = \hat{y}_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t. \tag{10.53}$$

Dacă $C_t \cdot \varepsilon_t = 1$, atunci

$$\frac{y_t}{S_t} = \hat{y}_t, \text{ cu } t = \overline{1, T}; \tag{10.54}$$

Scanned with OKEN Scanner

— se obține seria desezonalizată și fără tendință după relația:

$$\frac{y_t}{\hat{y}_t \cdot S_t} = C_t \cdot \varepsilon_t, \text{ cu } t=\overline{1, T}; \tag{10.55}$$

— se elimină tendința centrală și influența factorilor sezonieri și ciclici, luîndu-se în considerare numai influența factorilor întîmplători (reziduali);

$$\frac{y_t}{\hat{y}_t \cdot S_t \cdot C_t} = \varepsilon_t, \text{ cu } t=\overline{1, T}. \tag{10.56}$$

Analizînd comparativ cele două modele de combinare a componentelor unei SCR (10.44 și 10.48) se observă că valorile individuale ale termenilor care formează componenta tendință generală ($\hat{y}_t$ sau $\hat{y}_{it}$), spre deosebire de sezonalitate, ciclicitate și abaterile aleatoare, nu depind de caracterul aditiv sau multiplicativ al modelelor adoptate. Astfel, în cazul unui model aditiv, spre deosebire de cel multiplicativ, S_j în fiecare subperioadă $j=\overline{1, m}$ se determină ca abateri față de tendință ale termenilor SCR, astfel încît în cadrul fiecărei perioade i suma abaterilor să fie nulă $\sum_{j=1} S_j = 0$.

Componenta aleatoare delimitată are media egală cu zero. De asemenea trebuie să se țină seama de faptul că în cazul modelului aditiv amplitudinea oscilațiilor periodice este aproximativ constantă, în timp ce în cazul modelului multiplicativ aceasta este crescătoare ori descrescătoare. In desfășurarea unui proces prezentat într-o SCR se întîlnesc, însă, și cazuri cînd cele două modele se utilizează combinat.

Alegerea modelului de combinare a influențelor diferitelor categorii de factori este o problemă de decizie care presupune o analiză statistică complexă a fenomenului studiat, a SCR care îl descriu. De obicei, în practică, SCR nu urmează fidel nici unul din cele două modele (se întîlnesec chiar și modele mixte), de aceea se alege modelul care aproximează cel mai bine evoluția reală a fenomenului.

10.5.3. Determinarea tendinței centrale

După cum s-a arătat în modelarea SCR problema principală o reprezintă determinarea tendinței centrale din evoluție ($\hat{y}_t$, $t=\overline{1, T}$). In acest scop se elimină oscilațiile sezoniere, ciclice și aleatoare și se înlocuiesc termenii empirici y_t ($t=\overline{1, T}$) cu $\hat{y}_t$ ($t=\overline{1, T}$). Această operație este cunoscută sub denumirea de ajustare a SCR. Ajustarea SCR se face cu metode mecanice și metode analitice.

Scanned with OKEN Scanner

10.5.3.1. Metode mecanice de ajustare a SCR

Dintre metodele mecanice de ajustare a SCR, utilizate frecvent, evidențiem: metoda mediilor mobile (M.M.M.); metoda grafică; metoda sporului (reducerii) mediu (M.S.M.); metoda indicelui mediu (M.I.M.).

Metoda mediilor mobile (M.M.M.). Aceasta se mai numește și metoda mediei glisante sau alunecătoare. Aplicarea ei se bazează pe proprietatea mediei aritmetice de compensare a erorilor și presupune înlocuirea termenilor reali ai SCR cu mediile mobile calculate. Prin această operație se înlătură influența factorilor care provoacă oscilațiile periodice (ciclice) din cadrul SCR și se obține o nouă SCR care evidențiază mișcarea «largă», continuă a evoluției fenomenului studiat.

Mediile mobile (M.M.) sînt medii aritmetice parțiale calculate din doi, trei sau mai mulți termeni succesivi ai SCR. Numărul termenilor din care se calculează M.M. este stabilit în funcție de periodicitatea oscilațiilor pe care le prezintă seria (fig. 10.13). Cu cît numărul de termeni din care se calculează M.M. este mai mare, cu atît ajustarea este mai pronunțată și cu atît mai «lin» este graficul care se obține prin unirea punctelor fixate, ce reprezintă mediile mobile succesive.

Exemplificăm utilizarea M.M.M. pentru ajustarea unei serii formată din opt termeni $\{ y_t \}_{t=\overline{1,8}}$. Considerăm cazul cînd mediile mobile se calculează dintr-un număr impar de termeni, de exemplu din trei (lungimea perioadei peste $p=3$). Procedura de aplicare a

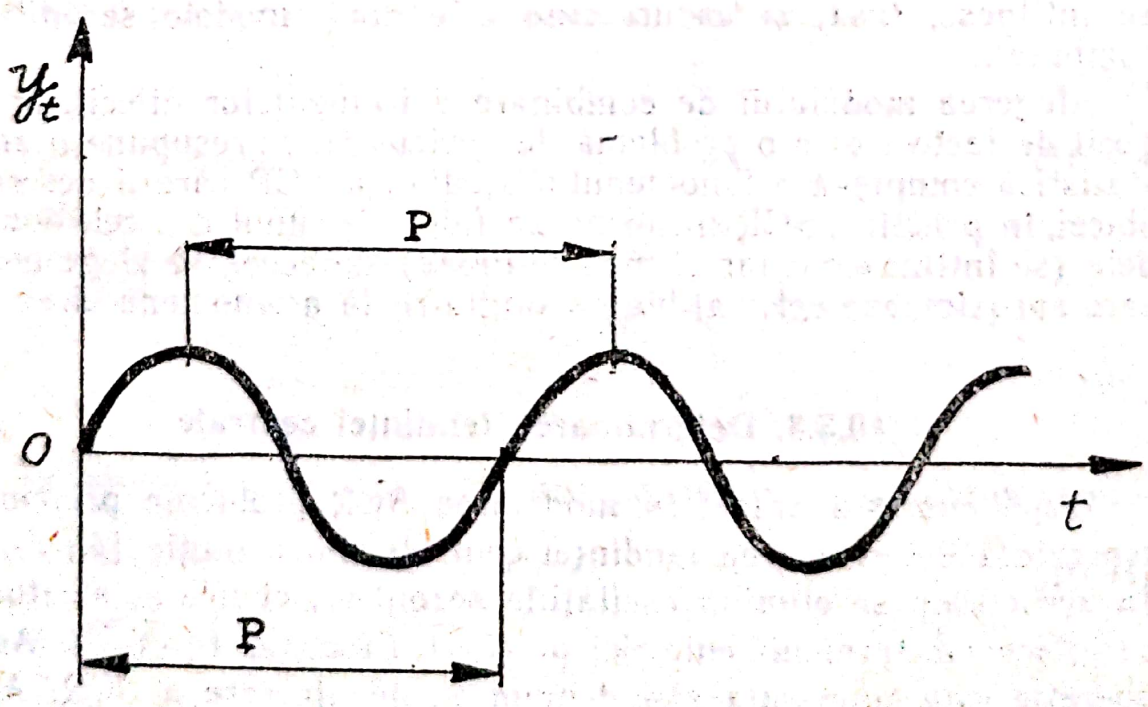


Fig. 10.13. Fenomene cu derivație ciclică

Scanned with OKEN Scanner

metodei este următoarea: se calculează prima medie mobilă din primii trei termeni (y_1, y_2, y_3) ai seriei și se obține primul termen ajustat ($\hat{y}_2$) care îl va înlocui pe y_2, apoi se calculează următoarea medie mobilă, omițînd termenul y_1 și menținînd y_2 și y_3, dar luînd în calcul pe y_4. Se obține astfel al doilea termen ajustat ($\hat{y}_3$) care îl va înlocui pe y_3 ș. a. m. d. Această deplasare, alunecare, succesivă a mediei generează denumirea metodei. Procedura de aplicare a M.M.M. pentru cazul cînd p=3 se redă mai jos.

y_t	Calculul mediilor mobile (M.M.)	Valorile ajustate
y_1	—	—
y_2	$\overline{y_1}=(y_1+y_2+y_3) : 3 \ldots \ldots =$	$\hat{y}_2$
y_3	$\overline{y_2}=(y_2+y_3+y_4) : 3 \ldots \ldots =$	$\hat{y}_3$
y_4	$\overline{y_3}=(y_3+y_4+y_5) : 3 \ldots \ldots =$	$\hat{y}_4$
y_5	$\overline{y_4}=(y_5+y_6+y_7) : 3 \ldots \ldots =$	$\hat{y}_5$
y_6	$\overline{y_5}=(y_5+y_6+y_7) : 3 \ldots \ldots =$	$\hat{y}_6$
y_7	$\overline{y_6}=(y_6+y_7+y_8) : 3 \ldots \ldots =$	$\hat{y}_7$
y_8	—	—

Fig. 10.14. Ajustarea prin M.M.M. cu p impar.

Din algoritmul de ajustare a SCR prin M. M. M. numărul impar de termeni din care se calculează mediile mobile, se constată:

— numărul de medii mobile calculate dintr-un număr impar de termeni este: $k=T-(p-1)$, (10.57)
unde T — numărul de termeni ai SCR; p — numărul de termeni din care se calculează fiecare medie mobilă;

— valorile ajustate $\hat{y}_t$ sînt egale cu valorile mediilor mobile și se plasează în dreptul valorilor reale (corespunzătoare termenilor centrali) care vor fi înlocuite;

— prin acest procedeu de ajustare se pierd $\frac{p+1}{2}$ termeni reali ai seriei. În cazul exemplificat se pierde termenul de la începutul seriei y_1 și cel de la sfîrșitul seriei y_8, deoarece pentru ei nu vor fi valori ajustate;

— tendința generală de evoluție a SCR ajustată prin M.M.M. va fi exprimată de șirul valorilor $\{\hat{y}_t\}$.

În cazul în care mediile mobile sînt calculate dintr-un număr par de termeni (de exemplu $p=4$), procedura de ajustare impune o operație suplimentară. Astfel, într-o primă etapă se calculează mediile mobile după procedeul descris pentru cazul cînd p este impar. Mediile mobile calculate nu reprezintă valorile ajustate, deoarece se

Scanned with OKEN Scanner

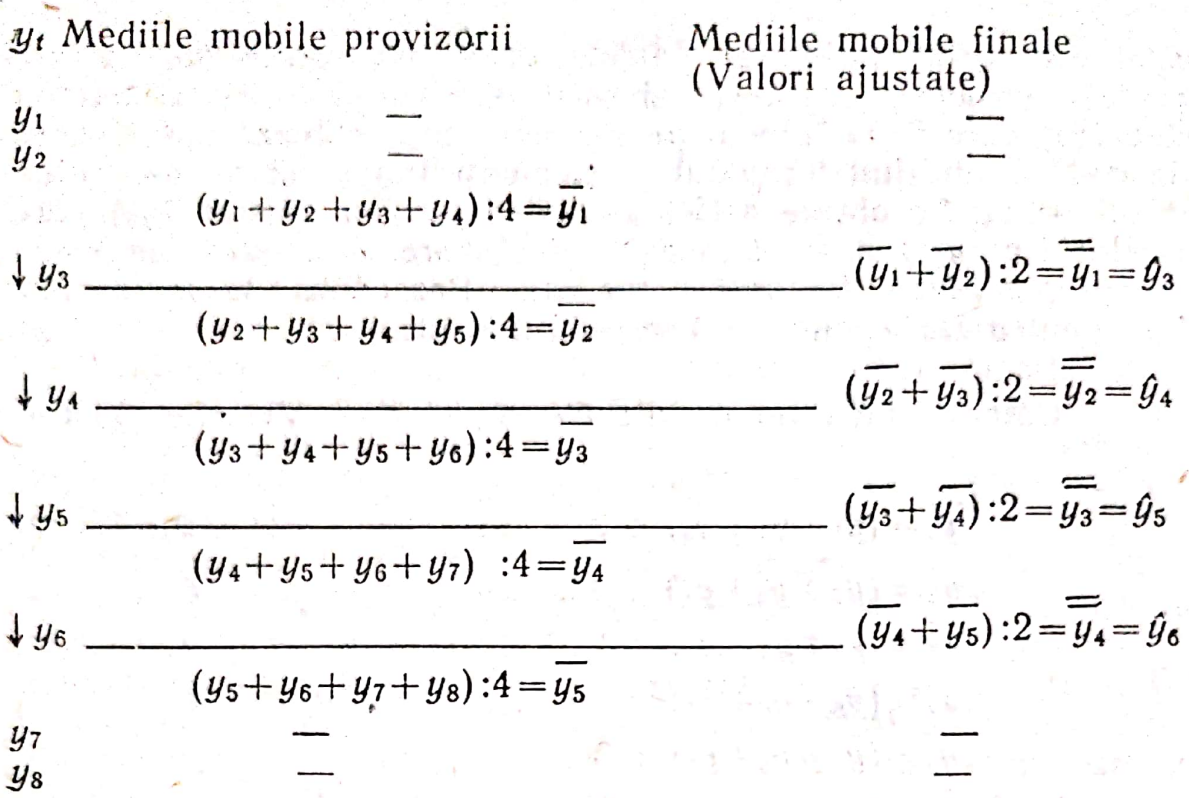


Fig. 10.15. Ajustarea prin M.M.M. cu p par

plasează între termenii reali (fig. 10.15). Ele sînt numite medii mobile provizorii. În etapa a doua se calculează mediile mobile finale dintr-un număr mai redus de M. M. provizorii. În urma acestei operaţii mediile mobile finale se plasează în dreptul termenilor reali şi reprezintă tocmai valorile ajustate ale seriei.

Se observă că în cazul în care M. M. se calculează dintr-un număr par de termeni, se pierd p termenii reali. În general, numărul de termeni iniţiali ai SCR care se pierd este cu atît mai mare cu cît este mai mare numărul de termeni din care se calculează M. M. În afara pierderii de informaţii un alt neajuns al M. M. M. se referă la alegerea numărului de termeni din care se calculează M. M. la stabilirea periodicităţii oscilaţiei. Se recomandă ca într-o primă etapă să se reprezinte grafic SCR (trasarea cronogramei), apoi, în funcţie de aspectul curbei, se stabileşte perioada oscilaţiilor p şi implicat numărul de termeni din care urmează să se calculeze M. M. Acest număr poate fi luat egal cu 2p, 3p etc. De exemplu, dacă dispunem de date lunare, se recomandă să se ia p egal cu 12; dacă datele sînt trimestriale, atunci se va lua p=4 etc.

Din prezentarea M. M. M. de ajustare a SCR se observă că această metodă se recomandă să se aplice pentru determinarea tendinţei generale dacă SCR este afectată de oscilaţii periodice (ciclice). O altă trăsătură care avantajează M. M. M., în comparaţie cu alte me-

Scanned with OKEN Scanner

tode, o reprezintă elasticitatea ei, posibilitatea utilizării acesteia fără ipoteze prealabile rigide care, de regulă, foarte rar pot fi respectate.

Metoda grafică este o altă metodă mecanică de ajustare a SCR. Ajustarea vizuală a SCR se bazează pe ipoteza că totalitatea factorilor de influenţă au o acţiune constantă pe întregul orizont al seriei. Aplicarea acestei metode de ajustare constă în trasarea pe cronogramă a liniei (drepte sau curbe) care uneşte punctele extreme astfel încît abaterile faţă de poziţia valorilor reale să fie minime. Pe baza ajustării vizuale se imprimă aceeaşi formă a schimbării termenilor pe întregul orizont al SCR, se stabileşte funcţia care estimează cel mai bine tendinţa generală.

Metoda sporului (reducerii) mediu (M. S. M.) mai este cunoscută şi sub denumirea de metoda modificării medii absolute. Această metodă se utilizează atunci cînd modificările absolute cu bază în lanţ sînt aproximativ egale sau cînd şirul termenilor SCR se aseamănă cu o progresie aritmetică.

Se ştie că

$$\Delta^{v}_{T/1} = \sum_{t=2}^{T} \Delta^{y}_{t/t-1} \quad \text{sau} \quad y_T - y_1 = \Delta^{y}_{2/1} + \Delta^{y}_{3/2} + \ldots + \Delta^{v}_{T/T/1}.$$

Relaţia dintre primul termen (y_1), ultimul termen (y_T) şi toate modificările absolute cu bază mobilă va fi:

$$y_T = y_1 + \Delta^{v}_{2/1} + \Delta^{y}_{3/2} + \ldots + \Delta^{y}_{T/T-1}. \tag{10.58}$$

Dacă în (10.58) presupunem că modificările absolute cu bază mobilă sînt egale între ele şi cu modificarea medie anuală absolută (ceea ce ar însemna că abaterile celor $T-1$ modificări absolute cu bază mobilă faţă de $\overline{\Delta}$ se compensează reciproc), atunci se obţine:

$$y_T = y_1 + \underbrace{\overline{\Delta} + \overline{\Delta} + \ldots + \overline{\Delta}}_{\text{de T—1 ori}} = y_1 + (T-1)\ \overline{\Delta}, \tag{10.59}$$

unde T — numărul de termeni ai SCR.

Dacă în relaţia (10.59) se ia în considerare variabila $t = \overline{1, T}$, se obţine relaţia de ajustare a termenilor SCR prin M.S.M.:

$$\hat{y}_t = y_1 + (t-1)\ \overline{\Delta},\ t = \overline{1, T}. \tag{10.60}$$

In această relaţie valorile variabilei $t = \overline{1, T}$ se iau în funcţie de bază de ajustare folosită, care, de regulă, este primul termen al SCR. Se observă că dacă $t = 1$, atunci primul termen real (y_1) este egal cu primul termen ajustat ($\hat{y}_1$), iar dacă $t = T$, atunci ultimul termen real al SCR (y_T) este egal cu ultima valoare ajustată:

$$\hat{y}_T = y_1 + (T-1)\ \overline{\Delta} = y_1 + (T-1) \cdot \frac{y_T - y_1}{T-1} = y_T. \tag{10.61}$$

Scanned with OKEN Scanner

O problemă importantă care se ridică la ajustarea SCR prin M.S.M. o reprezintă, după cum se observă, alegerea bazei de ajustare ($t=1$), deoarece nu în toate cazurile aceasta coincide cu primul termen al seriei. Ca bază de ajustare se poate lua orice termen din interiorul SCR. Ca regulă generală se reprezintă graficul SCR, iar în funcție de acesta se alege ca bază de ajustare acel termen care se apropie cel mai mult de linia care unește punctele extreme ale seriei. În această situație valorile variabilei $(t-1)$, cu $t=\overline{1,T}$, vor fi negative pentru termenii aflați înaintea termenului care reprezintă baza de ajustare și pozitive pentru termenii aflați după baza de ajustare.

Metoda indicelui mediu de dinamică (M.I.M.) se aseamănă cu M.S.M. Metoda indicelui mediu se recomandă pentru determinarea tendinței centrale din evoluția fenomenului studiat.

În cazul în care indicii de dinamică cu baza mobilă sînt aproximativ egali sau dacă șirul de termeni ai SCR se aseamănă cu o progresie geometrică cu rația egală cu indicele mediu anual de dinamică, principiul de construire a relației de ajustare a SCR prin M.I.M. are ca punct de pornire relația dintre primul termen, indicii cu bază mobilă și ultimul termen al SCR. Astfel, dacă

$$I_{T/1}=I_{2/1}\cdot I_{3/2}\cdot I_{4/3},\ \ldots,\ I_{T/T-1}=\frac{I_T}{y_1},$$

atunci $y_T=y_1\cdot I_{2/1}\cdot I_{3/2}\cdot I_{4/3}\ \ldots\ I_{T/1-1}.$ (10.62)

În ipoteza în care abaterile indicilor cu bază mobilă se compensează reciproc față de indicele mediu anual de dinamică $(\overline{I})$, relația (10.62) se transformă astfel:

Aplicația 10.5 Tabelul 10.5

Ajustarea seriei cronologice prin M.S.M.

Anii	Populația totală la 1 iulie (mii persoane) y_t	Variabila $t-1$ cu $t=\overline{1,9}$	Valorile ajustate prin M.S.M. $\hat{y}=y_1+(t-1)\overline{\Delta}=22477{,}7+(t-1)91{,}125$ cu $\overline{\Delta}=91{,}125$ și $t=\overline{1,9}$ (mii persoane)
1982	22477,7	0	22477,7+0.91,125=22477,700
1983	22553,1	1	22477,7+(2—1)91,125=22568,825
1984	22624,5	2	22477,7+(3—1)91,125=22659,950
1985	22724,8	3	22477,7+(4—1)91,125=22751,075
1986	22823,5	4	22477,7+(5—1)91,125=22842,200
1987	22940,4	5	22477,7+(6—1)91,125=22933,325
1988	23053,6	6	22477,7+(7—1)91,125=23024,450
1989	23151,6	7	22477,7+(8—1)91,125=23115,575
1990	23206,7	8	22477,7+(9—1)91,125=23206,700

Sursa: Comisia Națională pentru Statistică: Anuarul Statistic al României, 1991, p. 44

Scanned with OKEN Scanner

$$y_T = y_1 \cdot \overbrace{\bar{I} \ldots \bar{I}}^{\text{de } T-1 \text{ ori}} = y_1 \cdot \bar{I}^{T-1}. \qquad (10.63)$$

unde T reprezintă numărul de termeni ai SCR; $T-1$ — numărul indicilor cu bază mobilă.

Luînd în considerare în (10.63) variabila $t=\overline{1,T}$, se obţine relaţia de ajustare a SCR prin M. I. M.:

$$\hat{y}_t = y_1 \bar{I}^{(t-1)}. \qquad (10.64)$$

Observaţiile făcute la M.S.M. asupra bazei de ajustare rămîn valabile şi în cazul M.I.M.

Prin aplicarea M.I.M. pentru ajustarea SCR se observă că:

— dacă $t=1$, atunci $t-1=0$, iar valoarea primului termen real este egal cu prima valoare ajustată ($y_1=\hat{y}_1$);

— dacă $t=T$, atunci $t-1=T-1$, iar valoarea ultimului termen al seriei (y_T) coincide cu ultima valoare ajustată, deoarece

$$\hat{y}_T = y_1 \bar{I}^{(T-1)} = y_1 \left(\sqrt[T-1]{\frac{y_T}{y_1}} \right)^{T-1} = y_T; \qquad (10.65)$$

— dacă pe grafic se trasează linia care uneşte punctele extreme şi se duce prin punctele care reprezintă valorile ajustate, se obţine tendinţa generală vizualizată printr-o curbă exponenţială.

Metoda sporului mediu, metoda indicelui mediu şi metoda grafică în comparaţie cu metoda mediilor mobile se bazează pe faptul că ia în considerare numai primul şi ultimul termen al SCR. Din această cauză ele au caracter mecanic. Aceste metode oferă informaţii utile despre tendinţa generală de evoluţie a fenomenului studiat numai în măsura în care se asigură omogenitatea termenilor SCR, a modificărilor absolute cu bază mobilă, a indicilor cu bază mobilă.

10.5.3.2. Metode analitice de ajustare a SCR

Eliminarea neajunsurilor metodelor mecanice şi determinarea cît mai exactă a tendinţei generale de evoluţie a fenomenului (procesului) prezentat în SCR se realizează prin utilizarea acelor metode care ţin seama de toţi termenii SCR. În acest sens se apelează la metode analitice, care au la bază un model matematic ce presupune că tendinţa centrală a evoluţiei se poate aproxima printr-o funcţie de timp, $\hat{y}_t=f(t)$, numită şi funcţie de ajustare. Aceasta reprezintă, însă, tot o ipoteză, deoarece în realitate evoluţia fenomenului studiat nu depinde de succesiunea timpului, ci de ansamblul factorilor generali şi specifici care acţionează în timp şi determină nivelul fiecărui termen al SCR. Deci, variabila timp este folosită nu ca factor de influenţă, ci numai pentru ordonarea termenilor SCR.

Funcţiile de ajustare sînt, de regulă, funcţiile cunoscute din ma-

Scanned with OKEN Scanner

Aplicația 10.6

Tabelul 10.6

Ajustarea SCR prin M.I.M.

Anii	Populația totală (mii persoane) y_t	Variabila $t-1$ cu $t=\overline{1,9}$	Valorile ajustate prin M.I.M. $\hat{y}_t=\overline{y_1}\overline{T}^{(t-1)}=22477{,}7/(1{,}004)^{t-1}$ cu $\overline{T}\approx 1{,}004$ și $t=\overline{1,9}$ (mii persoane)
1982	22477,7	0	$22477{,}7\cdot(1{,}004)^0=22477{,}7$
1983	22553,1	1	$22477{,}7\cdot(1{,}004)^1=22567{,}611$
1984	22624,5	2	$22477{,}7\cdot(1{,}004)^2=22657{,}881$
1985	22724,8	3	$22477{,}7\cdot(1{,}004)^3=22748{,}513$
1986	22823,5	4	$22477{,}7\cdot(1{,}004)^4=22839{,}507$
1987	22940,4	5	$22477{,}7\cdot(1{,}004)^5=22930{,}865$
1988	23053,6	6	$22477{,}7\cdot(1{,}004)^6=23022{,}588$
1989	23151,6	7	$22477{,}7\cdot(1{,}004)^7=23114{,}678$
1990	23206,7	8	$22477{,}7\cdot(1{,}004)^8=23206{,}700$

Sursa: Comisia Națională pentru Statistică: Anuarul Statistic al României, 1991, p. 44

tematică (funcția de gradul întîi, parabola, hiperbola, funcția exponențială, funcția logistică, funcția polinominală de grad superior — mai mare ca doi etc.). Aceste funcții se stabilesc în raport cu traiectoriile reale ale evoluției în timp a fenomenelor analizate și vizualizate grafic. Procedura generală de alegere a funcțiilor de ajustare are la bază analiza teoretică complexă a fenomenului studiat, reprezentarea grafică a SCR, analiza modificărilor absolute cu bază, a indicilor cu bază mobilă sau alte criterii stabilite riguros.

De exemplu, pe baza graficului trasat sau pe baza diferențelor dintre modificările succesive, cu baze în lanț, care, dacă sînt constante sau aproximativ constante ($\Delta^y{}_{t/t-1}-\Delta^y{}_{t+1/t}=b$ pentru orice $t=\overline{1,T}$), se poate alege ca model de estimare (ajustare) a tendinței funcția de gradul întîi:

$$\hat{y}_t=a+bt, \tag{10.66}$$

unde: $\hat{y}_t$ — valorile ajustate; t — variabila timp; a — parametrii fără semnificație economică concretă; b — parametru (coeficientul unghiular al dreptei) care semnifică viteza schimbării lui y cînd t se modifică cu o unitate. Dacă $b>0$, atunci tendința centrală, obiectivă, de evoluție se manifestă în sens crescător, iar dacă $b<0$, atunci tendința de evoluție se manifestă descrescător. Deci, ajustarea după o linie dreaptă (ca și ajustarea prin M.S.M.) se justifică numai atunci cînd șirul termenilor SCR se aseamănă cu o progresie aritmetică.

Cînd modificările absolute cu bază mobilă se manifestă sub forma unei funcții de gradul întîi (diferența constantă a modificări-

Scanned with OKEN Scanner

lor absolute cu bază mobilă) se recomandă atunci să se aleagă ca model de ajustare funcția de gradul doi:

$$y_t = a + bt + ct^2. \tag{10.67}$$

În cazul în care graficul SCR pune în evidență mai multe puncte de inflexiune caracterizarea tendinței centrale se poate efectua printr-o funcție de grad mai mare decît doi. Și în această situație un criteriu de alegere a funcției de ajustare poate fi stabilit prin studiul modificărilor absolute succesive.

În cazul în care indicii cu bază mobilă sînt aproximativ egali cu indicele mediu, șirul termenilor SCR formează o progresie geometrică și ca model de ajustare se alege funcția exponențială:

$$\hat{y}_t = ab^t. \tag{10.68}$$

Parametrul b (presupus) este aproximativ egal cu indicele mediu de dinamică $\overline{I}$.

De asemenea, există SCR în care termenii seriei prezintă în prima perioadă de timp o creștere lentă, apoi aceasta se accelerează aproape exponențial pînă la un punct de inflexiune, după care ritmul se încetinește, tinzînd către o anumită limită (nivelul de saturație) care nu mai este depășit în continuare. În astfel de situații pentru estimarea tendinței centrale, din evoluția fenomenului studiat se utilizează funcția logistică.

$$\hat{y}_t = \frac{k}{1 + \exp(a + bt)}. \tag{10.69}$$

După etapele alegerii funcțiilor de ajustare, după criteriile prezentate (dar și după altele) este necesar să se estimeze parametrii acestor funcții. Estimarea parametrilor modelelor de regresie se face prin mai multe metode, dar cea mai utilizată este **metoda celor mai mici pătrate** (M.C.M.M.P.)[2]. Această metodă are ca funcție obiectivă minimizarea sumei pătratelor abaterilor valorilor ajustate de la termeni reali:

$$\min \Sigma (y_t - \hat{y}_t)^2. \tag{10.70}$$

Aplicarea M.C.M.M.P. se efectuează asemănător cu estimarea parametrilor modelelor de regresie aplicate în studiul interdependențelor dintre fenomene. Unele deosebiri care apar vizează faptul că în locul variabilei exogene (cauzele) X se ia variabila timp t. Deoarece timpul este o mărime care statistic se măsoară cu ajutorul

---

[1] Se observă că această funcție se adoptă dacă $y'_t = b = 2ct$ și $y'' = 2c$; unde y'_t și y''_t sînt derivatele de ordinul întîi și de ordinul doi ale funcției $\hat{y}_t = a + bt + ct^2$.

[2] Această metodă permite obținerea estimatorilor eficienți și nedeplasați.

scalei de interval, punctul de origine (punctul zero) și unitatea de măsură a variabilei timp t se aleg în mod convenabil pentru rezolvarea sistemului de ecuații. Deci, se face o simplificare destul de importantă, dacă valorile lui t se stabilesc în așa manieră astfel încît $\Sigma t=0$.

Practic acest artificiu simplificator se efectuează astfel:

— dacă SCR este formată dintr-un număr impar de termeni, ca origine ($t=0$) se ia termenul median, restul termenilor fiind plasați simetric, crescător și descrescător, față de $t=0$. De exemplu,

1987	1988	1989	1990	1991	
−2	−1	0	1	2	$\Sigma t=0$

t;

— dacă SCR este formată dintr-un număr par de termeni, originea $t=0$ se ia între termenii mediani; în dreptul acestor termeni valorile lui t se iau —1 și +1, iar în continuare se acordă valori lui t, ținîndu-se seama ca între două valori succesive să existe aceeași diferență, de două unități. De exemplu,

1986	1987	1988	1989	1990	1991	
−5	−3	−1	1	3	5	$\Sigma t=0$

t

Aplicînd M.C.M.M.P. pentru estimarea parametrilor funcției de ajustare din relația (10.66) și, ținînd seama de simplificare $t=0$, sistemul de ecuații normale

$$\begin{cases} Ta+b\Sigma t=\Sigma y_t \\ a\Sigma t+b\Sigma t^2=\Sigma y_t t \end{cases} \text{ devine} \qquad (10.71)$$

$$\begin{cases} Ta=\Sigma y_t \\ b\Sigma t^2=\Sigma (t\cdot y_t). \end{cases} \qquad (10.72)$$

Deci, rezultă că:

$$\begin{cases} a=\dfrac{\Sigma y_t}{T} \\ b=\dfrac{\Sigma t y_t}{\Sigma t^2}. \end{cases} \qquad (10.73)$$

In cazul modelului de ajustare parabolic (10.67) estimarea parametrilor prin M.C.M.M.P. conduce la sistemul următor:

$$\begin{cases} Ta+b\Sigma t+c\Sigma t^2=\Sigma y_t \\ a\Sigma t+b\Sigma t^2+c\Sigma t^3=\Sigma t y_t \\ a\Sigma t^2+v\Sigma t^3+c\Sigma t^4=\Sigma t^2 y_t. \end{cases} \qquad (10.74)$$

Prin alegerea convenabilă a originii vom avea $\Sigma t=\Sigma t^3=0$, iar parametrii a, b, c se obțin din sistemul:

Scanned with OKEN Scanner

$$\begin{cases} Ta - c\Sigma t^2 = \Sigma y_t \\ b\Sigma t^2 = \Sigma t y_t \\ a\Sigma t^2 + c\Sigma t^4 = \Sigma t^2 y_t. \end{cases} \quad (10.75)$$

Pentru estimarea parametrilor modelului exponențial (10.68) este necesară liniarizarea (prin logaritmare) modelului, cerință esențială pentru aplicarea M.C.M.M.P. Deci,

$$\log \hat{y}_t = \log a + t \log b. \quad (10.76)$$

Aplicînd M.C.M.M.P. la forma liniarizată a modelului (10.68), rezultă:

$$\begin{cases} \log a = \dfrac{\Sigma \log y_t}{T} \\ \log b = \dfrac{\Sigma t \log y_t}{t^2}. \end{cases} \quad (10.77)$$

Ilustrăm prin aplicația 10.7 utilizarea modelului liniar și a modelului exponențial de determinare a tendinței generale de evoluție a sporului natural al populației României. Ajustarea prin M.S.M. și M. I. M. nu a fost exemplificată pe baza datelor referitoare la sporul natural al populației, deoarece datele evidențiază o desfășurare oscilantă a procesului studiat.

10.5.3.3. Procedee de apreciere a calității ajustării

Prin aceeași SCR determinarea tendinței centrale necesită utilizarea mai multor metode mecanice sau analitice. Aprecierea calității, «fidelității» ajustării cu fiecare metodă este o altă etapă importantă a demersului statistic de determinare a tendinței generale a evoluției procesului studiat. Realizarea ei este o problemă de decizie statistică care presupune utilizarea unor procedee cît mai obiective.

Un procedeu evident este procedeul comparării șirului valorilor empirice (reale) cu cel al valorilor ajustate sau al comparării vizuale a graficelor trasate pe baza valorilor ajustate cu graficul trasat în același sistem de axe pe baza valorilor empirice. În felul acesta se sesizează amploarea abaterilor valorilor ajustate de la valorile reale și implicit se alege metoda de ajustare care conduce la cele mai apropiate valori de valorile reale.

Un alt procedeu utilizat în același scop este procedeul comparării sumelor valorilor ajustate ($\Sigma \hat{y}_t$) cu suma termenilor reali (Σy_t). Potrivit acestui criteriu metoda care conduce la cea mai bună ajustare este aceea prin care se realizează cea mai mare apropiere a sumei valorilor ajustate de suma valorilor empirice. Raționamentul

Scanned with OKEN Scanner

Aplicația 10.7

Tabelul 10.7

Ajustarea unei serii cronologice printr-o funcție liniară și o funcție exponențială

Anii	Sporul natural al populației (mii persoane)	t	t^2	$y_t \cdot t$	$\hat{y}_t = a + bt = 113{,}1 - 1{,}13t$ (mii persoane)	$\lg y_t$	$t \lg t$	$\hat{y} = ab^t = 110{,}9(0{,}98)^t$ (mii persoane)
1982	120,2	—4	16	—480,4	117,62	2,079904	—8,319616	110,23
1983	87,6	—3	9	—262,8	116,49	1,942504	—5,827512	117,83
1984	117,0	—2	4	—234,0	115,36	2,068186	—4,136370	115,47
1985	112,1	—1	1	—112,1	114,23	2,049605	—2,049605	113,16
1986	134,6	0	0	0	113,10	2,129045	8	110,9
1987	128,9	1	1	128,9	111,97	2,110252	2,111252	108,68
1988	127,7	2	4	255,4	110,84	2,106190	4,212380	106,51
1989	122,2	3	9	366,6	109,71	2,087071	6,261213	104,38
1990	67,7	4	16	270,8	108,58	1,830588	7,322352	102,29
Total	1018,0	0	60	—67,6	1018,0	18,403344	—0,426906	989,45

utilizării acestui procedeu se bazează pe faptul că suma abaterilor valorilor ajustate față de termenii reali trebuie să fie nulă. Aplicînd acest criteriu la datele din tabelul 10.8, se constată că modelul $\hat{y}_t = 113{,}1 - 1{,}13\ t$ estimează cel mai bine tendința de evoluție a sporului natural al populației în perioada 1982—1990.

O altă modalitate de apreciere a calității ajustării are la bază chiar funcția obiectiv a M.C.M.M.P. și anume min $\Sigma\ (y_t - y_t)^2$. Utilizînd acest procedeu, ajungem la concluzia că pentru modelul liniar de ajustare $\Sigma (y_t - \hat{y}_t)^2 = 3708{,}822$, ceea ce înseamnă că acest model estimează cel mai bine trendul fenomenului analizat.

Un alt criteriu frecvent utilizat pentru aprecierea calității modelului de ajustare îl reprezintă compararea mărimii erorii medii pătratice generate de valorile ajustate. În acest scop se utilizează relația următoare:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (y_t - \hat{y}_t)^2}{T'}}, \qquad (10.78)$$

unde T' reprezintă numărul termenilor ajustați.

Dacă la cele mai multe metode de ajustare numărul termenilor ajustați este egal cu cel al termenilor SCR, la metoda mediilor mobile nu se întîlnește același lucru. Pentru modelul liniar mărimea

Scanned with OKEN Scanner

Aplicația 10.8

Tabelul 10.8

Anii	Sporul natural al populației (mii persoane)	Valorile ajustate prin funcția liniară			Valorile ajustate prin funcția exponențială		
		$\hat{y}_t$ (mii persoane)	$\lvert\hat{y}_t - y_t\rvert$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$	$\hat{y}_t$ (mii persoane)	$\lvert\hat{y}_t - y_t\rvert$	$(\hat{y}_t - y_t)^2$
1982	120,2	117,62	2,58	6,654	110,23	9,97	99,401
1983	87,6	116,49	28,89	834,632	117,83	30,23	913,853
1984	117,0	115,36	1,64	2,690	115,47	1,53	9,341
1985	112,1	114,23	2,13	4,537	113,16	1,06	1,124
1986	134,6	113,10	21,50	462,250	110,9	23,7	561,690
1987	128,9	111,97	16,93	286,625	108,68	20,22	408,848
1988	127,7	110,84	16,86	284,260	106,51	21,19	449,016
1989	122,2	109,71	12,49	156,000	104,38	17,82	317,552
1990	67,7	108,58	40,88	1671,174	102,29	44,51	1196,468
Total	1018,0	1018,0	143,9	3708,822	989,45	160,23	3950,293

mediei pătratice este de 20,3 mai mică decît cea obținută pentru varianta modelului exponențial (20.6).

În cazul tendinței parabolice nu se justifică utilizarea erorii medii pătratice drept criteriu de alegere a modelului de ajustare, deoarece la limită parabola de gradul n trece prin toți termenii observați și deci nu mai poate fi considerat un model de estimare a trendului. În acest caz eroarea $\Sigma(y_t - \hat{y}_t)$ este nulă. La baza criteriilor prezentate de aprecierea rapidă a calității ajustării stă reprezentarea grafică atît a valorilor reale cît și a valorilor ajustate.

Pentru alegerea celei mai potrivite funcții de estimare a tendinței o importanță deosebită prezintă analiza calitativă a fenomenului studiat, cunoașterea profundă a domeniului respectiv. Această analiză trebuie să fie completată de utilizarea criteriilor prezentate, precum și a altor criterii dezbătute în literatură. În acest sens Croxton[1] recomandă utilizarea următoarelor criterii pentru alegerea funcțiilor de ajustare:

— dacă diferențele de ordinul întîi ale termenilor SCR au tendința de a fi constante, se recomandă adoptarea dreptei;

— dacă diferențele de ordinul doi (diferența dintre modificările

[1] *Croxton F., Cowden I., Klein S.* Applied General Statistics, Third Edition, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New York, 1967, p. 282—283.

Scanned with OKEN Scanner

absolute cu baza mobilă) au tendința de a fi constante, se recomandă adoptarea parabolei de gradul doi pentru ajustare;

— dacă principalele diferențe au tendința de reducere constantă cu aproximativ un procent, atunci se recomandă funcția exponențială modificată de forma $y=m+ab^x$ (cu m — asimtotă);

— dacă tendința reprezentată pe o rețea aritmetică este aproximată cu o dreaptă se poate adopta pentru ajustare funcția de gradul întîi;

— dacă tendința reprezentată pe o rețea semialgoritmică este aproximată de o dreaptă, se folosește curba exponențială;

— dacă tendința reprezentată pe o rețea semilogaritmică se aseamănă cu o exponențială modificată, se recomandă utilizarea funcției Gompertz: $y=m\ ab^x$.

— dacă tendința reprezentată grafic seamănă cu o funcție exponențială modificată, atunci se recomandă adoptarea pentru ajustare a funcției logistice $\frac{1}{y}=k+ab^x$;

— dacă primele diferențe se manifestă asemănător unei repartiții asimetrice, atunci se recomandă utilizarea funcției Gompertz sau a curbei logistice mai complexe;

— dacă reprezentarea grafică a primelor diferențe este asemănătoare cu o curbă normală de frecvență, atunci se folosește curba logistică;

— dacă primele diferențe ale logaritmilor sînt constante, în ajustare se folosește curba exponențială.

10.5.4. Analiza statistică a oscilațiilor periodice într-o serie cronologică

In afara factorilor care implică tendința generală în evoluția unui fenomen acționează și factori de influență ce determină variațiile periodice ale termenilor față de tendință pe orizontul de timp $\overline{1,T}$ analizat. In funcție de periodicitatea lor oscilațiile se clasifică în oscilații sezoniere și oscilații ciclice. Se pune, deci, problema determinării oscilațiilor (componentei) sezoniere și/sau a oscilațiilor (componentei) ciclice existente între termenii unei SCR.

10.5.4.1. Determinarea componentei sezoniere a S.C.R.

Componenta sezonieră este legată, de regulă, de influența modificării anotimpurilor asupra termenilor unei SCR. Aceasta înseamnă că este necesar să se determine măsura și direcția în care sezonalitatea conduce la abateri ale termenilor unei SCR de la tendința centrală în diferite faze ale perioadei, de obicei ale anului.

Pentru a pune în evidență influența factorilor sezonieri asupra evoluției fenomenului prezentat într-o SCR nestaționară este ne-

Scanned with OKEN Scanner

cesar să se elimine din aceasta influența celorlalte componente (de exemplu, trendul și abaterile aleatoare). În cazul seriilor staționare determinarea efectului sezonalității necesită eliminarea numai a abaterilor aleatoare. Componența sezonieră pusă în evidență oferă informații utile în conducerea activității din industria conservelor, industria zahărului, consumul de energie electrică și de gaze naturale, turism etc., pentru adoptarea măsurilor de prevedere, de ținere sub control, de atenuare și chiar de înlăturare a factorilor cu influență sezonieră. În acest scop sînt elaborate serii cronologice corectate care nu conțin componenta sezonieră, ci numai trendul și abaterile întîmplătoare.

În esență, analiza sezonalității într-o SCR presupune că după stabilirea modelului aditiv sau multiplicativ sub care se manifestă influența factorului sezonier, să se estimeze valorile componentelor S_j sau S_j^* pentru sezoanele $j=\overline{1,m}$. Pentru aceasta se determină variațiile (abaterile) s_j sau indicii de sezonalitate s_j^*. Determinarea variațiilor sezoniere într-o SCR nestaționară necesită determinarea prealabilă a trendului (cu un model analitic sau cu M.M.M.). Determinarea trendului într-o SCR afectată de influențe sezoniere se realizează, de regulă, prin metoda mediilor mobile.

În cazul în care s-a stabilit că influența factorului sezonier se manifestă aditiv, metodologia de determinare a componentei sezoniere presupune un algoritm desfășurat în felul următor:

1. Se calculează diferențele dintre fiecare termen al SCR și valorile corespunzătoare trendului. Pe baza ipotezei formulată cu relația (10.42) se calculează diferențele.

$$y_{ij}-\hat{y}_{ij}=(\hat{y}_{ij}+S_j+\varepsilon_{ij})-y_{ij}=S_j+\varepsilon_{ij}, \qquad (10.79)$$

unde $i=\overline{1,n}$ reprezintă numărul curent al perioadei (anului); $j=\overline{1,m}$ — numărul de ordine al subperioadei (de exemplu, luna, trimestrul etc.).

Aceste diferențe conțin numai componenta sezonieră și componenta aleatoare.

2. Pe baza diferențelor referitoare la același sezon j (trimestru sau lună) se calculează mediile parțiale (pentru fiecare sezon) pentru a înlătura componenta aleatoare:

$$s'_j=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij}-\hat{y}_{ij})=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(S_j+\varepsilon_{ij})=S_j+\frac{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_{ij}}{n}\approx s_j. \qquad (10.80)$$

Aceste medii parțiale sînt estimatorii componentei sezoniere. În cazul în care trendul a fost determinat cu M.C.M.M.P. suma abaterilor

Scanned with OKEN Scanner

sezoniere este nulă $\left(\sum_{j=1}^{m} s'_j = 0\right)$, deci și media lor este nulă. Aceasta se explică prin faptul că

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} y_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \hat{y}_{ij}.$$

Dacă, însă, trendul nu se determină prin M.M.M., compensarea abaterilor sezoniere nu se realizează întotdeauna și, în consecință, se trece la pasul următor.

3. În cazul $\sum_{j=1}^{m} s'_j \neq 0$, pe baza estimatorilor s'_j calculați anterior se determină media $\left(\sum_{j=1}^{m} s'_j\right)/m$, pentru a stabili abaterile scontate de la valoarea teoretică, iar apoi se calculează diferențele dintre esetimatorii s'_j și mediile $\left(\sum_{j=1}^{m} s'_j\right)/m$. Aceste diferențe se numesc abateri sezoniere corectate:

$$s_j = s'_j - \frac{\sum_{j=1}^{m} s'_j}{m} = \frac{\sum_{j=1}^{m} (y_{ij} - \hat{y}_{ij})}{m} = \frac{\sum_{j=1}^{m} s'_j}{m}. \qquad (10.81)$$

Cele m abateri sezoniere calculate prin relația (10.81) semnifică faptul că în fiecare sezon j componenta sezonieră se abate cu $|s_j|$ de la valoarea termenilor care estimează trendul $\hat{y}_{ij}$. Direcția abaterilor sezoniere depinde, în mod evident, de semnul estimatorului s_j.

4. Se determină SCR corectată, formată din diferențele dintre toți termenii y_{ij} și abaterile sezoniere s_j:

$$y_{ij} - s_j \quad (\text{cu } j = \overline{1, m}). \qquad (10.82)$$

În ipoteza $s_j = S_j$ datele corectate prin excluderea sezonalității (10.82) conțin trendul și abaterile aleatoare:

$$y_{ij} = s_j = \hat{y}_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (j = \overline{1, m}). \qquad (10.83)$$

Prin parcurgerea algoritmului prin care se determină componenta sezonieră (presupunînd că $s_j = S_j$) se calculează din relația (10.83) componenta aleatoare.

Concretizarea metodologiei de determinare a componentei sezoniere este efectuată pe baza datelor referitoare la consumul de gaz metan dintr-un departament (date convenționale) în perioada 1988—1991. În aplicația 10.9 tendința de evoluție s-a determinat prin M.M.M., calculate din patru termeni (datele fiind trimestriale). În

Scanned with OKEN Scanner

Aplicația 10.9

Tabelul 10.9

Consumul de gaz metan în departamentul «x»

(mil. m. c.)

Anul i= 1988; 1991	Trim. j=1,4	Consumul de gaz metan mil. m.c. y_{ij}	Suma mobilă din 4 termeni	Tendința prin M.M.M. $\hat{y}_{ij}$	Abaterea $y_{ij}-\hat{y}_{ij}$	Tendința +componenta sezonieră $(\hat{y}_{ij}+s_j)$	Componenta aleatoare $y_{ij}-\hat{y}_{ij}-s_j$	SCR corectată prin excluderea sezonalității $y_{ij}-s_j$
1988	I	7397						6373,22
	II	5512						6523,16
	III	5406	26 000	6508,9	—1102,9	5326,48	+79,52	6588,42
	IV	7686	26 071	6529,3	+1156,7	7699,08	—13,08	6516,22
1989	I	7468	26 163	6544,1	+ 923,9	7567,88	—99,88	6444,22
	II	5604	26 190	6561,3	— 957,3	5550,14	+53,86	6316,16
	III	5433	26 300	6603,1	—1170,1	5420,68	+12,32	6516,42
	IV	7795	26 525	6638,8	+1156,2	7808,58	—13,58	6625,22
1990	I	7693	26 585	6648,8	+1044,2	7672,58	+20,42	6669,22
	II	5664	26 605	6669,4	—1005,4	5658,24	+ 5,76	6675,16
	III	5453	26 750	6700,0	—1247,0	5517,58	—64,58	6635,42
	IV	7940	26 850	6716,3	+1223,7	7886,08	+53,92	6770,22
1991	I	7793	26 880	6722,5	+1070,5	7746,28	+46,72	6769,22
	II	5694	26 900	6737,5	—1043,5	5726,34	—36,34	6705,16
	III	5473	27 000					6655,42
	IV	8040						6870,22

tabelul 10.9 s-au calculat cu relația (10.79) abaterile valorilor reale ale termenilor față de valorile ajustate. Metodologia de calcul al indicatorilor prezentați în tabelul 10.9, de obținere a SCR corectate, a fost explicată prin relațiile (10.79—10.83).

Mediile parțiale s_j specifice fiecărui sezon j, calculate după relația (10.80), sînt corelate cu mărimea:

$$\frac{\sum_{j=1}^{m} s'_j}{m} = \frac{+1032,87-1002,07-1173,33+1178,87}{4} = +9,09.$$

Se obțin astfel următoarele abateri sezoniere corectate:

$$s_1 = +1032,87-9,09 = +1023,78;$$
$$s_2 = -1002,07-9,09 = -1011,16;$$
$$s_3 = -1173,33-9,09 = -1182,42;$$
$$s_4 = -1178,57-9,09 = +1169,78.$$

Pentru analiza comparativă în același sistem de axe se trasează datele din coloanele 2, 4, 6 și 8 ale tabelului 10.10.

In practică, deseori, influențele factorului sezonier asupra evolu-

ției în timp a unui fenomen se exercită prin amplificări sau restrîngeri ale abaterilor de la tendința centrală. Aceasta înseamnă că termenii reali ai unei SCR ar putea fi considerați că rezultă din combinarea multiplicativă a componentelor seriei.

În cazul modelului multiplicativ determinarea componentei sezoniere presupune un algortim desfășurat asemănător cu cel al modelului aditiv, cu deosebirea că el implică la eliminarea influenței factorului sezonier operații de împărțire și nu de scădere. Astfel, se calculează rapoartele dintre termenii observați (y_{ij}) și valorile corespunzătoare trendului $\hat{y}_{ij}$ (obținute, de regulă, prin M.M.M.). Rapoartele astfel calculate (10.84) conțin numai componenta sezonieră și componenta aleatoare.

$$\frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}} = s_j^* \varepsilon_{ij} \text{ cu } i = \overline{1, n} \text{ și } j = \overline{1, m}; \qquad (10.84)$$

— pe baza rapoartelor obținute anterior se calculează pentru a elimina efectul factorilor întîmplători, mediile parțiale[1] pe sezoane. Aceste medii se numesc estimatori ai componentei sezoniere:

$$s_j^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} S_j^* \varepsilon_{ij} = S_j^* \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{ij}}{n} \approx S_j^*. \qquad (10.85)$$

Tabelul 10.10

Calculul abaterilor sezoniere

Anii	Abateri față de trend pe trimestre ($y_{ij} - \hat{y}_{ij}$)			
	I	II	III	IV
1988			—1102,9	+1156,7
1989	+ 923,9	— 957,3	—1170,1	+1156,2
1990	+1104,4	+1005,4	—1247,0	+1223,7
1991	+1070,5	—1043,5		
TOTAL ABATERI $\Sigma(y_{ij} - \hat{y}_{ij})$	+3098,6	—3006,2	—3520,0	+3536,6
Media abaterilor s_j'	+1032,87	—1002,07	—1173,33	+1178,87
Valorile corectate s_j	+1023,78	—1011,16	—1182,42	+1169,78

[1] În mod normal s_j ar trebui să se calculeze ca medie geometrică. În practică, însă, se folosește relația (10.85).

Scanned with OKEN Scanner

In cazul în care trendul nu a fost determinat cu M.C.M.M.P. produsul estimatorilor calculaţi cu relaţia (10.85) este diferit de 1 sau 100% şi se trece la pasul următor;

— se calculează rapoartele dintre estimatorii $S_j^{*\prime}$ şi media lor calculată pentru fiecare sezon, aflîndu-se astfel estimatorul corectat al componentei sezoniere, multiplicativ, numit indicele de sezonalitate al sezonului j (10.86):

$$\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}}\right):\left(\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}S_j^{*\prime}\right)=S_j^{*}=\frac{S_j^{*\prime}}{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}S_j^{*\prime}} \qquad (10.86)$$

Fiecare indice de sezonalitate (aceştia fiind în număr de m) semnifică faptul că în întregul orizont de timp în sectorul j factorul sezonier abate valoarea reală de la trend de s_j^* ori, sau cu (s_j^*-1) 100 procente;

Presupunînd că $s_j^*=S_j^*$, se determină componenta aleatoare:

$$\frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}-S_j^*}=\varepsilon_{ij}^*. \qquad (10.87)$$

Seria cronologică corectată prin excluderea sezonalităţii se obţine raportînd termenii observaţi ai SCR la indicii de sezonalitate corespunzători. Deci, dacă $s_j^*=S_j^*$, atunci

$$\frac{y_{ij}}{s_j^*}=\hat{y}_{ij}\cdot\varepsilon_{ij}. \qquad (10.88)$$

In ipoteza că influenţa factorului sezonier se manifestă multiplicativ asupra SCR din tabelul 10.9, exemplificarea algoritmului (10.87)—(10.88) se prezintă în tabelele 10.11 şi 10.12.

Diferenţele care apar între SCR corectată din tabelul 10.10 şi cea din tabelul 10.9 provin nu din algoritmul utilizat, ci din ipoteza referitoare la manifestarea aditivă sau multiplicativă a factorului sezonier.

In ultima perioadă perfecţionări metodologice pentru analiza componentei sezoniere au fost aduse de G. Calot[1]. Meritul metodologiei propusă de Calot constă în aceea că ea poate fi folosită şi pentru elaborarea prospectivă.

Pentru aplicarea metodelor de determinare a componentei trend

[1] *Calot G.*, Cours de statistique descriptive. Deuxieme edition, Dunod, Paris, 1973.

Scanned with OKEN Scanner

şi/sau sezoniere trebuie să se asigure omogenitatea datelor analizate. Această cerinţă trebuie să fie satisfăcută, deoarece atît caracterul trendului cît şi lungimea şi amplitudinea periodicităţii nu sînt nişte mărimi constante, ci se pot modifica în timp, mai ales în cazul unui orizont de cercetare îndelungată.

10.5.5. Autoregresia

După cum s-a arătat în paragrafele precedente, o particularitate a SCR din domeniul economic o reprezintă dependenţa dintre termenii succesivi ai seriei. Această dependenţă se datorează acţiunii unor factori interni (cum ar fi elasticităţi, constrîngeri etc.) şi a unor factori externi ai fenomenului.

Legătura dintre perechile de valori ce se pot forma din termenii unei SCR se numeşte *autocorelaţie*. Se va defini, deci, autocorelaţia de ordinul 1 — legătura dintre fiecare termen y_t şi termenul următor y_{t+1}, exprimată statistic prin coeficientul de autocorelaţie de ordinul 1 dată de relaţia (10.89).

$$\rho_1 = \frac{\text{cov}\,(y_t,\ y_{t+1})}{\sigma y_t\ \sigma y_{t+1}}; \qquad (10.89)$$

Aplicaţia 10.10

Tabelul 10.10

Seria cronologică corectată pentru excluderea sezonalităţii

Anii (i)	Trimestre $j=\overline{1,4}$	Consumul de gaz metan mil. m.c. y_{ij}	Medii mobile $\hat{y}_{ij}$	Abateri $\frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}}$	Tendinţa × componenta sezonieră $\hat{y}_{ij} \cdot s_j^*$	Componenta aleatoare $\frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij} s_j^*}$	SCR corectată $\frac{y_{ij}}{s_j^*}$
1988	I	7397					6423,24
	II	5512					6493,11
	III	5406	6508,9	0,8306	5349,01	1,0107	6578,24
	IV	7686	6529,3	1,1772	7684,99	1,0001	6530,16
1989	I	7468	6544,1	1,1412	7536,19	0,9910	6484,89
	II	5604	6561,3	0,8541	5569,61	1,0061	6601,48
	III	5433	6603,1	0,8228	5426,43	1,0012	6622,10
	IV	7795	6638,8	1,1742	7831,87	0,9976	6622,77
1990	I	7693	6648,8	1,1571	7656,76	1,0047	6680,27
	II	5664	6669,4	0,8493	5661,65	1,0004	6672,16
	III	5453	6700,0	0,8139	5506,06	0,9904	6635,43
	IV	7940	6716,3	1,1822	7905,09	1,0044	6745,96
1991	I	7793	6722,5	1,1592	7741,63	1,0066	6767,11
	II	5694	6737,5	0,8451	5719,46	0,9955	6707,50
	III	5473					6659,77
	IV	8040					6830,93

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 10.12.

Calculul abaterilor sezoniere în cazul modelului multiplicativ

Anii	Abateri față de trend pe trimestre ($y_{tj}/\hat{y}_{tj}$)			
	I	II	III	IV
1988	—	—	0,8306	1,772
1989	1,1412	0,8541	0,8228	1,1742
1990	1,1571	0,8493	0,8139	1,1822
1991	1,1592	0,8452	—	—
Total abateri				
$\frac{y_{tj}}{y_{tj}}$ ...	3,4575	2,5486	2,4673	3,5336
$s_j^{*\prime}$	1,1525	0,8495	0,8224	1,1779
s_j^*	1,1516	0,8489	0,8218	1,1770

$$\sum_{j=1}^{m} s_{j/m}^* = \frac{1,1525+0,8495+0,8224+1,1779}{4} = 1,00075$$

— autocorelația de ordinul k — legătura dintre doi termeni separați prin $k-1$ termeni — se exprimă prin coeficientul de autocorelație de ordinul k:

$$\rho_k = \frac{\text{cov}\,(y_t,\ y_{t+k})}{\sigma y_t\ \sigma y_{t+k}}, \qquad (10.90)$$

unde Cov (y_t, y_{t+k}) — covariația dintre termenii y_t și y_{t+k} pentru $t=1, 2, 3, \ldots T-k$; σy_t, σy_{t+k} — abaterile standard ale valorilor y_t și y_{t+k}.

În cazul în care SCR reprezintă subeșantionul realizărilor unui proces stohastic staționar, variabilele y_t oscilează în jurul aceleiași valori medii constante y, cu abaterea standard constantă σ, iar coeficientul (10.90) devine:

$$\rho_k = \frac{M[y_t-\bar{y})(y_{t+k}-\bar{y})]}{\sigma^2}. \qquad (10.91)$$

În practică calculul coeficientului de ordinul k necesită luarea în considerare a mediei și dispersiei întregii serii, cu toate că se

Scanned with OKEN Scanner

poate utiliza covarianța referitoare numai la $T-k$ termeni. Deci, coeficientul de autocorelație empiric de ordinul k va fi:

$$r_k = \frac{T-1}{T-k} \cdot \frac{\sum_{t=1}^{T-1} (y_t-\bar{y})(y_{t+k}-\bar{y})}{\sum_{t=1}^{T} (y_t-y)^2}. \qquad (10.92)$$

Acest coeficient de autocorelație prezintă unele deficiențe, deoarece nu se cunoaște decît o singură realizare a procesului stohastic pentru fiecare interval t, ceea ce este insuficient pentru estimarea mediei și a dispersiei. Cu toate acestea el oferă informații utile despre intensitatea și direcția autocorelației.

Autocorelarea termenilor SCR oferă posibiltăți pentru utilizarea unor modele de regresie, în care variabila rezultativă este al t-lea termen al SCR, iar variabilele explicabile sînt termenii anteriori ai aceleiași serii. Abordarea temporală a relațiilor de cauzalitate din punct de vedere statistic este condiționată de modul de soluționare a unor probleme, cum ar fi:

— stabilirea unității de timp (perioadei) la care se referă nivelul y_t. În cazurile în care se urmărește evidențierea întîrzierii acțiunii factorului, unitatea de timp la care se referă fiecare nivel al caracteristicii trebuie redusă corespunzător. De exemplu, în cazul decalajelor de scurtă durată între «răspuns» și «stimul» se recomandă utilizarea datelor lunare trimestriale sau semestriale;

— determinarea întîrzierii în unități de timp la care se manifestă efectul la o modificare a cauzei sau a cauzelor. Pentru determinarea numărului de unități de timp de întîrziere este necesar să se calculeze coeficientul de autocorelație de ordinul 1 (10.89), de ordinul 2 (10.93), cînd $k=2$ etc. Valoarea maximă semnalează decalajul la care se manifestă cu intensitate puternică legătura dintre cauză și efect.

Să presupunem, deci, că proprietățile interne ale unui fenomen prezentat într-o SCR (cum ar fi elasticitățile și constrîngerile proprii) determină ele însele mișcarea fenomenului. În această situație fiecare termen al seriei se exprimă în funcție de termenii anteriori prin relația de forma:

$$y_{t+1} = ay_t + \mathcal{E}_{t+1}, \qquad (10.93)$$

a fiind o constantă, iar $\mathcal{E}$ reprezentînd perturbațiile și

$$y_{t+2} = \alpha y_{t+1} - \beta y_t + \mathcal{E}_{t+2}, \qquad (10.94)$$

unde α și β sînt constante.

Asemenea serii se numesc serii autoregresive, iar relațiile

(10.93) şi (10.94) pot fi asimilate unor ecuaţii de regresie ale unui termen al seriei asupra termenilor anteriori.

Dacă ne referim la modelul (10.93), constatăm că

$$y_{t+1} - a y_t = \mathcal{E}_{t+1}, \tag{10.95}$$

unde $\mathcal{E}$ are media nulă, iar valorile succesive sînt independente între ele.

Se observă că într-o astfel de SCR y_t include $\mathcal{E}_t$, $\mathcal{E}_{t-1}$ etc., dar nu include pe $\mathcal{E}_{t+1}$, $\mathcal{E}_{t+2}$, $\mathcal{E}_{t+3}$ etc. Inmulţind expresia (10.95) cu y_{t-k} şi ţinînd cont de faptul că cov $(y_{t+m}, y_{t-k}) = \rho_{k+m}\sigma^2$, obţinem:

$$(\rho_{k+1} - a\ k) \quad = \text{cov}\ (\mathcal{E}_{t+1}, y_{t-k}). \tag{10.96}$$

Intrucît cov $(\mathcal{E}_{t+1}, y_{t-k}) = 0$ pentru $(\forall)\ k > -1$, rezultă că

$$\rho_{k+1} - ak = 0 \text{ pentru } (\forall)\ k > -1. \tag{10.97}$$

Se observă că dacă $k = 1$, atunci $\rho_2 = a$. (10.98)

Relaţiile (10.97) şi (10.98) pun în evidenţă faptul că pentru a sînt admisibile numai valorile mai mici decît 1. In caz contrar conţinutul economic dispare.

In mod curent, în practică, în locul coeficienţilor de autocorelaţie ρ_k (10.98) se poate determina parametrul a.

Dacă avem în vedere modelul (10.94), putem deduce că:

$$y_{t+2} + \alpha\ y_{t+1} + \beta\ y_t = \mathcal{E}_{t+2}. \tag{10.99}$$

Inmulţind expresia (10.99) cu y_{t-k} şi efectuînd însumarea tuturor valorilor lui y, se obţine:

$$\rho_{k+2} + \alpha\ \rho_{k+1} + \beta\ \rho_k = 0 \text{ pentru } (\forall)\ k > -2. \tag{10.100}$$

In cazurile particulare $k = -1$ şi $k = 0$ vom avea:

$$\rho_2 + \alpha\ \rho_1 + \beta = 0,$$
$$\rho_1 (1 + \beta) + \mathcal{E} = 0,$$

de unde:

$$\alpha = -\frac{\rho_1(1-\rho_2)}{1-\rho_1^2}, \tag{10.101}$$

$$\beta = -1 + \frac{1-\rho_2}{1-\rho_1^2}. \tag{10.102}$$

Prin urmare, dacă se cunoaşte că seriile sînt de tip liniar autoregresiv avem posibilitatea să estimăm parametrii α şi β în funcţie de coeficienţii de autocorelaţie. Verificarea caracterului autoregresiv a SCR se poate efectua cu testele elaborate de statistica matema-

Scanned with OKEN Scanner

tică, cum ar fi: testul Wald și Wolfowith, testul von Neumann etc.

Modelele autoregresive se utilizează cu frecvența din ce în ce mai mare la elaborarea variantelor de prognoze. Metoda Box-Jenkins, care a cunoscut o largă răspîndire în ultimele două decenii, valorifică dependența stohastică dintre termenii SCR. Această metodă s-a dovedit eficientă în calculele de prognoză pe termen scurt, inclusiv pentru cazul seriilor afectate de oscilații sezoniere.

10.5.6. Extrapolarea pe baza datelor SCR

Determinarea statistică a trendului și a oscilațiilor periodice (sezoniere sau ciclice) reprezintă o altă etapă importantă pentru analiza evoluției probabile, viitoare a fenomenului prezentat în SCR.

Extrapolarea pe baza datelor SCR implică operația de stabilire a unor termeni (viitori) ai seriei situați în afara orizontului de analiză. În acest scop extrapolarea presupune adoptarea unui model de analiză $y_t=f(t)$ și introducerea în model a valorii convenționale a variabilei timp corespunzătoare momentului pentru care se efectuează extrapolarea. O asemenea extrapolare se numește extrapolare tendențială. Această extrapolare presupune următoarele:

a) condițiile de manifestare ale evoluției fenomenului analizat în orizontul SCR$=\overline{1, T}$ se mențin neschimbate și în orizontul de prognoză adoptat $t'=\overline{T+1, T+k}$ (cu $k>1$);

b) lungimea SCR trebuie să fie suficient de mare pentru a se sesiza regularitatea mișcării în timp a fenomenului analizat. În acest sens se recomandă ca pentru elaborarea unor variante de prognoză prin extrapolare lungimea SCR să fie mai mare de 10 ani;

c) «calitatea» variantei de prognoză elaborată prin extrapolare depinde nu numai de orizontul SCR, ci și de orizontul de prognoză adoptat. Pentru a respecta cît mai bine ipoteza de la punctul *a*, iar varianta de prognoză elaborată să fie credibilă este necesar ca orizontul de prognoză să nu fie prea mare. În acest sens se recomandă utilizarea unui orizont de prognoză care să nu depășească jumătate din lungimea orizontului pentru care s-a determinat tendința generală. În funcție de modelul adoptat și de lungimea orizontului de prognoză scurtă, medie, lungă și foarte lungă extrapolarea este însoțită de o eroare de estimație. Din acest motiv spunem că prin extrapolare nu se efectuează altceva decît o *estimație punctuală.*

Deci, după determinarea componentelor SCR și după analiza punctelor (*a*, *b*, *c*) elaborarea variantelor de prognoză prin metoda extrapolării presupune prelungirea valorilor variabilei timp *t*, implicată în modelele de ajustare.

Deci, modele de extrapolare pot fi:

Scanned with OKEN Scanner

sau

$$\hat{y}_{t'} = y_0 + (t' - 1)\ \bar{\Delta} \qquad (10.103)$$

$$\hat{y}_{t'} = y_0 \bar{I}^{(t'-1)}, \qquad (10.104)$$

unde $t' = \overline{t+1,\ t+k}$ (k — orizont de prognoză), în cazul metodelor mecanice. În cazul metodelor analitice de extrapolare se utilizează aceleaşi funcţii matematice ca şi pentru estimarea tendinţei. Deci,

$$\hat{y}_{t'} = a + bt' \text{ sau } \hat{y}_{t'} = a + bt' + ct^2. \qquad (10.105)$$

În cazul în care datele statistice disponibile se referă la semestre, trimestre sau luni extrapolarea pentru al k-lea an şi al j-lea sezon (după natura aditivă sau multiplicativă a modelului de evoluţie) se determină cu

$$\hat{y}'_{kj} = \hat{y}_{kj} + s_j \text{ sau } \hat{y}'_{kj} = \hat{y}_{kj} s^*_j. \qquad (10.106)$$

Valorile ajustate ale SCR determinate prin M.M.M. se utilizează mai rar în operaţiile de extrapolare. Trendul elaborat prin M.M.M. se utilizează cu succes în extrapolare, dacă se utilizează modelele autoregresive sau modelele de tip Box-Jenkins.

Aplicaţia 10.11. Pe baza datelor din tabelul 10.13 se cere să se identifice tipurile de serii cronologice prezentate şi să se prelucreze seria referitoare la producţia de energie electrică.

Tabelul 10.13

Indicatorii sintetici ai Republicii Moldova

Indicatorii	Anii					
	1970	1975	1980	1985	1990	1991
Numărul populaţiei (mii locuitori)	3620,5	3859,1	4031,9	4235,2	4366,3	4359,1
Natalitatea (%)	19,4	20,6	19,8	21,5	17,7	16,5
Locuinţe construite (mii)	29,0	27,5	20,9	28,1	23,7	18,6
Energie electrică produsă (mil. kWh)	1940— 17,2 1960— 676,7 1970—7606,7	13 733,0	15 586,0	16 754,0	15 690,0	13 154,0

Sursa: Economia naţională a Republicii Moldova: Anuar statistic, 1992

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL XI. INDICII STATISTICI

11.1. NOȚIUNEA ȘI FUNCȚIILE INDICILOR ÎN STATISTICĂ

Noțiunea de indice a mai fost întîlnită în capitolele referitoare la mărimile relative, respectiv la seriile cronologice. În acest capitol se vor efectua unele dezvoltări necesare analizei economice. La seriile cronologice se fixează ca obiectiv măsurarea creșterii/descreșterii nivelului unui fenomen. Acum, obiectivele se diversifică, fiind urmărite și modalitățile de identificare a factorilor de influență, dinamica unor indicatori medii etc.

Indicii constituie o categorie deosebit de importantă a indicatorilor statistici. Ei fac parte din indicatorii utilizați cel mai frecvent în lucrările statistice, în analiza și planificarea economică.

Indicii statistici îndeplinesc două funcții principale:

a) Exprimarea volumului/nivelului relativ al unui fenomen, în comparație cu un fenomen de același fel existent într-un alt interval/moment de timp sau într-un alt loc al spațiului sau în comparație cu volumul/nivelul planificat. În acest sens amintim indicele volumului fizic al producției, indicele prețurilor, indicele costurilor, indicele productivității muncii.

b) Descompunerea pe factori a volumului/nivelului relativ al unui indicator complex, generat prin compunere din doi sau din mai mulți factori simpli. De exemplu, aplicînd această funcție a indicilor, se determină contribuția modificării prețurilor și a cantităților desfăcute la dinamica încasărilor din vînzarea produselor.

Indicele, fiind o mărime relativă obținută prin raportarea fenomenelor de același fel, se exprimă sub formă de cît, coeficient sau procent.

După cum se știe, compararea fenomenelor de același fel se poate face nu numai prin raportare, dar și ca diferență dintre volumul/nivelul comparat și cel considerat bază de raportare. În analiza statistică, și mai ales în descompunerea pe factori a indicatorului complex, prezintă interes deosebit determinarea nu numai a indicelui, dar și a diferenței dintre numărătorul și numitorul indicelui. De aceea obișnuit analiza realizată cu ajutorul indicilor se concretizează și sub formă de diferență absolută sau modificare absolută. Astfel se exprimă, de pildă, sporul absolut al producției, al vînzărilor, precum

Scanned with OKEN Scanner

și contribuția la această modificare a creșterii productivității muncii și a creșterii volumului de timp de muncă consumat etc., deci a diverșilor factori de influență.

Dacă fenomenul comparat are caracter individual (este un element, o unitate, o valoare a unei caracteristici etc.), indicele obținut din comparația făcută prin raportare se numește indice individual sau elementar și se notează cu «*i*».

Cînd se compară fenomenele compuse din mai multe elemente (colectivități, ansambluri), mărimile ce rezultă din raportare se numesc indici sintetici, indici de grup sau simplu, indici. Indicii sintetici se notează cu «*I*».

Rezultă, deci, că și indicii sînt mărimi relative de anumite feluri și anume mărimi relative de plan (ale prevederilor) de dinamică sau de coordonare, dar se confundă cu acestea din urmă numai în cazul în care sînt indicii individuali. În cazul comparării colectivității sau ansamblurilor de elemente mărimile relative respective se consideră indici propriu-ziși. Această opțiune se justifică prin problematica specifică, teoretică și metodologică a calculării indicatorilor respectivi.

Deci, prin indici înțelegem mărimile relative ce rezultă din compararea în dinamică, în spațiu sau față de plan a unor colectivități sau ansambluri de fenomene de același fel.

Varietatea indicilor întîlnită în teoria și practica statisticii impune o clasificare a lor după următoarele criterii:

a) după funcția pe care o au în studiul variației fenomenelor social-economice;

b) după sfera de cuprindere;

c) după procedeul de calcul;

d) după baza de comparație;

e) după structura colectivității;

f) după natura fenomenului luat în studiu.

După funcția pe care o au în studiul variației fenomenelor social-economice indicii se împart în trei grupe:

1. Indici ai dinamicii;
2. Indici ai prevederilor (sau ai planului);
3. Indici teritoriali.

Indicii dinamicii reprezintă compararea în timp a fenomenelor social-economice. De exemplu, nivelul fenomenului din perioada raportată (curentă, simbolizată cu «1») poate fi comparat cu nivelul aceluiași fenomen din perioada luată ca bază de comparație (simbolizată cu «0»).

Indicii prevederilor se întîlnesc sub formă de indici ai sarcinii, cînd se compară nivelul prevăzut (simbolizat cu «p») al fenomenului studiat cu nivelul său din perioada de bază și sub formă de indice al îndeplinirii (sau al realizărilor), cînd se compară nivelul

Scanned with OKEN Scanner

efectiv realizat cu cel prevăzut al unui fenomen în cadrul aceleiași perioade de timp.

Indicii teritoriali (sau spațiali) măsoară variația în spațiu a unui fenomen în cadrul aceleiași perioade de timp.

După sfera de cuprindere a elementelor colectivității indicii se împart în:

1. Indici individuali;
2. Indici sintetici (de grup sau generali).

După baza de comparație indicii pot fi (similar cu procedeele întîlnite la capitolul IV) cu *bază fixă*, cînd se compară nivelul indicelui din fiecare moment sau perioadă de referință, și cu *bază mobilă* (lanț), cînd nivelul indicatorului de fiecare moment sau perioadă se compară cu nivelul din momentul anterior (perioada precedentă).

După natura fenomenului comparat există o diversitate mare de indici, similară diversității indicatorilor statistici prin care se caracterizează realitatea economico-socială. Astfel întîlnim indici ai producției, ai forței de muncă, ai productivității, ai volumului și eficienței folosirii capitalului fix, ai costului etc.

11.2. INDICII INDIVIDUALI

Acești indici caracterizează schimbarea în timp a unor elemente individuale ale colectivității sau a unor colectivități omogene. De exemplu, variația în timp a cantității unui singur produs sau a cantității unei producții omogene la nivelul întregii colectivități se calculează cu ajutorul unui indice individual sub forma:

$$i_q^{1/0} = \frac{q_1}{q_0} \text{ sau dacă indicatorul este agreabil } i_q^{1/0} = \frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_0}, \qquad (11.1)$$

unde i_q — indicele individual al factorului cantitativ; q_1 și q_0 — cantitatea unui singur produs în perioada curentă (1) și cea de bază (0); Σq_1 și Σq_0 — cantitatea totală obținută în perioada curentă, respectiv în cea de bază.

În statistică pentru necesități de analiză se face distincția între factorul cantitativ (volumul capitalului fix, volumul fizic al producției, numărul de muncitori, volumul fondurilor fixe, fondul total de salarii, timpul total de muncă etc.) și factorul calitativ (prețul, salariul mediu, productivitatea, costul, eficiența etc.).

În cele ce urmează vom nota factorul cantitativ cu f, iar pe cel calitativ cu x. Indicii individuali ai acestor factori se calculează astfel:

$$i_f^{1/0} = \frac{f_1}{f_0} \text{ și } i_x^{1/0} = \frac{x_1}{x_0}. \qquad (11.2)$$

Scanned with OKEN Scanner

Ca o exemplificare a modului de alcătuire a indicilor individuali pentru factorii calitativi și cantitativi prezentăm indicii valorii, volumului fizic și ai prețului produselor. Valoarea reprezintă indicatorul complex v, obținut ca produs între un factor cantitativ — volumul fizic al producției și unul calitativ — prețul unitar p.

Deci, indicele individual valoric[1]

$$i^v = \frac{v_1}{v_0} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0}; \tag{11.3}$$

— indicele individual al volumului fizic

$$i^q = \frac{q_1}{q_0}; \tag{11.4}$$

— indicele individual al prețurilor

$$i^p = \frac{p_1}{p_0}. \tag{11.5}$$

In funcție de baza de comparație indicii elementari pot fi alcătuiți cu bază fixă, respectiv, mobilă.

De exemplu, indicii individuali ai volumului fizic se prezintă astfel:

— cu bază fixă: $\frac{q_1}{q_0}; \frac{q_2}{q_0}; \frac{q_3}{q_0}; \ldots; \frac{q_n}{q_0};$

— cu bază mobilă: $\frac{q_1}{q_0}; \frac{q_2}{q_1}; \frac{q_3}{q_2}; \ldots; \frac{q_n}{q_{n-1}}.$

Indicii individuali ai prețului:

— cu bază fixă: $\frac{p_1}{p_0}; \frac{p_2}{p_0}; \frac{p_3}{p_0}; \ldots; \frac{p_n}{p_0};$

— indicii cu bază mobilă: $\frac{p_1}{p_0}; \frac{p_2}{p_1}\frac{p_3}{p_2}; \ldots; \frac{p_n}{p_{n-1}}.$

Indicii individuali ai valorii:

— cu bază fixă: $\frac{q_1 p_1}{q_0 p_0}; \frac{q_2 p_2}{q_0 p_0}; \frac{q_3 p_3}{q_0 p_0}; \ldots; \frac{q_n p_n}{q_0 p_0};$

— cu bază mobilă: $\frac{q_1 p_1}{q_0 p_0}; \frac{q_2 p_2}{q_1 p_1}; \frac{q_3 p_3}{q_2 p_2}; \ldots; \frac{q_n p_n}{2_{n-1} p_{n-1}}.$

Relația între indicii cu bază fixă și indicii cu bază mobilă. Între aceste două categorii de indici există o strînsă legătură: cunoscîn-

[1] In continuare nu vom mai face precizarea prin indexare (1/0) a indicelui. Fără nici o precizare se va înțelege că este vorba de indicii dinamicii.

Scanned with OKEN Scanner

du-se indicii cu bază mobilă, se pot calcula indicii cu baza fixă și invers.

Dacă se înmulțesc între ei indicii cu baza mobilă ai unei serii se obțin indicii cu bază fixă ai perioadei curente:

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} = \frac{q_2}{q_0}. \qquad (11.6)$$

Prin generalizare se obține formula:

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} \cdot \ldots \cdot \frac{q_n}{q_{n-1}} = \frac{q_n}{q_0}.$$

Dacă se raportează indicele cu bază fixă al perioadei curente la indicele cu baza fixă al perioadei precedente, obținem indicele cu bază mobilă al perioadei curente, adică:

$$\frac{q_2}{q_0} : \frac{q_1}{q_0} = \frac{q_2}{q_1}. \qquad (11.7)$$

Prin generalizare se obține formula:

$$\frac{q_n}{q_0} : \frac{q_{n-1}}{q_0} = \frac{q_n}{q_{n-1}}. \qquad (11.8)$$

Indicii cu bază fixă și cei cu bază mobilă își găsesc o largă utilizare în analiza economică. Alegerea bazei de raportare se face în funcție de scopul cercetării. Dacă ne interesează dinamica fenomenelor față de o perioadă de referință, se calculează indicii cu baza fixă. Dacă ne interesează evoluția fenomenelor de la o perioadă la alta, se calculează indicii cu baza mobilă (în lanț).

Se observă că indicii individuali (elementari) se calculează după aceeași metodologie ca și mărimile relative de dinamică.

11.3. INDICII SINTETICI (GENERALI)

Acești indici se calculează la nivelul unor grupe sau al întregii colectivități formate din unități eterogene, sintetizînd deci variația medie a fenomenului studiat.

Elaborarea indicilor sintetici ridică cele mai multe probleme metodologice, care se referă la posibilitatea de însumare a elementelor componente ale colectivității; alegerea bazei de raportare, alegerea formulei de calcul în funcție de natura datelor de care se dispune; alegerea sistemului de ponderare în funcție de conținutul indicatorului de comparat și relațiile de sistem utilizate, astfel încît variația fenomenului complex să poată fi descompusă pe factorii de influență. «Ponderea» sau «comăsurătorul» permite agregarea unor indicatori calitativi sau cantitativi nonagregabili.

Scanned with OKEN Scanner

De exemplu, dacă ne interesează modificarea în timp a volumului fizic al producției, volumul fizic constituit dintr-un nomenclator divers de produse, exprimate în unități de măsură diferite, se utilizează drept comăsurător prețul, care în indice se va păstra constant. Sau, dacă prezintă interes dinamica prețurilor unor produse diferite, prețuri evident neînsumabile, se folosește drept comăsurător volumul fizic al respectivelor produse, care în indice se vor menține constante, avînd rol de ponderе.

În determinarea indicilor sintetici există mai multe posibilități de alcătuire, din care uzuale sînt:

— *varianta Laspeyres*, în care ponderile (comăsurătorii) sînt menținuți constanți în perioada de bază, indiferent de natura factorilor (cantitativi sau calitativi). Deci,

$$I^f = \frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma x_0 f_0}, \text{ respectiv } I^x = \frac{\Sigma x_1 f_0}{\Sigma x_0 f_0}; \tag{11.9}$$

— *varianta Paasche*, la care ponderile utilizate sînt constante în perioada curentă. Deci,

$$I^f = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_1 f_0}; \quad I^x = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_1}. \tag{11.10}$$

În practica economică se operează cu o combinație între cele două variante de alcătuire a indicilor pe factori.

O altă variantă propusă de Edgeworth are în vedere utilizarea drept ponderе a sumei dintre comăsurătorii fixați în cele două perioade. Deci,

$$I^x = \frac{\Sigma x_1 (f_1 + f_0)}{\Sigma x_0 (f_1 + f_0)}. \tag{11.11}$$

O altă soluție a așa-numitului «indice ideal», propus de I. Fischer, stabilit ca medie geometrică între variantele Laspeyres și Paasche este următoarea:

$$I^x = \sqrt{\frac{\Sigma x_1 f_0}{\Sigma x_0 f_0} \cdot \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_1}}, \tag{11.12}$$

$$\text{respectiv } I^f = \sqrt{\frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma x_0 f_0} \cdot \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_1 f_0}}. \tag{11.13}$$

De exemplu, pentru a arăta variația cantității unei producții eterogene se calculează indicele volumului fizic. Deoarece cantitatea diferitelor produse nu se poate însuma, trebuie găsit un «comăsurător» cu ajutorul căruia să se poată exprima întregul volum al producției din perioada curentă și cea de bază. Un astfel de comăsurător este prețul unei anumite perioade care permite însuma-

rea diferitelor produse, compararea în timp și evidențierea schimbării producției numai datorită cantității:

$$I^q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}, \qquad (11.14)$$

unde I^q — indicele sintetic al volumului fizic; $\Sigma q_1 p_0$ — valoarea producției din perioada curentă exprimată în prețurile perioadei de bază; $\Sigma q_0 p_0$ — valoarea producției din perioada de bază exprimată în prețurile aceleiași perioade. I^q este un indice sintetic scris sub forma sa agregată. În general, indicele agregat al indicatorului cantitativ se poate scrie astfel:

$$I^f = \frac{\Sigma f_1 x_0}{\Sigma f_0 x_0}. \qquad (11.15)$$

După procedeul de calcul indicii sintetici se împart în indici sintetici agregați și indici sintetici calculați ca medie aritmetică sau armonică din indicii individuali.

Indicele agregat este forma generală de bază a indicelui sintetic. Se calculează ca sumă a mărimilor absolute ale grupelor colectivității luate cu datele perioadei curente la suma mărimilor absolute ale grupelor colectivității respective luate cu datele perioadei de bază. Un indice agregat este indicele volumului fizic dat în relația 11.14.

Indicele calculat ca o medie aritmetică sau armonică se utilizează atunci cînd sînt cunoscuți indicii individuali (sau indicii parțiali) ai unor grupe omogene în care a fost împărțită colectivitatea și sînt cunoscute ponderile acestora.

După baza de comparație indicii individuali și de grup pot fi calculați cu aceeași bază de comparație fixă sau cu bază de comparație variabilă. Problema bazei diferite de comparație se pune numai atunci cînd timpul de analiză se cunoaște ca succesiuni de valori, adică se constituie ca o serie cronologică.

După structura colectivității indicii se împart în indici cu structură variabilă, indici cu structură fixă și indici ai schimbărilor structurale.

Indicele cu structură variabilă este un indice sintetic care reflectă raportul dintre două medii ale indicatorului calitativ, care se află sub influența a doi factori:

— variația indicatorului în fiecare grupă ca factor esențial al variației de ansamblu;

— variația structurii sau ponderii grupelor în colectivitatea generală.

După natura fenomenului luat în studiu indicii pot fi împărțiți în indici valorici ai volumului fizic, ai costului, ai prețurilor, ai productivității muncii, ai salariului etc.

Scanned with OKEN Scanner

Din clasificarea indicilor rezultă rolul și importanța acestora ca metodă de analiză statistică. Cu ajutorul lor sînt evidențiate cu multă expresivitate schimbările în timp și în spațiu ale fenomenelor social-economice.

11.4. PROCEDEE DE CALCUL AL INDICILOR SINTETICI

Indicii sintetici, caracterizînd variația unor mărimi complexe, alcătuită din elemente simple, cu ponderi diferite, pot fi calculați prin mai multe procedee ca indici agregați; sub formă de indice mediu; ca raport de medii.

11.4.1. Indicii agregați — procedee de alcătuire

Indicele agregat este cea mai întîlnită formă a indicelui sintetic și se calculează ca raport între suma mărimilor absolute ale indicatorilor grupelor colectivității din perioada curentă și suma mărimilor absolute ale grupelor colectivității respective luate cu datele perioadei de bază. În cazurile cînd nu se poate face însumarea directă se apelează la un comăsurător general, cu ajutorul căruia se poate exprima volumul total al producției în perioada curentă și cea de bază. Un astfel de comăsurător poate fi costul unitar al produselor, timpul cheltuit pe unitatea de produs, prețurile.

Deci, indicele agregat este un indice sintetic, care este obținut pe calea comparării sumei totale a indicatorului complex din perioada curentă și cea de bază, exprimat cu ajutorul comăsurătorului (ponderilor).

Acest mod de calcul al indicelui sintetic se numește metodă agregată. Trăsătura distinctivă a oricărui agregat constă în faptul că atît la numărător, cît și la numitor se lucrează cu o sumă de produse a doi indicatori, dintre care numai unul se modifică, avînd rolul de mărime indexată, iar celălalt rămîne constant, avînd rolul de pondere (sau comăsurător).

Indicele volumului fizic arătat în relația (11.14) este un indice sintetic agregat. Un alt indice agregat este indicele prețurilor.

La calcularea indicelui agregat al prețurilor se judecă ca și la calcularea indicelui agregat al volumului fizic: dacă nu se pot însuma prețurile diferitelor produse, atunci se poate însuma și raporta valoarea întregii producții. Dar, comparînd valoarea, trebuie să eliminăm influența schimbării cantității realizate în diferite perioade asupra indicatorului valoric. Apare astfel întrebarea: La care cantitate de produse trebuie determinată variația prețurilor: la cantitatea din perioada curentă (q_1) sau la cantitatea din perioada de bază (q_0)?

Deoarece la calcularea indicelui sintetic al prețurilor se pune

Scanned with OKEN Scanner

de obicei problema de a determina numai variaţia medie a preţurilor la produsele care se produc şi se desfac în perioada respectivă, se consideră că trebuie să se pondereze cu cantitatea din perioada curentă (q_1). Prin ponderarea cu q_1 se imprimă indicelui preţurilor un conţinut economic apropiat de realitate, deoarece reducerea preţurilor se referă la mărfurile cumpărate în perioada curentă şi nicidecum la cele cumpărate în perioada de bază.

Prin urmare, formula de calcul al indicelui preţurilor sub forma sa agregată este dată de relaţia:

$$I^p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}, \tag{11.16}$$

unde I^p — indicele sintetic agregat al preţurilor; $\Sigma p_1 q_1$ — valoarea producţiei din perioada curentă în preţurile perioadei curente; $\Sigma p_0 q_1$ — valoarea producţiei din perioada curentă în preţurile perioadei de bază.

În general, indicele agregat al indicatorului calitativ are forma:

$$I^x = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_1} \tag{11.17}$$

şi poate fi indicele preţurilor, al costului, al productivităţii muncii, salariului etc.

Acest indice evidenţiază variaţia medie a preţurilor produselor obţinute în perioada curentă, cantitatea rămînînd constantă, fiind luată cea din perioada curentă.

Diferenţa dintre numărător şi numitor ($\Sigma p_1 q_1 - \Sigma p_0 q_1$) reprezintă economiile sau pierderile cauzate de reducerea sau de creşterea preţurilor.

11.4.2. Indicii sintetici calculaţi ca medii ale indicilor elementari

În anumite situaţii indicii sintetici nu pot fi calculaţi ca indicii agregaţi şi atunci se recurge la calcularea ca medii ale indicilor individuali. La calcularea acestor indici se pune problema alegerii cît mai corecte a formei de medie şi a sistemului de ponderare. Această problemă se rezolvă pe baza următoarei reguli: indicele sintetic agregat constituie forma de bază a oricărui indice. Astfel, dacă se cunosc indicii cantitativi şi ponderile complexe din perioada de bază, indicele sintetic al factorului cantitativ rezultă ca medie a indicilor individuali:

$$I^f = \frac{\Sigma i^f \cdot (x_0 f_0)}{\Sigma (x_0 f_0)} = \frac{\sum \frac{f_1}{f_0} x_0 f_0}{\Sigma x_0 f_0} = \frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma x_0 f_0}. \tag{11.18}$$

Scanned with OKEN Scanner

Această regulă este respectată atunci cînd indicele calculat ca medie a indicilor individuali este egal cu indicele agregat. De exemplu, cînd dispunem numai de date privind valoarea producției din perioada de bază și de indicii individuali (elementari) ai cantității, indicele sintetic al volumului fizic se poate calcula ca o medie aritmetică ponderată a indicilor individuali ai cantității, utilizînd metoda Laspeyres:

$$I^q = \frac{\Sigma i^q \cdot q_0 p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0}(q_0 p_0)}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}, \qquad (11.19)$$

unde i^q — indicele individual al cantității; $\Sigma q_0 p_0$ — valoarea producției din perioada de bază.

În acest caz indicele volumului fizic s-a calculat ca o medie aritmetică ponderată a indicilor individuali ai cantității ponderea fiind valoarea producției (vînzărilor) din perioada de bază. Astfel, de exemplu, dacă se cunosc indicii individuali ai factorului calitativ $i^x = \frac{x_1}{x_0}$ și ponderile complexe (xf) din perioada curentă, rezultă indicele sintetic

$$1^x = \frac{\Sigma(x_1 f_1)}{\sum \frac{1}{i^x}(x_1 f_1)} = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\sum \frac{1}{\frac{x_1}{x_0}}(x_1 f_1)} = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\sum \frac{x_0}{x_1} x_1 f_1} = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_1}. \qquad (11.20)$$

Acest indice mediu s-a calculat ca o medie armonică. De exemplu, acesta se utilizează pentru calcularea indicelui prețurilor. Pentru a calcula indicele agregat al prețurilor este nevoie de valoarea producției din perioada curentă ($\Sigma q_1 p_1$) sau vînzările mărfurilor din perioada curentă la prețurile perioadei curente și de cantitățile vîndute în perioada curentă exprimate în prețurile perioadei de bază. În practică datoria dificultăților de evidență economică legate de înregistrarea activității curente în prețurile trecute, indicele prețurilor poate fi calculat ca o medie armonică (metoda Paasche):

$$I_p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p}(p_1 q_1)} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\sum \frac{1}{\frac{p_1}{p_0}} p_1 q_1} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\sum \frac{p_0}{p_1} p_1 q_1} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}. \qquad (11.21)$$

După cum se observă, indicele prețurilor calculat ca medie armonică poate fi folosit numai atunci cînd dispunem de date privind valoarea producției curente la prețurile perioadei curente (mărfurile vîndute din problema curentă la prețurile perioadei curente) și de indicii individuali ai prețurilor (ai diferitelor mărfuri ce formează colectivitatea cercetată). Deci, trebuie respectată următoarea

Scanned with OKEN Scanner

regulă: indicele mediu armonic trebuie folosit în acele cazuri în care numărătorul indicelui agregat este o valoare cunoscută. O abatere de la această regulă se înregistrează la calculul indicelui mediu al prețurilor de consum ale populației, care se calculează ca o medie aritmetică ponderată între indicii individuali pe produse și ponderile din perioada de bază preluate din bugetele de familie, referitor la greutatea specifică pe care fiecare produs o deține în totalul cheltuielilor familiilor.

11.4.3. Indicii mărimilor medii: indicele cu structură variabilă, fixă și al schimbărilor structurale

În practică, în unele cazuri se pune problema calculării dinamicii mărimilor medii ale indicatorului calitativ, ca, de exemplu, productivitatea medie, costul mediu, salariul mediu, prețul mediu etc. Deci,

— productivitatea medie: $\overline{W} = \frac{\Sigma W T}{\Sigma T} = \Sigma W\, g^{(T)}$

— costul mediu: $\overline{C} = \frac{\Sigma cq}{\Sigma q} = \Sigma c \cdot g^{(q)}$;

— prețul mediu: $\bar{p} = \frac{\Sigma pq}{\Sigma q} = \Sigma p \cdot g^{(p)}$;

— salariul mediu: $\bar{s} = \frac{\Sigma s \cdot T}{\Sigma T} = \Sigma s \cdot g^{(T)}$;

— eficiența medie: $\bar{e} = \frac{\Sigma e \cdot F}{\Sigma F} = \Sigma e \cdot g^{(F)}$.

Este vorba, deci, de valoarea medie a unui indicator calitativ la nivelul unei colectivități omogene, stabilit ca medie aritmetică $\overline{x} = \Sigma xf/\Sigma f$ prin particularizarea indicatorilor pe diverse situații concrete.

Indicele ce caracterizează dinamica a doi indicatori medii pentru o colectivitate omogenă se numește *indice cu structură variabilă*, deoarece el reflectă nu numai schimbarea indicatorului fixat (deci, a caracteristicii calitative) de la o perioadă la alta, ci și schimbarea grupelor în totalul colectivității.

De exemplu, dacă vrem să calculăm dinamica costului mediu al unui anumit produs fabricat de mai multe întreprinderi (sau pentru mai multe produse), aceasta depinde nu numai de nivelul la întreprinderile luate în studiu, ci și de ponderea producției fiecărei întreprinderi în totalul producției.

Indicele cu structură variabilă al costului mediu are forma:

$$I_c = \frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_0} = \frac{\sum c_1 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\sum c_0 q_0}{\Sigma q_0} = \frac{\sum c_1 q_1^*}{\sum c_0 q_0^*}, \text{ în care: } \frac{q_1}{\Sigma q_1} = q_1^* \text{ și } \frac{q_0}{\Sigma q_0} = q_0^* \qquad (11.22)$$

respectiv $\Delta\bar{c}=\bar{c}_1-\bar{c}_0$, unde $I\frac{1/0}{c}$ — indicele cu structură variabilă al costului mediu; c_1 și c_0 — costurile unitare ale produselor în perioadele curentă și de bază; q_1^* și q_0^* — ponderea producției cu costuri diferite.

Indicele cu structură variabilă al costului mediu evidențiază schimbarea acestuia de la perioada de bază la perioada curentă sub influența a două grupe de factori:

— sub influența schimbării costului unitar al produsului de la fiecare întreprindere;

— sub influența schimbărilor structurale, adică schimbarea ponderii producției cu costuri diferite.

Pentru evidențierea influenței fiecărei grupe de factori, indicele cu structură variabilă se descompune în indicele cu structură fixă, care reflectă influența schimbării caracteristicii urmărite (a indicatorului indexat) (în cazul exemplificat — costul produselor) și în indicele schimbărilor sau deplasărilor structurale (în cazul exemplificat — schimbarea ponderii producției fiecărei întreprinderi în totalul producției):

Indicele cu structură fixă:

$$I_{\bar{c}(c)}=\frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_*}=\frac{\Sigma c_1 q_1}{\Sigma q_1}:\frac{\Sigma c_0 q_1}{\Sigma q_1} \tag{11.23}$$

$$\text{respectiv } \Delta\bar{c}(c)=\bar{c}_1-\bar{c}^*, \tag{11.24}$$

unde $I_{\bar{c}(c)}$ — indicele ce evidențiază influența schimbărilor costurilor unitare ale produselor asupra schimbării costului mediu; $\Sigma q_1 c_1$ — costurile totale din perioada curentă; $\Sigma q_1 c_0$ — costul total din perioada curentă recalculat cu costurile unitare din perioada de bază.

Indicele schimbărilor structurale

$$I_{\bar{c}(q^*)}=\frac{\sum c_0 q_1}{\Sigma q_1}:\frac{\sum c_0 q_0}{\Sigma q_0}=\frac{\sum c_0 q_1^*}{\sum c_0 q_0^*}=\frac{\bar{c}_*}{\bar{c}_0} \tag{11.25}$$

$$\text{respectiv } \Delta\bar{c}=\bar{c}^*-\bar{c}_0, \tag{11.26}$$

unde $q^*=\frac{q}{\Sigma q}$ — ponderea cantității unui produs în totalul producției; q_1^* și q_0^* — structura producției în perioadele curentă și de bază.

Intrucît indicele cu structură variabilă, indicele cu structură fixă și indicele deplasărilor structurale formează un sistem, indicele cu structură variabilă se poate obține prin produsul dintre indicele cu structură fixă și indicele schimbărilor structurale:

Scanned with OKEN Scanner

$$I_{\bar{c}} = I^{1/0}_{\bar{c}(c)} \cdot I^{1/0}_{\bar{c}(q*)}, \text{ respectiv} \qquad (11.27)$$

$$\Delta_{\bar{c}} = \Delta_{\bar{c}(c)} + \Delta^{(q*)}_{\bar{c}*}. \qquad (11.28)$$

In practica economică se întîlnesc destul de des situaţii, cînd se cere calcularea dinamicii indicatorului mediu calitativ, cum ar fi: productivitatea medie a muncii, salariul mediu, consumul specific mediu de materii prime şi materiale, preţul mediu etc.

Dacă vom nota cu x factorul calitativ şi cu f factorul cantitativ, dinamica indicatorului calitativ x, va avea forma:

$$I_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\Sigma f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\Sigma f_0} = \frac{\sum x_1 f_1^*}{\sum x_0 f_0^*}. \qquad (11.29)$$

Indicele cu structură variabilă reflectă influenţa a două grupe de factori:

— influenţa schimbării factorului calitativ x;

— influenţa schimbării structurii, adică a ponderii grupelor cu care nivelul factorului calitativ diferă — f.

Deci, indicele cu structură variabilă se poate descompune în indicele cu structură fixă care are forma:

$$I_{\bar{x}(x)} = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma f_1} : \frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma f_1} = \frac{\Sigma x_1 f_1^*}{\Sigma x_0 f_1^*} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_*}. \qquad (11.30)$$

Cu ajutorul acestui indice se evidenţiază influenţa factorului calitativ asupra indicatorului mediu şi în indicele schimbărilor structurale care are forma:

$$I_{\bar{x}(f*)} = \frac{\sum x_0 f_1}{\Sigma f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\Sigma f_0} = \frac{\sum x_0 f_1^*}{\sum x_0 f_0^*} = \frac{\bar{x}_*}{\bar{x}_0}. \qquad (11.31)$$

Indicele schimbărilor structurale măsoară influenţa schimbării structurii factorului cantitativ f asupra dinamicii nivelului mediu al factorului calitativ x (acesta rămînînd constant la nivelul perioadei de bază).

Indicele schimbărilor structurale poate fi $I_{\bar{x}(f*)} \gtrless 1$, ceea ce înseamnă că factorul structural poate să nu influenţeze dinamica indicatorului mediu calitativ (cînd $I_{\bar{x}(f)} = 1$); poate să contribuie la creşterea dinamicii (cînd $I_{\bar{x}(f*)} > 1$ sau poate să contribuie la reducerea acesteia (cînd $I_{\bar{x}(f*)} < 1$).

Evident că în acest caz general se respectă relaţia dintre cei trei indici. Indicele cu structură variabilă se poate obţine prin produsul indicelui cu structură fixă şi cel al deplasărilor structurale:

$$I_{\bar{x}} = I_{\bar{x}(x)} \cdot I_{x(f*)}. \qquad (11.32)$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci,

$$\frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} \cdot \frac{\bar{x}_*}{\bar{x}_0}$$

respectiv în mărime absolută:

$$\Delta_{\bar{x}} = \Delta_{\bar{x}(x)} + \Delta_{\bar{x}(f*)} \qquad (11.33)$$
$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_0) = (\bar{x}_1 - \bar{x}_*) + (\bar{x}_* - \bar{x}_0).$$

11.5. SERII DE INDICI: INDICI CU BAZĂ FIXĂ (B.F.), BAZĂ MOBILĂ (B.M.), PONDERE CONSTANTĂ (P.C.), PONDERE VARIABILĂ (P.V.)

In cadrul acestei metodologii se combină procedurile de calcul cunoscute de la seriile cronologice (comparații cu bază fixă și respectiv mobilă) cu metodele de ponderare specifice indicilor statistici și prezentate la 9,3 (respectiv ponderi constante și variabile). De modul cum se alege baza de comparație, cum se ajunge la o concluzie sau alta se evidențiază evoluția fenomenelor studiate pe perioade mai scurte sau mai lungi.

Diferențierea indicilor în indici cu bază fixă și indici cu bază mobilă are valabilitate numai dacă este vorba de un număr mai mare de perioade sau momente de timp.

Pentru a alege modul de construire a celor două tipuri de indici vom folosi indicele volumului fizic și prețurile perioadei de bază (0).

Indicii cu bază fixă (BF) și pondere constantă (PC):

$$I^{PC}_{BF}(q);\ I^{1/0}_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0};\ I^{2/0}_q = \frac{\Sigma q_2 p_0}{\Sigma q_0 p_0};\ \ldots;\ I^{n/q}_q = \frac{\Sigma q_n p_0}{\Sigma q_0 p_0}. \qquad (11.34)$$

După cum se observă la indicii cu bază fixă de comparație și pondere constantă aceasta este valoarea producției din perioada de bază în prețurile perioadei respective.

Indicii cu bază mobilă (lanț) și pondere constantă:

$$I^{PC}_{BM}(q);\ Y^{1/0}_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0};\ I^{2/0}_q = \frac{\Sigma q_2 p_0}{\Sigma q_1 p_0};\ \ldots;\ I^{n/n-1}_q = \frac{\Sigma q_n p_0}{\Sigma q_{n-1} p_0}. \qquad (11.35)$$

La indicii cu bază mobilă, baza de comparație se schimbă, fiind luată mereu cea precedentă.

Intre indicii cu bază fixă și indicii cu bază mobilă există o dependență determinată, care permite trecerea de la o formă la alta. Astfel, prin produsul indicilor cu bază mobilă se ajunge la indicele cu bază fixă al perioadei studiate, iar prin raportul dintre doi indici

Scanned with OKEN Scanner

succesivi sub formă de bază se ajunge la indicele sub formă de lanț (cu baza mobilă).

Trebuie precizat că aceste relații sînt valabile numai pentru indicii cu ponderi constante.

Astfel, dacă se face produsul indicilor cu bază mobilă al volumului fizic, se ajunge la indicele sub formă de bază fixă al perioadei n față de zero:

$$\frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \cdot \frac{\Sigma q_2 p_0}{\Sigma q_1 p_0} \cdot \ldots \cdot \frac{\Sigma q_n p_0}{\Sigma q_{n-1} p_0} = \frac{\Sigma q_n p_0}{\Sigma q_0 p_0} \qquad (11.36)$$

și invers, prin raportul dintre doi indici cu bază fixă se ajunge la indicele sub formă de bază mobilă.

$$\frac{\Sigma q_n p_0}{\Sigma q_0 p_0} : \frac{\Sigma q_{n-1} p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{\Sigma q_n p_0}{\Sigma q_0 p_0} \cdot \frac{\Sigma q_0 p_0}{\Sigma q_{n-1} p_0} = \frac{\Sigma q_n p_0}{\Sigma q_{n-1} p_0}. \qquad (11.37)$$

Deci, prin raportarea indicelui sub formă de bază $I_q^{n/0}$ la $I_q^{n-1/0}$ s-a obținut indicele sub formă de lanț $I_q^{n/n-1}$.

Dacă volumul fizic s-ar fi exprimat în prețurile perioadei precedente, ar fi rezultat indicii volumului fizic cu ponderi variabile:

$$I_{BM}^{PV}(2);\ I_q^{1/0} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0};\ I_q^{2/0} = \frac{\Sigma q_2 p_1}{\Sigma q_1 p_1};\ \ldots;\ I_q^{n/n-1} = \frac{\Sigma q_n p_{n-1}}{\Sigma q_{n-1} p_{n-1}}. \qquad (11.38)$$

La acești indici relația de trecere de la indicii cu bază în lanț la indicii cu bază fixă și invers nu mai este valabilă. Astfel,

$$\frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \cdot \frac{\Sigma q_2 p_1}{\Sigma q_1 p_1} \cdot \ldots \cdot \frac{\Sigma q_n p_{n-1}}{\Sigma q_{n-1} p_{n-1}} \neq \frac{\Sigma q_n p_0}{\Sigma q_0 p_0}. \qquad (11.39)$$

Relația amintită prezintă importanță practică în sensul că atunci cînd nu dispunem de anumite date și este necesară cunoașterea unui anumit indice (sub formă de bază în lanț), se poate ajunge la acesta cu ajutorul relației respective.

Indicele cu bază fixă și pondere variabilă:

$$I_{BF}^{PV}(q);\ I_q^{1/0} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0};\ I_q^{1/0} = \frac{\Sigma q_2 p_0}{\Sigma q_0 p_0};\ \ldots;\ I_q^{n/0} = \frac{\Sigma q_n p_0}{\Sigma q_0 p_0}. \qquad (11.40)$$

Deci, factorul calitativ rămîne constant la nivelul la care se află factorul cantitativ de bază.

Pentru factorul calitativ — prețul, setul indicilor formați ca serii de indici din combinarea «bazei» și a «ponderii» sînt:

— indici cu bază fixă și pondere constantă:

$$I_{BF}^{PC}(p);\ \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0};\ \frac{\Sigma q_1 p_2}{\Sigma q_1 p_0};\ \ldots;\ \frac{\Sigma q_1 p_n}{\Sigma q_1 p_0}; \qquad (11.41)$$

indici cu bază mobilă și pondere constantă:

$$I_{BM}^{PC}(p);\ \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0};\ \frac{\Sigma q_1 p_2}{\Sigma q_1 p_1};\ \ldots;\ \frac{\Sigma q_1 p_n}{\Sigma q_1 p_{n-1}};\qquad (11.42)$$

— indici cu bază fixă și pondere variabilă:

$$I_{BF}^{PV}(p);\ \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0};\ \frac{\Sigma q_2 p_2}{\Sigma q_2 p_0};\ \ldots;\ \frac{\Sigma q_n p_n}{\Sigma q_n p_0};\qquad (11.43)$$

— indici cu bază mobilă și pondere variabilă:

$$I_{BM}^{PV}(p);\ \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0};\ \frac{\Sigma q_2 p_2}{\Sigma q_2 p_1};\ \ldots;\ \frac{\Sigma q_n p_n}{\Sigma q_n p_{n-1}}.\qquad (11.44)$$

11.6. DESCOMPUNEREA DINAMICII UNUI INDICATOR COMPLEX

În paragrafele precedente cu ajutorul indicilor s-a studiat schimbarea unui anumit fenomen de la o perioadă la alta. Însă rolul indicilor nu se reduce numai la acest aspect. O deosebită importanță are și descompunerea dinamicii indicatorilor de natură complexă în funcție de factorii de influență, care se realizează cu ajutorul indicilor factoriali.

Un indicator complex poate fi prezentat ca un produs de factori, iar schimbarea indicatorului complex este determinată de schimbarea concomitentă a factorilor respectivi, în sensuri și cu intensități diferite.

De exemplu, vînzările de mărfuri se pot modifica de la o perioadă la alta atît sub influența cantității, cît și sub influența prețurilor. Producția se poate modifica atît sub influența productivității muncii, cît și sub influența numărului de muncitori. Fondul de salarizare este și el un indicator complex determinat de salariul mediu și de numărul de salariați. Cheltuielile materiale pot fi influențate de cantitatea de produse, de consumul specific, de prețul de aprovizionare etc.

Din exemplele date rezultă că indicatorul complex este influențat de doi, trei și mai mulți factori. De exemplu, Y este influențat de doi și trei factori:

$$Y=\Sigma xf;\qquad Y=\Sigma xfv,\qquad (11.45)$$

unde Y — indicatorul complex; x — factorul calitativ; f — factorul cantitativ.

Esența procesului de descompunere a dinamicii indicatorului complex este asemănătoare în cazul cînd indicatorul este influențat numai de doi factori.

Scanned with OKEN Scanner

Dinamica indicatorului complex de forma $Y=\Sigma xf$ poate fi reflectată cu ajutorul indicelui general, al diferenței absolute și al diferenței relative. Astfel,

$$I^y = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_0}; \tag{11.46}$$

$$\Delta^y = \Sigma x_1 f_1 - \Sigma x_0 f_0; \tag{11.47}$$

$$R^y = I^y - 1 = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_0} - 1 = \frac{\Sigma x_1 f_1 - \Sigma x_0 f_0}{\Sigma x_0 f_0} = \frac{\Delta^y}{\Sigma x_0 f_0}. \tag{11.48}$$

Pentru stabilirea influenței unui factor oarecare asupra dinamicii indicatorului complex, indiferent de forma de exprimare a acestuia, ceilalți factori de care mai depinde indicatorul complex sînt menținuți în raport cu timpul. În funcție de modul cum se combină acești factori față de perioada la care trebuie să fie menținuți constanți, în statistică se cunosc diferite procedee de descompunere. În prezentul capitol vom examina numai procedeele frecvent folosite în practica statistică.

Descompunerea dinamicii indicatorului complex Y poate fi exprimată cu ajutorul indicilor factoriali și atunci aceasta se mai numește *descompunere geometrică*. Cînd ea este exprimată prin diferențe absolute, se numește *descompunere aritmetică*, iar cînd este exprimată prin diferențe relative — *descompunere mixtă*.

11.6.1. Procedee de descompunere a dinamicii unui indicator complex

După cum s-a arătat în practica statistică se utilizează mai multe procedee de descompunere a dinamicii indicatorului complex. Vom examina următoarele procedee: procedeul înlocuirii succesive a factorilor în timp (al substituirii înlănțuite) și procedeul schimbării simultane a factorilor în timp (al restului nedescompus).

Procedeul înlocuirii succesive a factorilor în timp. Esența acestui procedeu constă în următoarele: pentru a determina influența unui factor asupra indicatorului complex, ceilalți factori de care mai depinde indicatorul se mențin constanți după cum urmează:

— cînd factorii calitativi au rol de pondere, deci cînd sînt menținuți constanți, se mențin la nivelul perioadei de bază (0);

— cînd factorii cantitativi au rol de pondere, se mențin constanți în perioada curentă (1).

Formula indicelui general al indicatorului complex a fost arătată în relația (11.46). După cmu se observă, indicatorul complex este influențat de doi factori: x (factor calitativ) și f (factor cantitativ).

Pentru determinarea celor două influențe cu ajutorul acestui

procedeu, trebuie să ţinem seamă de toate succesiunile posibile ce se pot forma cu cei doi factori: xf şi fx. După cum se observă, întrucît există doar doi factori de influenţă, rezultă trei succesiuni, iar ţinînd cont de modalităţile de ponderare rezultă două variante.

Indicii factoriali şi modificările absolute, corespunzătoare celor două variante, se calculează pe baza relaţiei:

Varianta A.

$$I_{1/0}^{y(f)} = \frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma x_0 f_0} \text{ (ca indice Laspeyres)} \qquad (11.49)$$

$$\Delta y(f) = \Sigma x_0 f_1 - \Sigma x_0 f_0 = \Sigma x_0 \Delta f;$$

$$I_{1/0}^{y(x)} = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_1} \text{ (ca indice Paasche)} \qquad (11.50)$$

$$\Delta y(x) = \Sigma x_1 f_1 - \Sigma x_0 f_1 = \Sigma f_1 \Delta x.$$

Varianta B

$$I_{1/0}^{y(x)} = \frac{\Sigma x_1 f_0}{\Sigma x_0 f_0}; \qquad (11.51)$$

$$\Delta y(x) = \Sigma x_1 f_0 - \Sigma x_0 f_0 = \Sigma f_0 \Delta x;$$

$$I_{1/0}^{y(f)} = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_1 f_0}; \qquad (11.52)$$

$$\Delta y(f) = \Sigma x_1 f_1 - \Sigma x_1 f_0 = \Sigma x_1 \Delta f.$$

Influenţa factorilor asupra modificării relative se calculează pe baza formulelor:

Varianta A.

Modificarea fenomenului complex y:

$$(I^{y(x,f)} - 1)\ 100 = R^{y(x,f)}. \qquad (11.53)$$

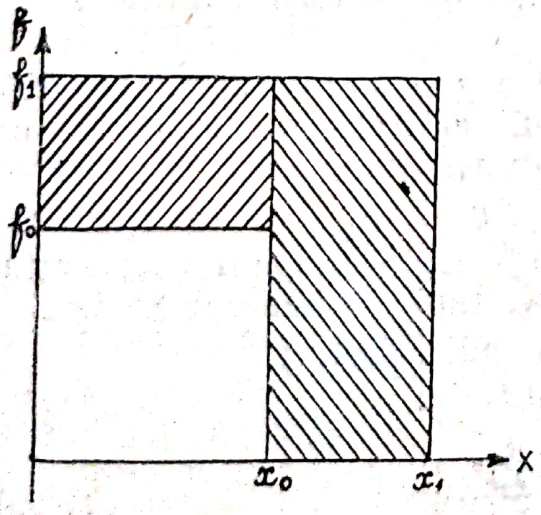


Fig. 11.1. Varianta *A*

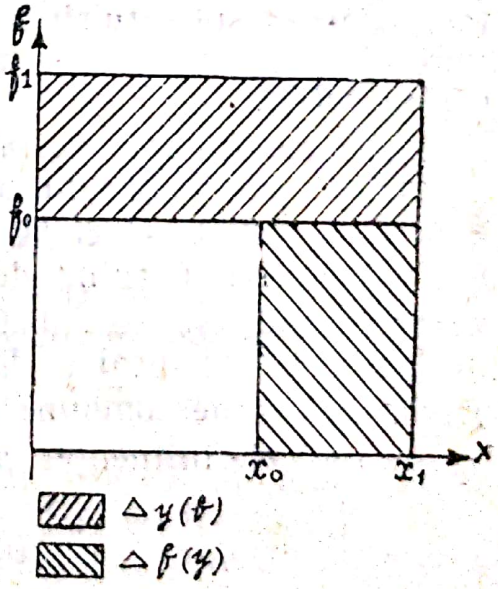


Fig. 11.2. Varianta *B*

Modificarea pe seama factorului f:

$$(I^{y(f)}-1)\ 100=R^{y(f)}. \tag{11.54}$$

Modificarea pe seama factorului x:

$$(I^{y(x)}-1)\ I^{y(f)}\cdot 100=R^{y(x)}\cdot I^{y(f)}. \tag{11.55}$$

Varianta B.

Modificarea fenomenului complex y:

$$(I^{y(xf)}-1)\ 100=R^{y(xf)}). \tag{11.56}$$

Modificarea pe seama factorului f:

$$(I^{y(f)}-1)\cdot I^{y(x)}100=R^{y(f)}\cdot I^{y(x)}. \tag{11.57}$$

Modificarea pe seama factorului x:

$$(I^{y(x)}-1)\ 100=R^{y(x)}. \tag{11.58}$$

La construirea indicilor de grup, alegerea uneia din cele două variante se realizează în funcție de concluziile desprinse din analiza succesiunii schimbării factorilor și de datele disponibile. În condițiile în care se cunosc valorile variabilelor pentru cele două perioade se optează, de regulă, pentru varianta *I*.

Deosebirea privind mărimea cu care influențează cei doi factori modificarea variabilei complexe, în cazul celor două variante, poate fi sesizată vizual pe baza graficelor 11.1 și 11.2, construite la nivelul unei unități de observare. Ambele variante prezentate presupun că atît variabila complexă, cît și factorii de influență au înregistrat creșteri, respectiv $y_1>y_0$; $x_1>x_0$; $f_1>f_0$.

În condițiile în care în calcul se implică mai mult de doi factori, ordinea substituirii nu poate fi univocă, deoarece este aproape imposibil să se separe întotdeauna riguros factorii cantitativi de cei calitativi.

Dacă modificarea variabilei complexe y se analizează în funcție de modificarea factorului x_i, iar factorul cantitativ se analizează nu numai ca volum, ci și ca structură, atunci se aplică o schemă de tip trifactorial, pornind de la relația: $\Sigma y=\Sigma x_i f_i^*\ \Sigma f_i$. În acest caz se recomandă să se substituie mai întîi factorul cantitativ, urmat de factorul structural și de cel calitativ. Indicele general $\Sigma x_1 f_1^*\ \Sigma f_1 / \Sigma x_0 f_0^*\ \Sigma f_0$ se descompune în următorii indici factoriali:

— indicele influenței factorului cantitativ:

$$I^{y(f)}=\frac{(\sum x_0 f_0^*)\sum f_1}{(\sum x_0 f_0^*)\sum f_0}; \tag{11.59}$$

Scanned with OKEN Scanner

— influența factorului structural:

$$I_{y(f^*)} = \frac{(\sum x_0 f_1^*)\sum f_1}{(\sum x_0 f_0^*)\sum f_1}; \qquad (11.60)$$

— influența factorului calitativ:

$$I_{y(x)} = \frac{(\sum x_1 f_1^*)\sum f_1}{(\sum x_0 f_1^*)\sum f_1}. \qquad (11.61)$$

Modificarea absolută a variabilei complexe $\Delta y(x,f^*, \Sigma f)$ se descompune în suma modificărilor datorate celor trei factori de influență:

$$\Delta y(x,f^* \Sigma f) = (\Sigma x_0 f_0^*)\Delta f + (\Sigma x_0 \Delta f^*)\Sigma f_1 + (\Sigma \Delta x f_1^*)\Sigma f_1. \qquad (11.62)$$

In practica statistică pentru comparația unor perioade scurte este preferată varianta care presupune că se substituie mai întîi factorul cantitativ, deci, folosind relațiile (11.50) și (11.51). Pentru perioade mai lungi acestei metode i se impută că factorii de influență sînt tratați diferențiat, în sensul că se acordă o importanță mai mare factorului calitativ. Pentru a putea trata uniform factorii de influență implicați în analiză se recurge la metoda influențelor izolate ale factorilor.

Metoda influențelor izolate ale lactorilor (metoda restului nedescompus). Pentru cazul a doi factori indicii factoriali care exprimă influența izolată a factorilor se obțin aplicînd sistemul Laspeyres

$$I_{y(f)} = \frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma x_0 f_0}; \qquad (11.63)$$

$$I_{y(x)} = \frac{\Sigma x_1 f_0}{\Sigma x_0 f_0}. \qquad (11.64)$$

Influența celor doi factori asupra modificării variabile complexe se calculează pe baza relațiilor:

$$\Delta y(f) = \Sigma x_0 f_1 - \Sigma x_0 f_0 = \Sigma x_0 \Delta f; \qquad (11.65)$$

$$\Delta y(x) = \Sigma x_1 f_0 - \Sigma x_0 f_0 = \Sigma f_0 \Delta x. \qquad (11.66)$$

Aplicînd un singur sistem de ponderare la construirea indicilor factoriali, produsul acestora nu va fi egal cu indicele variabilei complexe $\left(\frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma x_0 f_0} \cdot \frac{\Sigma x_1 f_0}{\Sigma x_0 f_0} \neq \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_0}\right)$, iar suma modificărilor absolute datorate factorilor de influență va fi diferită de modificarea variabilei y: $[(\Sigma x_0 f_1 - \Sigma x_0 f_0) + (\Sigma x_1 f_0 - \Sigma x_0 f_0)] \neq [\Sigma x_1 f_1 - \Sigma x_0 f_0]$.

Mărimea cu care diferă suma modificărilor absolute datorate factorilor de influență de modificarea absolută a variabilei complexe

Scanned with OKEN Scanner

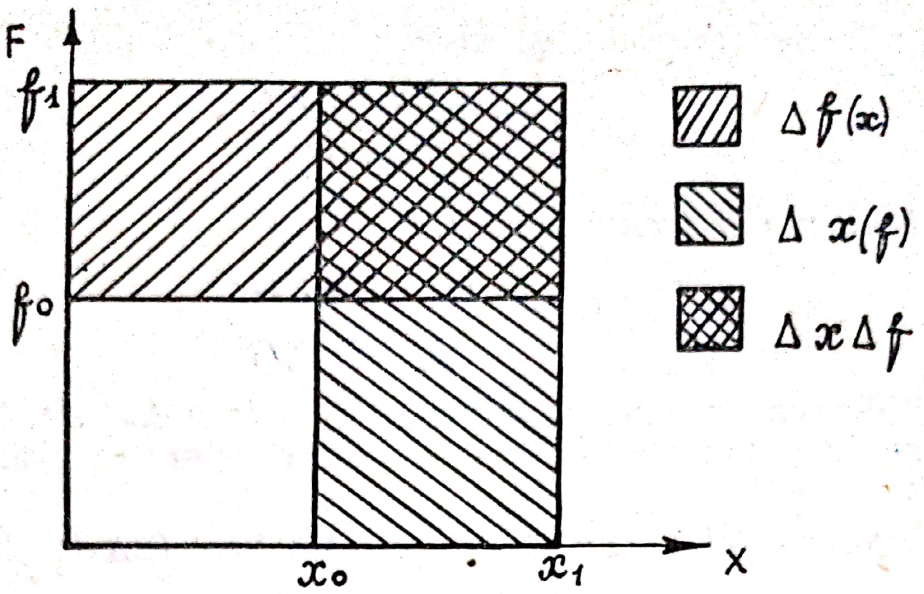


Fig. 11.3. Metoda restului nedescompus

este numită *rest nedescompus*. Aceasta apare ca urmare a faptului că indicii factoriali se alcătuiesc, folosind un singur sistem de ponderare, care nu reflectă influenţa variaţiei ponderilor. Geometric, mărimea restului nedescompus poate fi sesizată cu uşurinţă pe baza graficului 11.3, care vizualizează descompunerea pe factori a variaţiei variabilei y la nivelul unei unităţi de observare.

Restul nedescompus poate fi interpretat ca un rezultat al influenţei concomitente a celor doi factori. Conform graficului restul nedescompus este egal cu aria $ABCD$, care rezultă din produsul modificării celor doi factori: $(x_1 - x_0) \cdot (f_1 - f_0)$.

Deci, la descompunerea variaţiei variabilei complexe y, după metoda influenţelor izolate, este necesar să se construiască pe lîngă indicii factoriali care exprimă influenţa izolată a factorilor x şi f şi un indice care reflectă interacţiunea celor doi factori ($I^{y(x \frown f)}$). Corespunzător şi la descompunerea aritmetică este necesar să se calculeze modificarea variabilei y datorită modificării concomitente a celor doi factori $[\Delta^{y(x \frown f)}]$.

Indicele care măsoară influenţa interacţiunii celor doi factori se calculează ca un raport între indicele factorului calitativ construit după sistemul lui Paasche şi indicele aceleiaşi variabile construit după sistemul propus de Laspeyres.

$$I^{y(x \frown f)} = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_1} : \frac{\Sigma x_1 f_0}{\Sigma x_0 f_0}. \qquad (11.67)$$

Modificarea absolută a variabilei complexe rezultă din relaţia:

$$\Delta^{y(x \frown f)} = (\Sigma x_1 f_1 - \Sigma x_0 f_1) - (\Sigma x_1 f_0 - \Sigma x_0 f_0). \qquad (11.68)$$

Deci, indicele variabilei complexe se descompune în produsul următorilor indici factoriali:

$$I^{y(x,f)} = \frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_1} = \frac{\Sigma x_0 f_1}{\Sigma x_0 f_0} \cdot \frac{\Sigma x_1 f_0}{\Sigma x_0 f_0} \left[\frac{\Sigma x_1 f_1}{\Sigma x_0 f_1} : \frac{\Sigma x_1 f_0}{\Sigma x_0 f_0} \right]. \qquad (11.69)$$

De aici rezultă relaţia pentru descompunerea analitică:

$$\Sigma y_1 - \Sigma y_0 = \Sigma x_1 f_1 - \Sigma x_0 f_0 = (\Sigma x_0 f_1 - \Sigma x_0 f_0) + (\Sigma x_1 f_0 - \Sigma x_0 f_0) + [(\Sigma x_1 f_1 - \Sigma x_0 f_1) - (\Sigma x_1 f_0 - \Sigma x_0 f_0)], \qquad (11.70)$$

respectiv:

$$\Delta y(x,f) = \Sigma x_0 \Delta f + \Sigma f_0 \Delta x + \Sigma \Delta x \cdot \Delta f. \qquad (11.71)$$

In realitate, existînd doar doi factori de influenţă, este obligatoriu să se atribuie pe cei doi factori restul nedescompus.

In literatura de specialitate există mai multe propuneri privitor la repartizarea restului nedescompus:

a) să se atribuie integral unuia din factori situaţia care conduce la procedeul substituţiei în lanţ: factorul calitativ în varianta *A* şi factorul cantitativ în cazul variantei *B*. Atribuirea restului nedescompus factorului calitativ se recomandă cînd comparaţiile se fac pe perioade scurte de timp;

b) să se repartizeze în mod egal pe factori:

c) să se repartizeze proporţional cu influenţele independente ale factorilor, şi anume, $\Delta f x_0$ şi $\Delta x f_0$.

In cea de-a treia ipoteză aplicarea procedeului influenţelor izolate în descompunerea pe factori se realizează în două faze:

— în prima fază se calculează influenţa izolată a fiecărui factor, folosind indicii factoriali cu ponderi din perioada de bază, indicii Laspeyres pentru ambii factori plus restul nedescompus;

— în cea de-a doua fază se calculează cota parte care revine fiecărui factor din restul nedescompus (K^x şi K^f), ca un raport dintre influenţa independentă a fiecărui factor şi suma celor două influenţe absolute independente.

$$K^x = \frac{\Delta x f_0}{\Delta x f_0 + \Delta f x_0}; \qquad (11.72)$$

$$K^f = \frac{\Delta f x_0}{\Delta f x_0 + \Delta x f_0}. \qquad (11.73)$$

Sporul total al variabilei *Y*, care revine factorului *f*, este:

$$\Delta y(f) = \Delta f x_0 + K^f \ \Delta y(xnf). \qquad (11.74)$$

Sporul total al variabilei *y*, care revine factorului *x*:

$$\Delta y(x) = \Delta x f_0 + K^x \Delta y(xnf). \qquad (11.75)$$

Scanned with OKEN Scanner

Pornind de la influenţa absolută a fiecărui factor asupra modificării variabilei complexe, se calculează ponderea contribuţiei factorilor la formarea sporului total, respectiv:

$$\frac{\Delta y(f)}{\Delta y(f,x)} \cdot 100 \text{ şi } \frac{\Delta y(x)}{\Delta y(f,x)} \cdot 100. \tag{11.76}$$

Comparativ cu substituţia în lanţ, metoda influenţelor izolate permite explicarea mai veridică a cauzelor care au condiţionat variaţia variabilei complexe.

11.6.2. Descompunerea dinamicii unui indicator complex în cazul multiplicativ cu mai mult de doi factori

În situaţia în care indicatorul complex $Y=a.b.c.d.$ este rezultatul ca produs de mai mult de doi factori, de exemplu, de patru factori a, b, c, d, nu se mai poate face distincţie între factorii de natură cantitativă şi respectiv calitativă. De exemplu, volumul producţiei (deci şi dinamica acesteia) poate fi scrisă ca produs între productivitatea orară (W_h), durata medie a zilei de lucru ($\overline{DZ}$), durata medie a lunii de lucru ($\overline{DL}$) şi numărul de salariaţi ($\overline{T}$). Deci,

$$Q=W_h \cdot \overline{DZ} \cdot \overline{DL} \cdot \overline{T}.$$

In astfel de situaţii prezintă interes partajarea dinamicii pe fiecare dintre aceşti factori de influenţă. Similar se pot pune în evidenţă alţi indicatori (vezi capitolele destinate statisticii economice). In aceste cazuri toţi factorii vor fi succesiv trataţi ca fiind şi cantitativi (vor fi menţinuţi constanţi ca ponderi în perioada curentă), şi calitativi (vor fi menţinuţi constanţi ca ponderi în perioada de bază). Regula este următoarea: se modifică primul factor a, iar cei din dreapta rămîn nemodificaţi în perioada curentă ca nişte factori cantitativi. Se modifică următorul factor b. Factorul a rămîne nemodificat în perioada de bază ca un factor calitativ, iar cei din dreapta lui b rămîn nemodificaţi ca nişte factori cantitativi în perioada curentă. Deci, indicele factorului complex este:

$$I^y = \frac{\Sigma a_1 b_1 c_1 d_1}{\Sigma a_0 b_0 c_0 d_0}, \tag{11.77}$$

respectiv modificarea absolută:

$$\Delta^y = \Sigma a_1 b_1 c_1 d_1 - \Sigma a_0 b_0 c_0 d_0. \tag{11.78}$$

Partajarea influenţelor pe factori rezultă astfel:

$$I^{Y(a)} = \frac{\Sigma a_1 b_1 c_1 d_1}{\Sigma a_0 b_1 c_1 d_1}; \tag{11.79}$$

Scanned with OKEN Scanner

— contribuţia factorului a în mărime relativă, respectiv în mărime absolută:

$$\Delta^{Y(a)} = \Sigma a_1 b_1 c_1 d_1 - \Sigma a_0 b_1 c_1 d_1; \tag{11.80}$$

— contribuţia factorului b:

$$I^{Y(b)} = \frac{\Sigma a_0 b_1 c_1 d_1}{\Sigma a_0 b_0 c_1 d_1}; \tag{11.81}$$

$$\Delta^{Y(b)} = \Sigma a_0 b_1 c_1 d_1 - \Sigma a_0 b_0 c_1 d_1; \tag{11.82}$$

— contribuţia factorului c:

$$I^{Y(c)} = \frac{\Sigma a_0 b_0 c_1 d_1}{\Sigma a_0 b_0 c_0 d_1}, \tag{11.83}$$

$$\Delta^{Y(c)} = \Sigma a_0 b_0 c_1 d_1 - \Sigma a_0 b_0 c_0 d_1; \tag{11.84}$$

— contribuţia factorului d:

$$I^{Y(d)} = \frac{\Sigma a_0 b_0 c_0 d_1}{\Sigma a_0 b_0 c_0 d_0}, \tag{11.85}$$

$$\Delta^{Y(d)} = \Sigma a_0 b_0 c_0 d_1 - \Sigma a_0 b_0 c_0 d_0. \tag{11.86}$$

Relaţia de verificare între indici:

$$I^{Y} = I^{Y(a)} \cdot I^{Y(b)} \cdot I^{Y(c)} \cdot I^{Y(d)}; \tag{11.87}$$

$$\frac{\Sigma a_1 b_1 c_1 d_1}{\Sigma a_0 b_0 c_0 d_0} = \frac{\Sigma a_1 b_1 c_1 d_1}{\Sigma a_0 b_1 c_1 d_1} \cdot \frac{\Sigma a_0 b_1 c_1 d_1}{\Sigma a_1 b_0 c_1 d_1} \cdot \frac{\Sigma a_0 b_0 c_1 d_1}{\Sigma a_0 b_0 c_0 d_1} \cdot \frac{\Sigma a_0 b_0 c_0 d_1}{\Sigma a_0 b_0 c_0 d_0}.$$

Verificarea între modificările absolute:

$$\Delta^{Y} = \Delta^{Y(a)} + \Delta^{Y(b)} + \Delta^{Y(c)} + \Delta^{Y(d)}. \tag{11.88}$$

Aplicaţia 11.1. Se cunosc următoarele date convenţionale privind activitatea economică a unei societăţi comerciale:

Mărfuri	Valoarea desfacerilor (mil. lei)		Modificarea valorii desfacerilor ca urmare a modificării volumului fizic (mil. lei) Δ_2	q_1p_0	q_0p_1
	1992 (q_0p_0)	1993 (q_1p_1)			
A	12	18	2	14	15,43
B	28	40	4	32	34,99
C	60	92	10	70	78,85
TOTAL	100 Σq_0p_0	150 Σq_1p_1	*	116 Σq_1p_0	129,27 Σq_0p_1

Scanned with OKEN Scanner

Se cere:

a) Să se calculeze indicii individuali și sintetici ai valorii volumului și prețurilor mărfurilor de stoc.

b) Analiza statistică a variației în timp privind valoarea desfacerilor.

Rezolvare:

a) Indicii privind valoarea desfacerilor, volumului fizic și ai prețurilor:

Indicele individual al valorii mărfii:

$$i^v = \frac{v_1}{v_0} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} = i^q i^p,$$

$$i_A^V = \frac{18}{12} = 1{,}5,$$

$$i_B^V = \frac{40}{28} = 1{,}42; \quad i_c^V = \frac{92}{60} = 1{,}53.$$

Modificarea absolută a valorii producției:

$$\Delta_q^A = q_1^A p_0^A - q_0^A p_0^A, \quad q_0^A p_0^A = \Delta_q^A + q_0^A p_0^A = 2 + 12 = 14 \text{ mil. lei};$$

$$\Delta_q^B = q_1^B p_0^B - q_0^B p_0^B, \quad q_0^B p_0^B = \Delta_q^B + q_0^B p_0^B = 4 + 28 = 32 \text{ mil. lei};$$

$$\Delta_q^C = q_1^C p_0^C - q_0^C p_0^C, \quad q_2^C p_0^C = \Delta_q^C + q_0^C p_0^C = 10 + 60 = 70 \text{ mil. lei}.$$

Indicii individuali ai volumului fizic:

$$i_A^C = \frac{q_1^A p_0^A}{q_0^A p_0^A} = \frac{14}{12} = 1{,}166 \text{ sau } 116{,}6\% \text{ (deci, } +16{,}6\%);$$

$$i_B^q = \frac{q_1^B p_0^B}{q_0^B p_0^B} = \frac{32}{28} 1{,}143 \text{ sau } 114{,}3\% \text{ (deci, } +14{,}3\%);$$

$$i_c^q = \frac{q_1^c p_0^c}{q_0^c p_0^c} = \frac{70}{60} = 1{,}166 \text{ sau } 116{,}6\% \text{ (deci, } +16{,}6\%).$$

Indicii individuali ai prețurilor:

$$i^v = i^p \cdot i^q \rightarrow i^p = \frac{i^v}{i^q},$$

Deci,

$$i_A = \frac{i_A^v}{i_A^q} = \frac{1{,}5}{1{,}166} = 1{,}285 \text{ sau } 128{,}5\% \text{ (deci, } +28{,}5\%),$$

Scanned with OKEN Scanner

$$i_B^p = \frac{i_B^v}{i_B^q} = \frac{1,42}{1,143} = 1,242 \text{ sau } 124,2\% \text{ (deci, } +24,2\%),$$

$$i_0^p = \frac{i_c^v}{i_c^q} = \frac{1,53}{1,166} = 1,311 \text{ sau } 131,1 \text{ (deci, } +31,1\%).$$

Indicele sintetic al valorii mărfii:

$$I_{1/0}^v = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{18+40+92}{12+28+60} = \frac{150}{100} = 1,5 \text{ sau } 150\%.$$

Indicele sintetic al volumului fizic:

Sub forma Laspeyres: $I^{q(L)} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{\Sigma i^q p_0 q_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{14+32+70}{100} = 1,16.$

Sub forma Paasche: $I^{q(P)} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\sum \frac{1}{1_q} q_1 p_1} = \frac{150}{12\,927} = 1,160.$

Sub forma Fischer: $I^{q(F)} = \sqrt{I^{q(L)} I^{q(p)}} = \sqrt{1,16 \cdot 1,160} = \sqrt{1,3456} = 1,160.$

Indicele sintetic al prețului:

Sub forma Laspeyres: $I^{p(L)} = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} = \frac{\Sigma i^p p_0 q_0}{\Sigma p_0 q_0} = \frac{129,27}{100} = 1,2927.$

Sub forma Paasche: $I^{p(P)} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i^p} p_1 q_1} = \frac{150}{116} = 1,293.$

Sub forma Fischer: $I^{p(F)} = \sqrt{I^{p(L)} \cdot I^{p(p)}} = \sqrt{1,2927 \cdot 1,293} = 1,2929.$

b) Analiza statistică a variației în timp privind valoarea desfacerilor.

1. Metoda substituirii (MSL)

$$I^v = I^{v(q)} \cdot I^{v(p)};$$

$$\Delta^v = \Delta^{v(q)} + \Delta^{v(p)};$$

$$I^v = \frac{\Sigma v_1}{\Sigma v_0} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_0} = 1,5 \quad . \quad \begin{cases} q \text{ — factor cantitativ} \\ p \text{ — factor calitativ} \end{cases}$$

Se modifică factorul cantitativ;

$$I^{v(q)} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma p_0 q_0} = I^{q(L)} = 1,16.$$

Scanned with OKEN Scanner

Se modifică factorul calitativ:

$$I^{v(p)} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0} = I^{p(P)} = 1{,}293;$$

$$I^{v} = I^{q(L)} \cdot I^{p(P)} \rightarrow 1{,}5 = 1{,}16 \cdot 1{,}293;$$

$$\Delta^{v} = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_0 p_0 = 150 - 100 = 50 \text{ mil. lei;}$$

$$\Delta^{v(p)} = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_1 p_0 = 150 - 116 = 34 \text{ mil. lei;}$$

$$\Delta^{v(q)} = \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_0 = 116 - 100 = 16 \text{ mil. lei;}$$

$$\Delta^{v} = \Delta^{v(q)} + \Delta^{v(p)};\ 50 = 16 + 34 \text{ mil. lei.}$$

2. Metoda influenţelor izolate (mii)

Avem $I^{v} = I^{v(q)} \cdot I^{v(p)} \cdot I^{v(q \cap p)}$,

$$\Delta^{v} = \Delta^{v(p)} + \Delta^{v(q)} + \Delta^{v(q \cap p)};$$

$$I^{v} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_0} = 1{,}5;$$

$$I^{v(q)} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} = 1{,}16;$$

$$I^{v(p)} = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} = 1{,}2927;$$

$$I^{v(p \cap q)} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} : \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \cdot \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} = \frac{1{,}5}{1{,}16 \cdot 1{,}2927} = 1{,}00031,$$

adică

$$I^{v} = 1{,}16 \cdot 1{,}2927 \cdot 1{,}00031 = 1{,}5;$$

$$\Delta^{v} = \Sigma p_1 q_1 - \Sigma p_0 q_0 = 150 - 100 = 50 \text{ mil. lei;}$$

$$\Delta^{v(q)} = \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_0 = 116 - 100 = 16 \text{ mil. lei;}$$

$$\Delta^{v(p)} = \Sigma p_1 q_0 - \Sigma q_0 p_0 = 129{,}27 - 100 = 29{,}27 \text{ mil. lei;}$$

$$\Delta^{v(p \cap q)} = \Sigma (q_1 - q_0)(p_1 - p_0) = \Sigma (q_1 p_1 - q_1 p_0 - q_0 p_1 + q_0 p_0) =$$

$$= \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_1 + \Sigma q_0 p_0 = 150 - 116 - 129{,}27 + 100 = 4{,}73 \text{ mil. lei.}$$

Deci, $\Delta^{v} = 16 + 29{,}27 + 4{,}73 = 50$ mil. lei.

Întrucît avem $\Delta^{v(q)} = 16 > 0$, $\Delta^{v(p)} = 29{,}27 > 0$ şi $\Delta^{v(q)} \neq \Delta^{v(p)}$, restul nedescompus se repartizează în părţi proporţionale cu influenţele independente ale fiecărui factor:

$$I^{\Sigma v(p)} = I^{p(L)} \cdot \sqrt{\frac{I^{P(L)}}{I^{q(L)}} \cdot I^{P \cap q}} = 1{,}2927 \sqrt{\frac{1{,}2927}{1{,}16} \cdot 1{,}0003} =$$

$$= 1{,}36485$$

$$I^{\Sigma v(q)} = I^q \sqrt{\frac{I^q}{I^p}} \cdot I^{p \frown q} = 1{,}16 \sqrt{\frac{1{,}16}{1{,}2927}} \cdot 1{,}00031 = 1{,}09902;$$

$$\Delta^{\Sigma v(p)} = \Delta^{v(p)} + \Delta^{v(p \frown q)} \cdot \frac{\Delta v(q)}{\Delta v(p) + \Delta v(q)} = 29{,}27 + 4.73 \cdot \frac{29{,}27}{16 + 29{,}27} = 32{,}33;$$

$$\Delta^{\Sigma v(p)} = \Delta^{v(q)} + \Delta^{v(p \frown q)} \cdot \frac{\Delta v(p)}{\Delta v(p) + \Delta v(q)} = 16 + 4{,}73 \frac{16}{16 + 29{,}27} = 17{,}67;$$

$$I^v = I^{\Sigma v(q)} \cdot I^{\Sigma v(p)}; 1{,}5 = 1{,}36485 \cdot 1{,}00902;$$

$$\Delta^v = \Delta^{\Sigma v(q)} + \Delta^{\Sigma v(p)}; \; 50 = 32{,}33 + 17{,}67.$$

Rezultă că volumul încăsărilor a fost de 1,5 ori mai mare în 1993 decît în 1992, obţinînd un volum al încasărilor suplimentare de 50 mil. lei la care creşterea volumului fizic a contribuit cu 64,66%, creşterea preţurilor — cu 35,34%. Creşterea volumului fizic de 1,36485 ori a determinat un volum de încasări suplimentare de 32,33 mil. lei, iar creşterea preţurilor — 17,67 mil. lei.

Aplicaţia 11.2. O societate comercială a desfăcut un anumit produs pe trei pieţe.

Pieţe	Preţ desfacere (lei/kg)		Structura volumului desfacerii	
	1992	1993	1992	1993
I	80	120	35	30
II	100	135	25	30
III	70	90	40	40

Ştiind că în 1993 societatea a vîndut 5 tone din produsul respectiv, ceea ce reprezintă o creştere de 20% faţă de 1992, se cere:

1) Influenţa modificării preţului mediu de vînzare în 1993 faţă de 1992 (indicii de grup calculaţi ca raport de medii).

2) Explicaţia modificării valorii mărfurilor în 1993 faţă de 1992.

Rezolvare:

1. Deoarece $\overline{P}$ (preţul mediu) de vînzare este un indicator complex dependent de 2 factori, descrierea lui statistică se face cu un sistem de indici:

$$\overline{P} = \frac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma q_i} = \sum P_i f_i^q;$$

a) $\overline{I}^P = \overline{I}^{P(p)} + \overline{I}^{P(fq)}$; b) $\Delta^{\overline{P}} = \Delta^{\overline{P}(p)} + \Delta^{\overline{P}(f)}$.

Scanned with OKEN Scanner

$$I^{\overline{P}} = \frac{\sum P_1 f_1^q}{\sum P_0 f_0^q} = \frac{\overline{P}_1}{\overline{P}_0} = \frac{120 \cdot 0.3 + 135 \cdot 0,3 + 90 \cdot 0,4}{80 \cdot 0,35 + 10 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,4} = \frac{112,5}{81,0} = 1,388;$$

$$\Delta^{\overline{P}} = \Sigma P_1 \cdot f_1^q - \Sigma P_0 f_0^q = 112,5 - 81 = 31,5 \text{ lei/kg};$$

$$I^{\overline{P}(P)} = \frac{\sum P_1 f_1^q}{\sum P_0 f_1^q} = \frac{\overline{P}_1}{\overline{P}_1^*}; \quad \overline{P}_1^* = \sum P_0 f_1^q;$$

$\overline{P}_1^* = 80 \cdot 0,3 + 100 \cdot 0,3 + 70 \cdot 0,4 = 24 + 30 + 28 = 82$, deci $\overline{p}^* = 82$;

$$I^{\overline{P}(P)} = \frac{112,5}{82} = 1,3719;$$

$$\Delta^{\overline{P}(P)} = \overline{P}_1 - \overline{P}_1^* = 112,5 - 82 = 30,5 \text{ lei/kg};$$

$$I^{\overline{P}(f^1)} = \frac{\Sigma P_0 f_1^2}{\Sigma P_0 f_0^2} = \frac{\overline{P}_1^*}{P_0} = \frac{82}{81} = 1,0123;$$

$$\Delta \overline{P}^{(f^1)} = \overline{P}_1^* - \overline{P}_0 = 82 - 81 = 1 \text{ leu/kg}.$$

Deci,

$$I^{\overline{P}(Pf^1)} = I^{\overline{P}(P)} \cdot I^{\overline{P}(f^1)}; \quad 1,388 = 1,3719 \cdot 1,0123;$$

$$\Delta^{\overline{P}(P \cdot f^1)} = \Delta^{\overline{P}(P)} + \Delta^{\overline{P}(f^1)}; \quad 31,5 = 30,5 + 1; \quad 100\% = 96,82\% + 3,18\%.$$

In 1993 preţul mediu a sporit de 1,388 ori sau cu 31,5 lei/kg. La creşterea preţului mediu modificarea preţului de vînzare a contribuit cu 96,82%, iar modificarea structurii valorii desfacerii a contribuit cu numai 3,18%.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL XII. SISTEMUL DE INDICATORI SINTETICI AI ECONOMIEI NAȚIONALE

12.1. NECESITATEA MĂSURĂRII VARIABILELOR ECONOMICE

Fundamentarea deciziilor economice necesită informații privind aspectele principale ale activității economico-sociale, cum ar fi dimensiunea acesteia și evoluția ei în timp, proporțiile și corelațiile care se formează între principalele categorii economice etc.

Teoria economică constituie un sistem coerent care cu ajutorul unor categorii economice permite explicarea unui sistem economic.

Variabilele cu care se operează în analizele economice capătă o semnificație suplimentară dacă li se dă și o expresie cantitativă. Astfel, nu este suficient să spunem, de exemplu, că într-o țară este inflație. In acest caz este necesar să exprimăm sub formă cantitativă nivelul inflației. Astfel nu numai că deținem o informație mai bogată, dar putem să comparăm nivelul inflației cu nivelul așteptat, cu cel din perioadele trecute sau din alte unități teritoriale. De asemenea determinarea cantitativă a variabilelor economice dă posibilitatea măsurării interdependențelor din economie, precum și cuprinderea acestor variabile în modelele de previziune, optimizare și modelare economică.

Măsurarea variabilelor economice se realizează prin indicatorii statistici corespunzători. Indicatorul este expresia cantitativă a unei categorii economice. Determinarea indicatorilor, stabilirea sferei de cuprindere a acestora, construirea unui sistem de indicatori constituie o sarcină principală a statisticii economice.

12.2. CERINȚELE ȘI STRUCTURA SISTEMULUI DE INDICATORI

Pentru a înțelege și influența comportamentului unui sistem economic complex cum este economia națională este necesar să-i cunoaștem atît performanțele cît și resursele cu care obține performanțele respective.

Pentru aceasta este necesară sistematizarea activității economice, a factorilor de producție etc. în funcție de anumite criterii, precum și măsurarea variabilelor care caracterizează sistemul economic cu ajutorul unor indicatori statistici, reuniți într-un sistem de indicatori.

Scanned with OKEN Scanner

Sistemul de indicatori statistici este o componentă de bază a sistemului informațional. Celelalte componente ale sistemului informațional (purtătorii de informații, fluxurile informaționale, mijloacele tehnice de transmitere, prelucrare și stocare a informațiilor) sînt elemente ajutătoare importante, menite să servească sistemul de indicatori pentru înfăptuirea funcțiilor sale.

Sistemul de indicatori este conceput după cerințe metodologice unitare, avînd la bază noțiuni și concepte unitare furnizate de teoria economică, relații de calcul unitare.

Cerințele principale formulate față de sistemul de indicatori sînt:

— să reflecte nivelul de dezvoltare și structura economiei naționale;

— să permită caracterizarea dinamicii proceselor economice cu respectarea comparabilității în timp și în spațiu;

— să permită măsurarea interdependențelor dintre fenomenele economice;

— să asigure posibilitatea încadrării subsistemelor componente în sistemul general.

Avînd în vedere aceste cerințe, principalele caracteristici ale sistemului de indicatori pot fi formulate astfel:

— indicatorii exprimă cantitativ categoriile economice definite de teoria economică;

— sistemul de indicatori este conceput «sistemic», reflectînd interdependența obiectivă dintre diferite componente ale economiei naționale; indicatorii sînt elaborați astfel încît să permită agregarea de la un nivel ierarhic la altul;

— sistemul de indicatori are la bază o concepție unitară privind conținutul, metodologia de calcul și mijloacele de agregare a indicatorilor (o sferă de cuprindere bine delimitată, definiții unitare, clasificări și nomenclatoare unitare, metode de culegere, prelucrare și analiză unitare);

— sistemul de indicatori asigură comparabilitatea atît în timp cît și în spațiu între unitățile administrativ-teritoriale, precum și cu alte țări;

— sistemul de indicatori admite extinderea sa în funcție de condițiile concrete ale fiecărei perioade;

— prin codificarea unitară a informațiilor sistemul de indicatori permite extinderea utilizării calculatoarelor în evidența statistico-economică.

Răspunzînd cerințelor formulate mai sus, sistemul de indicatori statistici la nivelul economiei naționale, trebuie să dea posibilitatea caracterizării următoarelor aspecte principale:

— mărimea, structura și dinamica potențialului economic (potențial material și potențial uman). Astfel sistemul de indicatori

Scanned with OKEN Scanner

asigură caracterizarea și analiza dimensiunii, structurii și modificării în timp a avuției naționale și a elementelor sale componente (mijloace fixe, stocuri și rezerve de materiale, fondul funciar, rezervele minerale etc.). De asemenea, sistemul de indicatori permite caracterizarea principalelor aspecte privind populația și resursele de muncă, gradul de ocupare al forței de muncă;

— mărimea, structura și dinamica rezultatelor obținute în activitatea economică. Indicatorii care exprimă rezultatele activității economice evidențiază producția națională de bunuri și servicii, formarea veniturilor agenților economici, precum și folosirea acestor venituri în decursul unei perioade de timp.

Pentru evidențierea acestor aspecte se calculează următorii indicatori: produsul intern, produsul național, venitul național, venitul disponibil.

— nivelul și dinamica eficienței utilizării elementeler potențialului economic. În cadrul unui sistem unitar este necesar să fie caracterizată eficiența utilizării atît a potențialului economic în ansamblu cît și a elementelor lui componente;

— nivelul de trai și calitatea vieții. Pentru a caracteriza aceste aspecte sînt calculați indicatorii macroeconomici care exprimă: nivelul, structura și dinamica consumului populației; nivelul și dinamica veniturilor nominale ale populației; nivelul și dinamica prețurilor de consum, precum și a salariului real și a veniturilor reale ale populației;

— nivelul de participare a țării la circuitul economic mondial. Pentru aceasta este necesar să fie caracterizate nivelul, dinamica, structura exportului și importului.

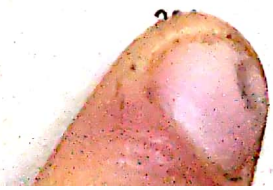
— principalele dezechilibre care pot să apară în activitatea economică.

Sistemul de indicatori se elaborează pe diferite niveluri, conducînd astfel la obținerea subsistemelor de indicatori:

— la nivel de agent economic;
— la nivel de ramură;
— la nivelul economiei naționale;
— la nivelul unităților administrativ-teritoriale.

Aceste subsisteme formează un tot unitar și dau posibilitatea caracterizării activității economice la nivelurile micro-, mezo- și macroeconomic.

Informațiile folosite pentru calculul indicatorilor la nivel macroeconomic sînt obținute atît din surse primare (observări statistice — parțiale sau totale — organizate de către statistică), cît și din surse secundare, respectiv date produse pentru alte scopuri decît cel statistic (în special, informații din evidența financiar-contabilă).



Scanned with OKEN Scanner

12.3. CLASIFICĂRI ŞI GRUPĂRI FOLOSITE IN STATISTICA ECONOMICĂ. CLASIFICAREA RAMURILOR ECONOMIEI NAŢIONALE

Un prim pas în procesul cunoaşterii îl reprezintă sistematizarea (gruparea) proceselor şi fenomenelor economice şi obţinerea unor grupe (clase) cu un înalt grad de omogenitate. Acest lucru permite efectuarea calculelor şi analizelor statistice, punerea în evidenţă a principalelor proporţii şi corelaţii din activitatea economică.

Eforturile statisticii în acest domeniu se concretizează în elaborarea unui sistem unitar de clasificări şi nomenclatoare, cu caracter unitar şi obligatoriu pentru toate unităţile care culeg, raportează, prelucrează şi analizează datele statistice.

Principalele clasificări şi nomenclatoare cuprinse în sistem şi folosite în calculele şi analizele statistice sînt:

— clasificarea ramurilor economiei naţionale (C.R.E.N.);
— clasificarea unitară a produselor şi serviciilor (C.U.P.S.);
— clasificarea ocupaţiilor (profesii, meserii, funcţii);
— clasificarea mijloacelor fixe;
— sistemul informatic registru al unităţilor economice şi sociale (al agenţilor economici) (S.I.R.U.E.S.);
— sistemul informatic registru al unităţilor administrativ-teritoriale (judeţ, oraş, comună, sat) (S.I.R.U.T.A.).

Clasificarea ramurilor economiei naţionale este o grupare a activităţii economico-sociale pe genuri de activităţi omogene, denumite ramuri ale economiei naţionale sau ramuri (sectoare) de activitate: industrie, agricultură, silvicultură, construcţii, transporturi, telecomunicaţii, circulaţia mărfurilor etc. La rîndul lor ramurile pot fi clasificate în grupe cu un grad şi mai mare de omogenitate: subramuri (de exemplu, subramuri ale industriei).

Clasificarea ramurilor folosită într-o ţară reflectă caracteristicile economiei ţării respective.

Avînd în vedere importanţa clasificării ramurilor pentru calculele şi analizele economice, pentru efectuarea unor comparaţii internaţionale organismele internaţionale de statistică, în primul rînd comisia de statistică a O.N.U., au elaborat o clasificare internaţională standard a ramurilor (C.I.S.R.) a tuturor tipurilor de activitate economică. Clasificările folosite în diferite ţări trebuie să fie compatibile cu C.I.S.R.

In baza omogenităţii activităţilor desfăşurate în economia naţională şi în concordanţă cu sistemul de evidenţă al conturilor naţionale în C.I.S.R. activitatea economică socială este separată pe următoarele niveluri: categorie, diviziune, grupă şi clasă.

Categoria reuneşte tipuri largi de activitate, cum sînt: agricultura, vînătoarea şi silvicultura; industria extractivă; industria pre-

Scanned with OKEN Scanner

lucrătoare; electricitate; gaze; apă; construcţii; comerţ; hoteluri şi restaurante; transport, depozitare şi telecomunicaţii; activităţi ale instituţiilor financiare; administraţie publică; apărare şi asistenţă socială; învăţămînt; sănătate, alte activităţi de servicii.

Diviziunea reuneşte tipuri de activitate mai omogene în cadrul categoriei. Astfel categoria «industria extractivă» cuprinde cinci diviziuni: extracţia cărbunelui, lignitului şi turbei; extracţia petrolului brut şi a gazelor naturale; extracţia minereului de uraniu; extracţia minereurilor metalice; alte activităţi extractive.

Grupa reuneşte tipuri de activităţi şi mai omogene în cadrul diviziunilor, iar clasele reunesc grupuri de activităţi omogene în cadrul grupelor.

C.I.S.R. este concepută astfel încît permite restrîngerea prin agregare a numărului claselor şi grupelor sau mărirea numărului acestora prin dezagregarea lor.

Atît clasificarea ramurilor economiei naţionale, cît şi alte grupări şi clasificări sînt examinate pe larg în capitolele următoare.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL XIII. CARACTERIZAREA STATISTICĂ A RESURSELOR DE MUNCĂ

Fundamentarea opțiunilor de politică economică necesită cunoașterea unor aspecte esențiale privind populația și componentele acesteia, care sînt determinate în funcție de modul de participare la procesul muncii, de nivelul de instruire, vîrstă, sex etc. Populația ocupă un loc important în fluxul circular din economie: pe de o parte ea acționează în calitate de consumator, pe de altă parte forța de muncă constituie un element absolut indispensabil și complementar al factorului capital pentru desfășurarea procesului de producție.

Aceste elemente constituie serioase argumente în favoarea locului important pe care aspectele privind populația și resursele de muncă îl ocupă în teoria economică și în practica statistică.

13.1. POPULAȚIA ȘI RESURSELE DE MUNCĂ

Analiza pe baza seriilor de date statistice pune în evidență faptul că populația și economia nu evoluează independent una față de alta. Populația influențează puternic prin număr, structură, grad de pregătire desfășurarea activității economice, iar nivelul de dezvoltare economică influențează principalele fenomene demografice și implicit numărul, dinamica, structura populației.

Natura corelației dintre nivelul de dezvoltare economică și creșterea populației s-a schimbat de-a lungul timpului. Astfel, odată cu dezvoltarea economică, începînd cu a doua jumătate a sec. 18 și pînă la începutul sec. 20, în țările dezvoltate s-au înregistrat ritmuri ale creșterii populației mai înalte decît în țările slab dezvoltate. După cel de-al doilea război mondial în evoluția populației s-a pus în evidență, pentru prima dată, o corelație negativă între nivelul de dezvoltare economică și ritmul de creștere a populației, situație care se menține pînă în prezent (ritm mare de creștere a populației în țările slab dezvoltate și ritm mic în țările dezvoltate).

Nivelul și dinamica populației totale sînt influențate de o serie de fenomene demografice printre care pe primul plan se situează natalitatea și mortalitatea generală.

Scanned with OKEN Scanner

Principalele tendințe care se manifestă în domeniul natalității și mortalității privesc următoarele aspecte:

— în etapa inițială de depășire a stadiului de subdezvoltare sporul natural al populației crește ca rezultat al îmbunătățirii nivelului de trai;

— trecerea la stadiul de țară dezvoltată este însoțită de o anumită tendință de scădere a natalității datorită scăderii fertilității feminine în grupa de 15—20 ani (ca rezultat al prelungirii duratei de școlarizare); amplificarea și diversificarea nevoilor materiale și culturale ale familiei ca urmare a nivelului de trai mai ridicat; creșterea participării femeii la viața economico-socială;

— scade mortalitatea care constituie astfel un element compensator al reducerii natalității.

Aceste tendințe au ca rezultat sporirea longevității medii, apariția fenomenului de îmbătrînire relativă a populației. Raportul dintre resursele de muncă și populația totală se reduce. Populația activă deține o pondere în scădere față de populația totală, revenindu-i astfel un număr sporit de persoane inactive care trebuie întreținute.

În analizele macroeconomice un loc important îl ocupă structura pe grupe de vîrstă a populației. Unul din cele mai importante criterii de structurare a populației pe grupe de vîrstă îl reprezintă participarea la activitatea economică în funcție de care se obțin următoarele grupe: 0—14 ani; 15—64 ani; 65 ani și peste.

Structura pe vîrste a populației este determinată atît de evoluția generală a populației cît și de mortalitatea specifică pe grupe de vîrstă și prezintă mari diferențieri în funcție de nivelul de dezvoltare economică. În țările slab dezvoltate populația din grupa 0—14 ani are o pondere relativ ridicată comparativ în țările dezvoltate. Această situație este avantajoasă pentru țările slab dezvoltate în perspectiva asigurării în viitor a resurselor de muncă, însă creează numeroase probleme în domeniul investițiilor sociale (școlarizarea tinerilor, asigurarea de locuri de muncă etc.). În ceea ce privește țările dezvoltate ponderea mare a populației din grupa 15—64 ani asigură avantaje în perioada actuală, însă ponderea mică a populației tinere (0—14 ani) va determina în viitor reducerea populației din grupa 15—64 ani și îmbătrînirea relativă a populației (creșterea numărului persoanelor peste 65 ani). Se va manifesta, deci, tendința de reducere a resurselor de muncă în aceste țări.

Toate aceste elemente pun în evidență necesitatea cunoașterii principalelor fenomene demografice, a numărului și dinamicii populației totale, precum și a structurii acesteia.

Sistemul informațional statistic furnizează informațiile necesare, în special, prin recensămintele (totale sau parțiale) ale populației. Cu ocazia recensămîntului se obțin informații complete cu privire la numărul și structura populației, iar pentru perioada dintre recen-

Scanned with OKEN Scanner

săminte indicatorii sînt determinaţi pe baza principalelor fenomene care determină mişcarea naturală a populaţiei (natalitate, mortalitate) şi mişcarea socială a populaţiei (nupţialitate, migraţie etc.).

13.2. METODOLOGIA DE CALCUL AL RESURSELOR DE MUNCĂ

Resursele de muncă, existente la un moment dat în societate, exprimă numărul persoanelor capabile de muncă, respectiv acea parte din populaţie care dispune de ansamblul capacităţilor fizice şi intelectuale care îi permit să desfăşoare o activitate utilă. Volumul resurselor de muncă se determină pe baza următorilor indicatori:

a) populaţia cuprinsă în limitele vîrstei de muncă;

b) populaţia cuprinsă în limitele vîrstei de muncă, dar inaptă de muncă;

c) populaţia din afara limitelor vîrstei de muncă, dar care lucrează.

Resursele de muncă $= a - b + c$.

Numărul populaţiei în limitele vîrstei de muncă determină în mod hotărîtor nivelul şi structura resurselor de muncă. Populaţia în vîrstă de muncă cuprinde totalitatea persoanelor a căror vîrstă este cuprinsă între vîrsta de intrare şi vîrsta de ieşire din activitate.

Rezultă, deci, că numărul populaţiei în vîrstă de muncă depinde de modul de stabilire a limitelor de vîrstă între care se consideră că o persoană poate participa la activitatea socială.

In România, în prezent, limitele vîrstei de muncă sînt 16—61 ani pentru bărbaţi şi 16—56 pentru femei. Pentru agricultură limitele sînt 16—64 ani pentru bărbaţi şi 16—59 ani pentru femei. În comparaţiile internaţionale trebuie avut în vedere faptul că în statisticile naţionale limitele de intrare şi/sau ieşire din vîrsta de muncă sînt diferite.

Limitele vîrstei de muncă sînt determinate de nivelul de dezvoltare economică a fiecărei ţări. Astfel, în ţările mai puţin dezvoltate limita minimă a vîrstei de muncă este mai scăzută, iar în ţările dezvoltate din punct de vedere economic limita minimă este mai ridicată (ca urmare a prelungirii duratei şcolii obligatorii), existînd şi posibilitatea ca limită maximă să fie mai ridicată (ca urmare a duratei de viaţă mai mari în aceste ţări).

Populaţia în vîrstă de muncă, deci şi resursele de muncă, se găsesc sub puternica incidentă a fenomenelor demografice: natalitatea, mortalitatea generală şi mortalitatea specifică pe grupe de vîrstă, evoluţia demografică în perioada anterioară etc.

Determinarea numărului populaţiei în vîrstă de muncă se reali-

Scanned with OKEN Scanner

zează pe baza datelor înregistrate la ultimul recensămînt, date care sînt actualizate avînd în vedere următoarele elemente:

— cuprinderea în calcul a contingentelor care de la ultimul recensămînt au ajuns în intervalul vîrstei de muncă și eliminarea din calcul a generațiilor care au depășit limita superioară a vîrstei de muncă;

— determinarea pe grupe de vîrstă a numărului de persoane care se află în viață în momentul pentru care se determină resursele de muncă. Dacă notăm $P^{(t)}$ — numărul total al populației în anul t,

$$P^{(t)}=\sum_{i} P_i^{(t)}, \tag{13.1}$$

unde $P_i^{(t)}$ — numărul populației în grupa de vîrstă i în anul t;

— populația la vîrsta de zero ani ($P_o^{(t}$) este determinată în funcție de fertilitatea feminină și de numărul femeilor din grupa de vîrstă 15—49 ani;

— populația pentru celelalte grupe de vîrstă se determină în funcție de rata specifică de supraviețuire pe grupe de vîrstă exprimată în promile[1]:

$$P_i^t=S_{i-1}\cdot P_{i-1}^{t-1}. \tag{13.2}$$

Efectuînd succesiv această operație, se actualizează datele de la ultimul recensămînt. Însumînd numărul populației astfel obținut pentru anii care formează grupa vîrstei de muncă, se determină numărul populației în limitele grupei de muncă.

$$\sum_{i=16}^{61} P_i^t \text{ (pentru bărbați)}, \tag{13.3}$$

$$\sum_{i=16}^{56} P_i^{(t)} \text{ (pentru femei)}.$$

Dacă calculul se face în profil teritorial, este necesar să se țină seama și de migrația populației.

Numărul persoanelor în vîrstă de muncă, dar incapabile de muncă, cît și al celor din afara vîrstei de muncă, dar care încă lucrează, se determină pe baza datelor cuprinse în sistemul informațional curent.

Subliniem faptul că pentru caracterizarea nivelului resurselor de muncă se pot folosi și alți indicatori, respectiv:

---

[1] Rata specifică de supraviețuire $S_i=1\,000-m_i$, unde m_i este rata specifică de mortalitate care arată numărul decedaților de vîrsta i care revin la 1 000 de persoane de vîrsta i.

Scanned with OKEN Scanner

— populaţia aptă de muncă se determină ca diferenţă între numărul total al populaţiei în vîrstă de muncă şi numărul populaţiei cuprinsă în limitele vîrstei de muncă, dar incapabilă de muncă;

— resurse de muncă disponibile — exprimă potenţialul de muncă ce poate fi folosit în activitatea economico-socială. Se determină scăzînd din volumul resurselor de muncă populaţia în vîrstă de muncă cuprinsă în învăţămînt, cursuri de zi;

— populaţia potenţială activă — respectiv populaţia în vîrstă de 15—64 ani. Acest indicator exprimă într-o formă generală resursele de muncă şi poate fi folosit în comparaţiile internaţionale.

Caracterizarea resurselor de muncă se realizează cu ajutorul Balanţei resurselor de muncă. Această balanţă cuprinde următorii indicatori sintetici structuraţi după diferite criterii:

I. Resurse de muncă.
II. Populaţia ocupată
— pe ramuri.
III. Rezerve de muncă
— elevi şi studenţi
— militari în termen
— alte rezerve (şomeri, casnici etc.).

Între indicatori există relaţia: I=II+III.

13.3. INDICATORII NUMĂRULUI ŞI STRUCTURII FORŢEI DE MUNCĂ

Pentru caracterizarea numărului forţei de muncă se utilizează următorii indicatori: populaţia activă, populaţia ocupată, numărul salariaţilor, fondul de timp de muncă efectiv lucrat.

13.3.1. Populaţia activă

Populaţia activă cuprinde totalitatea persoanelor care au o vîrstă mai mare decît o anumită limită şi o sursă proprie de venit, realizat din prestarea unei munci utile societăţii.

Subliniem că există numeroase diferenţe în ceea ce priveşte definirea populaţiei active de la o ţară la alta, precum şi în statistica organismelor internaţionale, fapt ce impune precauţie în folosirea acestui indicator în comparaţiile internaţionale.

Efectuarea comparaţiilor internaţionale ar fi facilitată de adoptarea de către organismele de statistică naţională a metodologiei recomandate de Oficiul de Statistică al O.N.U.

In statistica O.N.U. se recomandă determinarea populaţiei economic activă în două variante:

— populaţia obişnuit activă — în funcţie de participarea la producţia de bunuri şi servicii în decursul unui an;

Scanned with OKEN Scanner

— populaţia curent activă — în funcţie de participarea la producţia de bunuri şi servicii în decursul unei săptămîni.

Populaţia obişnuit activă cuprinde toate persoanele care au depăşit o anumită vîrstă (15 ani) şi al căror principal statut în ceea ce priveşte activitatea în cursul unei lungi perioade de timp (precedentele 12 luni sau precedentul an calendaristic) a fost «ocupat» sau «neocupat». În noile standarde internaţionale categoriile de «ocupat» sau «neocupat» sînt definite în funcţie de activitatea curentă în cursul unei scurte perioade de timp: o săptămînă sau o zi[1].

Statutul principal în funcţie de care o persoană este inclusă sau nu în populaţia obişnuit activă se determină în felul următor: dacă în cele mai multe săptămîni dintr-un an (precedentele 12 luni sau precedentul an calendaristic) persoana a fost «ocupată» sau «neocupată», atunci este inclusă în calculul populaţiei obişnuit activă; dacă numărul săptămînilor în care îndeplineşte cele două condiţii nu este preponderent, persoana nu este cuprinsă în calculul populaţiei obişnuit active.

Populaţia curent activă sau forţa de muncă cuprinde toate persoanele care îndeplinesc cerinţele pentru a fi incluse în categoria «ocupat» sau «neocupat», aşa cum sînt definite în cele ce urmează:

Categoria «ocupat» cuprinde toate persoanele care au vîrsta mai mare decît o anumită limită şi care în timpul unei perioade de o săptămînă sau o zi sînt cuprinse în următoarele categorii:

1. angajat plătit:

a) «prezent la muncă» — respectiv persoanele care în cursul perioadei de referinţă desfăşoară o muncă pentru salariu în bani sau în natură;

b) «cu un serviciu, dar absent de la muncă» — persoane care sînt temporar absente de la locul de muncă:

2. angajat în propria unitate.

a) «prezent la muncă»— persoanele care în timpul perioadei de referinţă prestează anumite activităţi pentru profit sau cîştig al familiei în bani sau natură;

b) «cu o activitate, dar absent de la muncă» — persoanele care au întreprinderi de diferite tipuri (fermă, firmă de prestare a serviciilor, firme pentru alte activităţi), dar sînt absenţi în cursul perioadei de referinţă de la muncă, din diferite motive.

Categoria «neocupat» cuprinde toate persoanele care au depăşit o anumită vîrstă şi care în timpul perioadei de referinţă sînt:

---

[1] În ţările, unde angajarea în muncă a unei persoane are caracter continuu şi se realizează cu săptămîna completă de lucru, pentru determinarea statutului principal se utilizează numărul de săptămîni de «ocupat» sau «neocupat». În ţările, unde angajarea unei persoane în activitate are caracter discontinuu, iar săptămîna de lucru nu este, de obicei, completă, se utilizează numărul de zile de «ocupat» sau «neocupat».

Scanned with OKEN Scanner

a) «fără loc de muncă» — include persoanele care nu sînt cuprinse în categoriile «angajat plătit» sau «angajat în propria unitate»;

b) «disponibili pentru muncă» — persoanele care sînt disponibile pentru munca plătită sau muncă în propria întreprindere;

c) «în căutarea unui loc de muncă» — persoanele care au întreprins diferite acțiuni pentru a-și găsi un loc de muncă.

Populația economic non-activă (inactivă) cuprinde toate persoanele, indiferent de vîrstă (inclusiv, deci, cei care au vîrsta mai mică decît vîrsta minimă utilizată la determinarea populației active) care nu sînt economic active.

Populația obișnuit non-activă cuprinde toate persoanele al căror statut principal de activitate în cursul perioadei de referință este nici «ocupat», nici «neocupat». Cuprinde următoarele categorii:

a) persoanele care-și desfășoară activitatea în propria gospodărie;

b) persoanele care studiază, respectiv persoanele de ambele sexe, care urmează orice institut de educație, public sau privat (curs de zi) de orice nivel;

c) persoanele care primesc venituri din proprietate sau investiții, dobînzi, rente, pensii pentru activitatea anterioară;

d) alte persoane — persoane care primesc ajutoare publice, copiii care nu urmează o școală etc.

Populația curent non-activă (populația care nu este cuprinsă în forța de muncă) cuprinde persoanele care nu sînt «ocupate» sau «neocupate» în cursul unei perioade scurte. Aceste persoane nu sînt active din diferite motive: frecventarea institutelor de educație, angajarea în ocupații din gospodăriile personale, persoane retrase din activitate sau care au o vîrstă înaintată, alte motive (de exemplu infirmități).

Subliniem faptul că activitatea curentă este indicat să fie utilizată în țările a căror economie este neagricolă și astfel nu este influențată mult de factorii sezonieri. In țările predominant agricole, unde activitatea unei persoane este influențată de factorii sezonieri și o persoană poate avea mai multe slujbe în cursul unui an, acest criteriu nu este indicat.

Delimitările precizate de metodologia elaborată de Oficiul de Statistică al O.N.U. prezintă avantajul nu numai al posibilităților de calcul al populației active, dar și al înțelegerii mai exacte a legăturilor indicatorului «populația activă» cu ceilalți indicatori care exprimă forța de muncă.

Pe plan internațional populația activă se calculează cu ocazia recensămîntelor populației cît și în mod curent pe baza anchetelor statistice.

Astfel, în statistica curentă populația activă (definită ca totali-

Scanned with OKEN Scanner

tatea persoanelor rezidente care au o slujbă sau sînt în şomaj, inclusiv militarii contingentului) se poate calcula în două modalităţi:

a) se contabilizează persoanele angajate în diferite sectoare de activitate economică şi persoanele în şomaj;

b) se aplică la populaţia totală pe sexe şi grupe de vîrstă ratele de activitate evaluate. Acestea sînt ratele de activitate observate în anchetele muncii asupra ocupării, organizate în luna martie a fiecărui an. Această modalitate furnizează informaţii asupra repartizării pe sexe şi grupe de vîrstă a populaţiei active. Ratele de activitate evaluate în luna martie a fiecărui an se determină ca raport între populaţia activă şi populaţia totală, ambii indicatori fiind obţinuţi prin anchete.

Evaluările după cele două căi sînt diferite, deoarece prima este o medie anuală, iar a doua — o valoare a lunii martie a fiecărui an. De asemenea, cele două evaluări sînt afectate şi de anumite incertitudini, în special de estimarea angajaţilor salariaţi ai unor anumite sectoare (agricultură, sănătate, servicii care nu se realizează pe piaţă) şi a angajaţilor nonsalariaţi, pentru prima metodă; de caracterul aleator al anchetei asupra ocupării, imprecizia estimării populaţiei totale (şi a sporului migrator), pentru a doua metodă.

De asemenea sînt deosebiri între populaţia activă determinată după aceste metode şi cea determinată la recensăminte datorită înţelesului diferit care se dă «populaţiei active» cu ocazia recensămîntului şi în evidenţa curentă.

Informaţiile care caracterizează populaţia activă pot fi structurate după mai multe criterii: sex, vîrstă, sectoare de activitate, ramuri, ocupaţie, nivel de instruire etc.

Caracterizarea structurii populaţiei active se realizează în primă fază pe baza unor grupări simple, pe baza unei singure caracteristici. Studierea în profunzime a structurii populaţiei active, a corelaţiilor dintre acest indicator şi alţi indicatori care caracterizează activitatea economico-socială necesită efectuarea unor grupări combinate după două sau mai multe caracteristici.

Dintre grupările simple şi structurile populaţiei active determinate pe baza acestora, structuri cu largă utilizare în analizele economice exemplificăm:

a) gruparea populaţiei active pe sectoare de activitate respectiv structurarea populaţiei active pe cele trei sectoare: sectorul primar, sectorul secundar şi sectorul terţiar[1]. Această repartiţie este o modalitate de a caracteriza nivelul de dezvoltare a economiei unei ţări; o pondere mare a populaţiei active în sectorul terţiar indică un nivel al dezvoltării economice;

[1] In recomandările O.N.U. este cuprinsă gruparea populaţiei active pe sectoare, utilizîndu-se sectorul privat şi sectorul public de domenii de activitate.

Scanned with OKEN Scanner

b) gruparea populației active pe principalele ramuri ale economiei naționale. Pentru efectuarea comparațiilor pe plan internațional se recomandă utilizarea clasificării standard pe ramuri a activităților economice elaborate de O.N.U.;

c) gruparea populației active pe categorii socio-profesionale. In absența unor recomandări, în acest domeniu fiecare țară utilizează propria clasificare. Astfel, în funcție de acest criteriu pot fi utilizate următoarele categorii: exploatatori agricoli; comercianți și conducători de întreprinderi; cadre și profesiuni intelectuale superioare; profesiuni intermediare (institutori, tehnicieni etc.); funcționari; muncitori;

d) gruparea populației active în funcție de tipul statutului de persoană ocupată, respectiv: patron, muncitor pe cont propriu; angajat; lucrător în familie neplătit; membru al cooperativelor de producție; alte persoane.

Obținerea unor informații detaliate privind structura populației active și non-active, analiza complexă a acesteia și a influenței sale asupra activității economico-sociale necesită utilizarea unor grupări combinate, utilizînd simultan două sau mai multe caracteristici de grupare. Aceste tipuri de grupări se pot determina în special, pe baza informațiilor obținute prin recensămîntul populației.

Dintre grupările combinate, recomandate pentru astfel de analize, subliniem:

A. Gruparea populației țării după participarea la activitatea economică (statutul în ceea ce privește activitatea), starea civilă, vîrstă, sex.

Statul de activitate poate fi: persoană curent (obișnuit) activă, respectiv: ocupat sau neocupat, respectiv persoană non-activă (inactivă).

Starea civilă: necăsătorit, căsătorit, divorțat, văduv.

Vîrsta — se utilizează grupe de vîrstă.

Gruparea se poate realiza pentru întreaga populație a țării sau pentru populația principalelor diviziuni administrativ-teritoriale.

O astfel de grupare asigură informațiile necesare pentru calcularea ratei brute și a ratelor specifice de activitate (pe sexe și grupe de vîrstă), elemente fundamentale pentru studierea factorilor care determină mărimea și componența resurselor umane ale unei țări și a legăturii acestora cu populația totală a țării respective. De asemenea, informațiile privind ocuparea și neocuparea asigură posibilitatea caracterizării utilizării resurselor umane în vederea formulării politicilor economice. In același timp gruparea permite analiza relației dintre caracteristicile: stare civilă, sex și participarea la activitatea economică. Această relație este importantă, în special, la analiza participării femeilor la activitatea economică.

B. Gruparea populației obișnuit (curent) activă după ocupație,

Scanned with OKEN Scanner

vîrstă, sex, gruparea populaţiei obişnuit (curent) activă după ramurile în care-şi desfăşoară activitatea, vîrstă, sex.

Aceste grupări furnizează informaţii pentru analiza tipurilor de activitate economică (pe ocupaţii, respectiv pe ramuri de activitate). Informaţiile obţinute pot sta la baza previziunii numărului de muncitori pe ramuri şi ocupaţii în concordanţă cu previziunile privind economia naţională şi populaţia activă. Grupările asigură de asemenea informaţii pentru analiza diferenţelor între fertilitate, mortalitate şi alţi indicatori demografici în funcţie de ocupaţie sau ramura de activitate.

C. Gruparea populaţiei obişnuit (curent) activă după tipul statutului de persoană ocupată, ramura în care îşi desfăşoară activitatea şi sex; gruparea populaţiei obişnuit (curent) activă după tipul statutului de persoană ocupată, ocupaţie şi sex şi gruparea populaţiei obişnuite (curent) activă după ramura în care îşi desfăşoară activitatea, ocupaţie şi sex.

Aceste tipuri de grupări, elaborate la nivelul ţării sau al diviziunilor administrativ-teritoriale, furnizează informaţii privind nivelul populaţiei active şi a structurii acesteia, care au o mare importanţă în formularea politicilor economice şi a previziunilor de dezvoltare, în analiza produsului naţional şi a venitului naţional.

Studierea populaţiei active în funcţie de ramura în care îşi desfăşoară activitatea, modificarea acesteia asigură informaţii cu privire la nivelul şi direcţia de dezvoltare a ramurilor economiei naţionale, constituind un important indiciu al potenţialului de dezvoltare economică a unei ţări. Deciziile privind realizarea investiţiilor necesită de asemenea informaţii privind structura pe ramuri şi ocupaţii a forţei de muncă în diferite localităţi şi regiuni.

Pentru planificarea dezvoltării sistemului educaţional şi utilizarea eficientă a resurselor de muncă sînt necesare studii care să arate necesarul de forţă de muncă pe diferite tipuri de ocupaţii şi ramuri.

Gruparea combinată după tipul ocupaţiei (respectiv ramura de activitate) şi tipul statutului de persoană ocupată asigură posibilitatea determinării acelor ocupaţii (respectiv ramuri) în care anumite categorii, cum sînt muncitorii pe cont propriu (în propria unitate) şi lucrătorii familiali neplătiţi, ocupă un loc important.

D. Gruparea populaţiei obişnuit (curent) activă după ocupaţie, nivelul pregătirii, vîrstă, sex; gruparea populaţiei obişnuit (curent) activă după ramura de activitate, nivelul de pregătire, vîrstă, sex.

Aceste grupări asigură datele necesare analizei cerinţelor în ceea ce priveşte nivelul de pregătire şi structura populaţiei ocupate şi gradul în care aceste cerinţe sînt satisfăcute. De asemeni, acestea furnizează informaţii necesare corelării sistemului educaţional cu structura economiei naţionale.

Scanned with OKEN Scanner

E. Gruparea populației obișnuit activă după sex, statutul în ceea ce privește participarea la activitatea economică, ocupație și numărul de săptămîni lucrate în ultimul an și gruparea populației curent activă după sex, statutul în ceea ce privește participarea la activitatea economică, ocupație, și numărul de ore lucrate în ultima săptămînă.

Informațiile furnizate de aceste grupări dau posibilitatea analizei subocupării, asigură datele necesare planificării în cadrul sistemului de asigurări sociale.

F. Gruparea populației obișnuit activă după venitul anual sau lunar, ocupație, sex. Această grupare permite, în principal, analiza diferențelor de venituri în funcție de ocupație și sex.

G. Gruparea populației curent non-active pe categorii, vîrstă, sex.

Categoriile de populație non-activă sînt: casnic, student, primitor de venituri, alte categorii.

Gruparea populației curent non-activă după motivul de inactivitate, vîrstă, sex.

Motivele de inactivitate pot fi: urmarea unei instituții de învățămînt, obligații casnice, pensionare, vîrstă înaintată, infirmități etc.

Aceste grupări sînt utilizate, deoarece asigură informații pentru analiza surselor potențiale de forță de muncă, care nu sînt disponibile în prezent, dar pot deveni disponibile în viitor.

H. Gruparea gospodăriilor (familiilor) după mărime și numărul de membri activi.

Această grupare asigură informații cu privire la situația economică și mărimea gospodăriilor și familiilor, care sînt necesare, de exemplu pentru obținerea unor indicatori cum ar fi numărul persoanelor dependente în cadrul familiilor (gospodăriilor). Această informație este necesară pentru fundamentarea politicii sociale a statului.

În analizele economice, precum și în comparațiile internaționale, populația activă este corelată cu populația totală sau cu anumite segmente ale acesteia, determinîndu-se ratele de activitate. Astfel, se calculează:

— rata generală de activitate (R.G.A.)

$$R.G.A. = \frac{P.A.}{P} \cdot 100, \qquad (13.4)$$

în care $P.A.$ — populația activă; P — populația totală;

— rata de activitate a populației în vîrstă de muncă (R.A.P.V.M.)

$$R.A.P.V.M. = \frac{P.A.}{P.V.M.} \cdot 100, \qquad (13.5)$$

în care $P.V.M.$ — populația în vîrstă de muncă.

Scanned with OKEN Scanner

— rate specifice de activitate pe grupe de vîrstă (*R.A.*)

$$R.A_i = \frac{P \cdot A_i}{P_i} \cdot 100, \qquad (13.6)$$

în care $P.A_i$ — populaţia activă din grupa de vîrstă i; P_i — populaţia totală în grupa de vîrstă i.

Subliniem faptul că ratele de activitate de mai sus se pot calcula şi pe sexe.

Corelînd populaţia activă cu populaţia inactivă, se obţine o serie de indicatori care stau la baza caracterizării proporţiilor care se formează între diferite grupe ale populaţiei în funcţie de vîrstă şi modul de participare la procesul muncii sociale:

— rata de dependenţă economică exprimă raportul dintre populaţia în afara vîrstei de muncă şi populaţia în vîrstă de muncă;

— rata de întreţinere exprimă cîte persoane inactive revin la o persoană activă.

Numărul populaţiei active se găseşte sub influenţa a numeroşi factori care exercită influenţe opuse. Astfel, dezvoltarea învăţămîntului mediu şi superior şi cuprinderea unui număr mai mare de tineri pe aceste trepte de învăţămînt diminuează numărul populaţiei active în ţările dezvoltate. Pe de altă parte, deplasările din mediul rural în mediul urban determină o scădere a numărului populaţiei active. În anumite limite numărul populaţiei active poate fi mărit prin atragerea femeilor în activităţile economico-sociale.

La determinarea populaţiei active nu se ţine seama de timpul lucrat de o persoană, aceasta constituind o deficienţă majoră şi o limită a acestui indicator. Dacă în perioada de referinţă o persoană a lucrat numai o parte din timp, acest lucru nu influenţează mărimea indicatorului «populaţie activă». Această deficienţă poate fi înlăturată, dacă se înregistrează timpul efectiv lucrat (în zile sau ore) şi populaţia activă este grupată şi în funcţie de timpul de muncă efectiv.

13.3.2. Populaţia ocupată

Populaţia ocupată cuprinde populaţia în vîrstă de muncă, ocupată în una din ramurile economiei naţionale, precum şi persoanele din afara vîrstei de muncă, dar care lucrează. Dicţionarul statistico-economic defineşte populaţia ocupată ca «populaţie activă al cărui efectiv se determină în statistica ţării noastre între recensăminte şi cuprinde persoanele ocupate în diferite activităţi profesionale. Aceasta se deosebeşte de populaţia activă (care se detrmină la recensăminte) prin aceea că nu cuprinde persoanele care satisfac stagiul militar şi persoanele care sînt în curs de schimbare a locului de muncă»[1].

[1] Dicţionar statistic economic. D.C.S. Bucureşti, 1969, p. 443.

Scanned with OKEN Scanner

În mărimea indicatorului «populație ocupată» nu se cuprind persoanele care desfășoară în exclusivitate activitatea casnică, elevii și studenții de la cursurile de zi, personalul militar și persoanele din organizațiile politice.

În statistica internațională categoria «populație ocupată» cuprinde întreaga populație ocupată în ramurile economiei, excluzînd șomerii, iar în unele cazuri și personalul forțelor armate.

Pentru efectuarea comparațiilor internaționale ale nivelului de dezvoltare economică, precum și pentru caracterizarea unor proporții macroeconomice un loc important au și indicatorii care exprimă repartizarea populației ocupate pe ramuri și sfere de activitate. În condițiile în care nu se calculează încă timpul efectiv de muncă la nivelul economiei naționale (în ore-om) productivitatea muncii sociale se determină pe baza populației ocupate.

În analizele economice populația ocupată este corelată cu populația totală sau segmentele acesteia, obținîndu-se:

— rata brută de ocupare care exprimă ponderea populației ocupate în populația totală;

— rate specifice de ocupare (calculate pe grupe de vîrstă și pe sexe);

— rata de ocupare a populației potențial active.. Acest indicator, exprimînd ponderea populației ocupate în populația în vîrstă de 15—64 ani, atenuează diferențele dintre țări privind limitele vîrstei legale de muncă și ca urmare are o largă utilizare în comparațiile internaționale;

— rata de ocupare a populației active;

— rata de ocupare a resurselor de muncă.

13.3.3. Numărul salariaților

Numărul salariaților este un alt indicator care exprimă volumul forței de muncă, cuprinzînd persoanele care își desfășoară activitatea pe baza unui contract de muncă.

În numărul salariaților se cuprind atît persoanele prezente la lucru, cît și cele care absentează din diferite motive, dar păstrează relații contractuale cu unitatea economică.

Numărul salariaților se raportează ca existent la un moment dat, deci este un indicator de stoc. Faptul că în caracterizarea activității desfășurate de o unitate economică numărul salariaților se corelează cu indicatori de intervale (flux) pentru asigurarea comparabilității se calculează și numărul mediu al salariaților ($\overline{T}$). Pe baza acestui indicator se pot calcula productivitatea muncii, înzestrarea tehnică a muncii etc.

Pe ramuri și la nivelul economiei naționale numărul mediu al sa-

Scanned with OKEN Scanner

lariaților rezultă din însumarea numărului mediu al salariaților existent în unitățile economice.

Numărul mediu la nivelul întreprinderii se calculează diferențiat în funcție de categoria de personal și de lungimea perioadei.

Pentru muncitori numărul mediu lunar (T) se determină după relația:

$$\overline{T} = \frac{\Sigma T_i}{n}, \tag{13.7}$$

în care T_i — numărul de muncitori din fiecare zi a lunii; n — numărul de zile din lună.

In calcul se cuprind toate zilele din lună, chiar dacă întreprinderea nu și-a început activitatea la începutul lunii sau a încheiat-o înainte de sfîrșitul lunii. Se cuprinde și numărul de persoane pentru zilele de repaus sau sărbători (se consideră același număr ca în ziua precedentă).

Pentru personalul de conducere, administrație și funcționari numărul mediu se stabilește ca medie aritmetică a numărului la începutul (T_i) și sfîrșitul (T_s) perioadei:

$$\overline{T} = \frac{T_i + T_s}{2}. \tag{13.8}$$

Pentru trimestru, semestru sau an numărul mediu de muncitori se stabilește ca o medie aritmetică simplă a mediilor pe subperioade. De exemplu:

$$\overline{T}_{trim.} = \frac{\overline{T}_1 + \overline{T}_2 + T_3}{3}; \tag{13.9}$$

$$\overline{T}_{anual} = \frac{\overline{T}_{trim.\ I} + \overline{T}_{trim.\ II} + \overline{T}_{trim.\ III} + \overline{T}_{trim.\ IV}}{4}. \tag{13.10}$$

Și în acest caz la numitor se iau în calcul toate subperioadele, chiar dacă unitatea a funcționat numai o parte din intervalul pentru care se face calculul.

13.3.4. Timpul efectiv de muncă

Timpul efectiv lucrat este un indicator cu ajutorul căruia se exprimă volumul forței de muncă atît la nivelul unităților economice, cît și al unor ramuri ale economiei naționale (industrie, construcții, transporturi feroviare și auto). Acesta se calculează și pentru unitățile din cooperația meșteșugărească.

Indicatorul «număr mediu de salariați» nu ține seama de timpul neutilizat în procesul de producție. De aceea este necesar un indicator care să caracterizeze timpul efectiv lucrat, exprimat în zile-om

sau ore-om, care se poate corela mai bine cu rezultatele obținute în producție. Pentru muncitori se calculează timpul efectiv lucrat. Acest indicator exprimă totalitatea orelor, respectiv zilelor, lucrate de toți muncitorii din întreprinderea sau ramura pentru care se efectuează calculul. La nivelul ramurilor, indicatorul se obține prin agregarea informațiilor cuprinse în balanța utilizării timpului de lucru elaborată de către unitățile economice.

Balanța utilizării timpului de lucru cuprinde următoarele grupe de indicatori, exprimați în ore-om și zile-om:

a) fondul de timp calendaristic (numărul mediu de muncitori × × durata calendaristică a perioadei);

b) fondul de timp aferent sărbătorilor legale, zilelor de repaus și concediilor de odihnă;

c) fondul de timp maxim disponibil $c=a-b$;

d) utilizarea fondului de timp maxim disponibil:

d_1) timpul efectiv lucrat;

d_2) timpul nelucrat[1] — pe cauze

$$c=d_1+d_2.$$

Datele din balanță permit calcularea timpului efectiv lucrat la nivel de ramură:

- Timpul efectiv lucrat exprimat în ore-om (TH)

$$TH=\sum_i TH_i, \qquad (13.11)$$

unde TH_i — timpul efectiv lucrat (în ore-om) în întreprinderea i.

Timpul efectiv lucrat exprimat în zile-om (TZ)

$$TZ=\sum_i TZ_i, \qquad (13.12)$$

unde TZ_i — timpul efectiv lucrat (în zile-om) în întreprinderea i.

Indicatorii timpului efectiv lucrat, astfel determinați, pot fi corelați cu producția obținută în vederea determinării productivității muncii orare și zilnice.

Ansamblul indicatorilor cuprinși în balanță asigură posibilitatea calculării unor indicatori deosebit de relevanți pentru analiza utilizării timpului de lucru. Dintre aceștia o mare importanță pentru practica economică o au următorii indicatori:

— gradul de utilizare a fondului de timp maxim disponibil

$$\frac{TH}{FTMDH}\cdot 100 \text{ sau } \frac{TZ}{FTMDZ}\cdot 100, \qquad (13.13)$$

[1] Timpul nelucrat este evidențiat ca timp nelucrat în cadrul zilei de lucru (exprimat în ore-om); timp nelucrat în cadrul lunii de lucru (exprimat în zile-om și ore-om).

Scanned with OKEN Scanner

în care *FTMDH*, *FTMDZ* — fondul de timp maxim disponibil exprimat în ore-om, respectiv zile-om.

Indicatorul exprimă cît la sută din fondul de timp maxim disponibil reprezintă timpul efectiv lucrat.

— structura timpului neutilizat pe cauze. Indicatorii din această grupă oferă informații cu privire la cauzele principale ale neutilizării timpului de lucru. Astfel se asigură posibilitatea fundamentării măsurilor pentru reducerea timpului neutilizat.

— durata medie a zilei de lucru ($\overline{DZ}$)

$$\overline{DZ} = \frac{TH}{T^Z}. \tag{13.14}$$

Durata medie a zilei de lucru exprimă numărul mediu de ore lucrate de un muncitor într-o zi.

— durata medie a lunii de lucru ($\overline{DL}$)

$$\overline{DL} = \frac{T^Z}{\overline{T}}, \tag{13.15}$$

unde $\overline{T}$ — numărul mediu de muncitori.

Durata medie a lunii de lucru exprimă numărul mediu de zile lucrate de un muncitor într-o lună;

— gradul de utilizare a zilei de lucru exprimă în procente cît din durata normală a zilei de lucru s-a utilizat.

$$\frac{\overline{DZ}}{DNZ} \cdot 100, \tag{13.16}$$

în care *DNZ* — durata normală a zilei de lucru.

— gradul de utilizare a lunii de lucru exprimă în procente cît din durata normală a lunii de lucru s-a utilizat.

$$\frac{\overline{DL}}{DNL} \cdot 100, \tag{13.17}$$

în care *DNL* — durata normală a lunii de lucru.

Cunoașterea acestor aspecte permite dimensionarea rezervelor de timp și de producție posibile pe seama utilizării depline a timpului de lucru:

— rezerve de timp pe seama utilizării integrale a zilei de lucru, exprimată în ore-om ($\Delta TH(\overline{DZ})$

$$\Delta TH(\overline{DZ}) = (DNZ - \overline{DZ})TZ; \tag{13.18}$$

— rezerve de timp prin utilizarea integrală a lunii de lucru, exprimată în zile-om ($\Delta DTZ(\overline{DL})$

$$\Delta TZ(\overline{DL}) = (DNL - \overline{DL})\overline{T}; \tag{13.19}$$

Scanned with OKEN Scanner

— rezerve totale de timp, exprimate în ore-om

$$\Delta TH(\overline{DZ}) + 8\,\Delta TZ(\overline{DL}). \qquad (13.20)$$

Pe baza productivității orare (W_h), respectiv a producției realizată într-o oră de un muncitor, se pot dimensiona rezervele de producție, respectiv sporul de producție care s-ar putea obține prin utilizarea integrală a timpului de lucru. În acest scop se utilizează relația:

$$[\Delta TH(\overline{DZ}) + 8\,\Delta TZ(\overline{DL})] \cdot W_h. \qquad (13.21)$$

Aplicația 13.1. Considerăm următoarele date pentru luna iunie 1993 într-o ramură a industriei:

Tabelul 13.1

Nr. crt.	Indicatorul	Nivelul indicatorului	
		mii zile-om	mii ore-om
1.	Fondul de timp calendaristic	900	7200
2.	Fondul de timp aferent sărbătorilor legale, concediilor de odihnă	285	2280
3.	Fondul de timp maxim disponibil	615	4920
4.	Timp efectiv lucrat	605	4719
5.	Timp nelucrat		
	— în cadrul zilei de lucru	—	121
	— în cadrul lunii de lucru	10	80

Pe baza indicatorilor din tabelul 13.1 putem calcula următorii indicatori pentru caracterizarea utilizării timpului de muncă:

— gradul de utilizare a fondului de timp maxim disponibil:

$$\frac{TH}{FTMDH} \cdot 100 = \frac{4719}{4920} \cdot 100 = 95{,}91\,\%$$

respectiv

$$\frac{TZ}{FTMDZ} \cdot 100 = \frac{605}{615} \cdot 100 = 98{,}37\,\%.$$

— durata medie a zilei de lucru:

$$\overline{DZ} = \frac{TH}{TZ} = \frac{4719}{605} = 7{,}8 \text{ ore.}$$

— gradul de utilizare a zilei de lucru:

$$KDZ = \frac{\overline{DZ}}{DNZ} \cdot 100 = \frac{7{,}8}{8} \cdot 100 = 97{,}5\,\%.$$

Scanned with OKEN Scanner

— durata medie a lunii de lucru:

$$\overline{DL} = \frac{TZ}{\overline{T}} = \frac{605}{30} = 20{,}16 \text{ zile},$$

$$\overline{T} = \frac{FTC}{\text{Nr. zile calendaristice}} = \frac{900}{30} = 30 \text{ mii persoane}.$$

— gradul de utilizare a lunii de lucru:

$$KDL = \frac{\overline{DL}}{DNL} \cdot 100 = \frac{20{,}16}{22{,}00} \cdot 100 = 91{,}64\%.$$

— rezervele de timp pe seama utilizării integrale a zilei de lucru:

$$\Delta TH(\overline{DZ}) = (DNZ - \overline{DZ})\,TZ = (8 - 7{,}8)\,605 = 121 \text{ mii ore-om}.$$

— rezervele de timp pe seama utilizării integrale a lunii de lucru:

$$\Delta TZ(\overline{DL}) = (DNL - \overline{DL}) \cdot \overline{T} = (22 - 20{,}16) \cdot 30 = 55{,}2 \text{ mii zile-om}.$$

— rezervele totale de timp:

$$\Delta TH(\overline{DZ}) + 8 \cdot \Delta TZ(\overline{DL}) = 121 + 8 \cdot 55{,}2 = 562{,}6 \text{ mii ore-om}.$$

13.4. MĂSURAREA GRADULUI DE NEOCUPARE A FORȚEI DE MUNCĂ

Unul din obiectivele principale ale politicii economice în orice țară este asigurarea ocupării depline a forței de muncă. Problema ocupării forței de muncă constituie una din preocupările importante ale analizei macroeconomice. În cazul analizei macroeconomice prin ocuparea deplină, totală a forței de muncă se înțelege o situație cînd rata șomajului are un anumit nivel acceptat (aproximativ 4%). De aceea se consideră mai indicată utilizarea termenului de ocupare înaltă a forței de muncă în locul celui de ocupare deplină (totală).

Neocuparea este definită ca fiind numărul de persoane care caută de lucru, dar nu au loc de muncă.

Pentru caracterizarea gradului de neocupare a forței de muncă în statistică se calculează o serie de indicatori, dintre care cea mai largă utilizare o are rata șomajului. Acest indicator se determină pe baza unei înregistrări totale numai cu ocazia recensămintelor populației. Informațiile curente cu privire la nivelul șomajului sînt obținute pe baza unui sondaj statistic, care cuprinde un eșantion reprezentativ de familii din țara pentru care se face calculul.

Chestionarul pe baza căruia se efectuează înregistrarea este sim-

Scanned with OKEN Scanner

plu: cei care au un loc de muncă sînt ocupaţi; cei care nu au loc de muncă şi care caută un loc de muncă sînt şomeri. Astfel, totalul forţei de muncă este format din totalul celor angajaţi (ocupaţi) şi al şomerilor (neocupaţi). Persoanele care nu au avut serviciu şi nu caută un serviciu sînt clasificate ca fiind în afara forţei de muncă.

Astfel, întreaga populaţie civilă[1] în vîrstă de 16 ani şi peste 16 ani este cuprinsă în trei categorii:

1. Totalul forţei de muncă: a) angajaţi (ocupaţi), b) şomeri (neocupaţi).
2. Persoanele care nu fac parte din forţa de muncă.

Rata şomajului (R.Ş.) se determină cu relaţia:

$$R.Ş. = \frac{\text{numărul şomerilor}}{\text{numărul angajaţilor civili} + \text{numărul şomerilor}} \cdot 100. \qquad (13.22)$$

Deci, rata şomajului exprimă ponderea numărului şomerilor (a celor neocupaţi) în numărul total al forţei de muncă.

In practică uneori este dificil să se distingă cei din afara forţei de muncă de cei neocupaţi, deoarece distincţia se face numai în funcţie de răspunsul la întrebarea, dacă au căutat un loc de muncă. Numărul celor clasificaţi ca neocupaţi subestimează uneori adevăratul număr, deoarece cei etichetaţi ca fiind în afara forţei de muncă, ar vrea uneori să aibă un serviciu.

Fluxurile care se realizează între cele trei categorii (ocupat, neocupat, în afara forţei de muncă) determină în timp nivelul ocupării şi al neocupării şi de aceea ele trebuie cunoscute şi măsurate prin procedee statistice.

Fluxurile posibile sînt următoarele[2] (fig. 13.1):

1. O schimbare a locului de muncă fără a deveni neocupat sau a părăsi forţa de muncă (mai mult de 50% din schimbarea serviciului nu presupune **neocupare).**
2. O pierdere a serviciului cu trecerea în categoria «neocupat».
3. Găsirea unui serviciu pentru cineva cu rangul de neocupat.
4. O trecere din categoria «neocupat» în afara forţei de muncă (muncitori descurajaţi).
5. O intrare sau reintrare în categoria «forţă de muncă», dar iniţial neangajat.
6. O intrare sau reintrare în «forţa de muncă» cu un serviciu obţinut imediat (ca în cazul absolvenţilor facultăţilor).
7. O pierdere a serviciului cu o mutare în afara forţei de muncă (de exemplu, cei care se retrag din serviciul pentru totdeauna).

---

[1] In calcul se consideră numai populaţia instituţionalizată.

[2] *Robert J. Barro.* Macroeconomics. John Wiley & Sons, New York, 1987, p. 260—261.

Scanned with OKEN Scanner

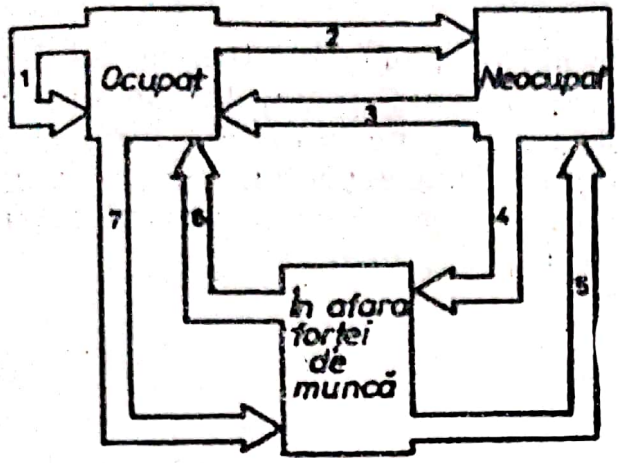


Fig. 13.1. Fluxurile între principalele categorii de populație în ceea ce privește ocuparea.

Totalul celor care își pierd locul de muncă este suma fluxurilor 1,2 și 7, iar totalul slujbelor noi este suma fluxurilor 1,3 și 6. Diferența dintre numărul slujbelor pierdute și cel al slujbelor nou găsite este schimbarea în «ocupare». Schimbarea în «neocupare» este suma fluxurilor 2 și 5 minus suma fluxurilor 3 și 4.

În practică, precum și în analizele economice este important de urmărit și durata neocupării. Durata neocupării este un factor principal care determină rata medie de neocupare (rata șomajului). Cu cît pentru o persoană neocupată este mai lungă durata să găsească un serviciu sau să părăsească forța de muncă (fluxurile 3 și 4) cu atît mai mare va fi numărul celor neocupați în orice moment al intervalului de timp.

Rata generală a șomajului determinată așa cum s-a arătat mai înainte nu asigură relevarea unor aspecte esențiale care să permită caracterizarea neocupării forței de muncă. Dintre aceste aspecte amintim:

— conceptul de șomaj, definit prin categoria «neocupare», care ascunde o parte din populația afectată de recesiunea economică. O parte din salariați sînt afectați de reducerea numărului de ore prestate, fiind obligați să lucreze numai o parte din timpul de lucru. Aceștia nu sînt cuprinși din punct de vedere statistic în categoria «șomeri»;

— nu ține seama de structura (compoziția) persoanelor care formează categoria «neocupați». Astfel, o persoană care și-a pierdut serviciul și care în îngrijire, de exemplu, o familie cu trei persoane, este șomer, dar șomer este și un tînăr care caută de lucru un număr limitat de ore pe săptămînă (să zicem, 10 ore) pentru a avea bani de buzunar;

— o persoană care și-a pierdut serviciul trebuie să arate acțiunile pe care le-a întreprins în ultimele 4 săptămîni pentru a găsi un serviciu. Cei care caută și nu găsesc (descurajații) părăsesc, pur și

simplu, forța de muncă și, deci, nu mai sînt luați în calculul ratei șomajului.

Informațiile oferite de rata generală a șomajului trebuie să fie completate cu informații detaliate privind rata șomajului pe grupe de vîrstă, pe sexe, pe profesiuni și meserii, pe zone ale țării etc.

Subliniem faptul că nivelul șomajului este exprimat uneori și în valori absolute ca număr total de șomeri, iar alteori numărul total de șomeri este comparat cu populația activă a țării.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL XIV. AVUȚIA NAȚIONALĂ

Avuția națională este unul din indicatorii principali folosiți pentru caracterizarea potențialului economic al unei țări. Mărimea și structura avuției naționale determină nivelul de viață material și cultural al populației și în același timp constituie condiția materială a desfășurării proceselor economice.

Aceste elemente justifică atenția care se acordă atît problemelor teoretice privind definirea și stabilirea sferei de cuprindere cît și celor practice-metodologice, de măsurare referitoare la avuția națională. Progrese importante în acest domeniu s-au realizat prin coordonarea cercetărilor de către organismele internaționale, în special de către Comisia de Statistică a O.N.U.

14.1. AVUȚIA NAȚIONALĂ: CONCEPTE ȘI INDICATORI DE MĂSURARE

Avuția națională exprimă totalitatea resurselor materiale de care dispune un popor la un moment dat. Complexitatea acestei categorii generează, în principal, dificultățile de măsurare statistică a avuției naționale.

În funcție de informațiile care sînt furnizate de sistemul informațional calculul avuției naționale diferă de la o țară la alta.

În funcție de componentele care se iau în calcul rezultă, în principiu, următoarele modalități de măsurare a avuției naționale:

a) avuția națională cuprinde bunurile materiale existente la un moment dat (avuția acumulată) — bunurile sub formă de capital fix, stocurile de materiale, bunurile de folosință îndelungată aflate la populație;

b) avuția națională cuprinde bunurile materiale existente la un moment dat (avuția acumulată) și resursele naturale (pămînt, păduri, stocul de minereuri și combustibil etc.) evaluate economic;

c) avuția națională cuprinde avuția acumulată, resursele naturale și avuția spirituală (stocul de cunoștințe în producție, de cunoștințe științifice acumulate de-a lungul timpului etc.).

Scanned with OKEN Scanner

Conform unor estimări, valoarea avuției naționale calculată potrivit fiecăreia din cele trei sfere de cuprindere se află în majoritatea țărilor aproximativ în raportul 1 : 2 : 4. Deci, odată cu fiecare lărgire a sferei de cuprindere a avuției naționale, conform celor trei interpretări menționate, mărimea avuției naționale se dublează față de cea corespunzătoare sferei precedente.

Este evident că cea de-a treia variantă corespunde cel mai bine categoriei de avuție națională, iar un sistem de indicatori ai avuției naționale trebuie să cuprindă indicatori ai avuției acumulate, indicatori ai resurselor naturale și indicatori ai resurselor spirituale. Grupele de mai sus cuprind indicatorii care se exprimă valoric și indicatorii exprimați în unități naturale. Determinarea unui indicator sintetic al avuției naționale implică exprimarea valorică a elementelor componente. În mod curent se exprimă valoric elementele care formează avuția acumulată și se determină un indicator global al avuției acumulate. În general, celelalte elemente ale avuției naționale se exprimă în unități fizice și uneori sînt evaluate cu ajutorul prețurilor.

În statistica din țara noastră, precum și în statistica altor țări, în avuția națională sînt cuprinse ansamblul bunurilor materiale existente în societate, rezervele de devize și creanțele nete asupra altor țări de care dispune țara respectivă la un moment dat. Se cuprind, de asemenea, resursele naturale care au intrat în circuitul economic.

În prezent, din motive practice, în calculul curent al avuției naționale sînt considerate numai bunurile nete materiale acumulate, rezervele de devizie și creanțele asupra altor țări.

În calculul avuției naționale trebuie să se aibă în vedere și bunurile materiale, mijloacele de plată în devize și creanțele asupra străinilor, care reprezintă un drept asupra avuției naționale a țărilor respective.

Astfel definită, avuția națională are următoarele caracteristici fundamentale:

— acumularea de mijloace de producție și bunuri de consum. Avuția națională este, fundamental, rezultatul acumulării venitului național în numeroși ani. Ea este constituită din stocurile de mijloace de producție și bunurile de consum existente la un moment dat;

— disponibiltatea. Acest termen descrie situația bunurilor materiale care sînt disponibile pentru a fi utilizate la un moment dat; disponibilitatea se exprimă în valoarea bunurilor materiale, calculul ținînd seama de uzură;

— principiul teritorial și principiul național de calcul al avuției naționale.

Avuția națională se poate calcula după două principii:

a) principiul teritorial, după care avuția națională cuprinde toate

Scanned with OKEN Scanner

bunurile situate pe teritoriul țării, ce aparțin statului și cetățenilor țării sau ai altor țări;

b) principiul național, după care avuția națională cuprinde bunurile materiale colective și private de naționalitatea țării și care sînt situate pe teritoriul țării sau în străinătate; bunurile țărilor străine situate pe teritoriul național sînt, deci, excluse din calcul.

Pe baza acestor considerente recomandările pe plan internațional privind determinarea volumului, compoziției și reproducției avuției naționale cuprind următorii indicatori:

1. Bunuri materiale din sfera producției
1.1. Bunuri capital fix
1.1.1. Clădiri și construcții
1.1.2. Mașini și utilaje
1.1.3. Mijloace de transport
1.1.4. Șeptel activ și productiv
1.1.5. Plantații pe rod
1.1.6. Alte bunuri capital fix
1.2. Stocuri
1.2.1. Stocuri pentru producție
1.2.2. Stocuri în producție
1.2.3. Produse finite:

$$1 = 1.1 + 1.2.$$

2. Bunuri durabile de consum ale menajelor
3. Bunuri materiale aflate pe teritoriul țării:

$$3 = 1 + 2.$$

4. Distincția între bunurile materiale ale țării și bunurile materiale ale altor țări
4.1. Bunuri materiale ale țării aflate pe teritoriul altor țări
4.2. Bunuri materiale ale altor țări aflate pe teritoriul național
5. Bunuri materiale ale țării:

$$5 = 3 + 4.1 - 4.2.$$

6. Active și pasive financiare
6.1. Active care măresc nivelul avuției naționale
6.1.1. Rezerve de devize
6.1.2. Creanțe asupra străinilor

$$6.1 = 6.1.1 + 6.1.2.$$

6.2. Pasive care diminuează nivelul avuției naționale
6.2.1. Rezerva de monedă națională deținută de alte țări
6.2.2. Obligații față de alte țări

$$6.2 = 6.2.1 + 6.2.2.$$

Scanned with OKEN Scanner

7. Avuţia naţională acumulată a ţării

$$7 = 5 + 6.1 - 6.2.$$

Componentele avuţiei naţionale sînt calculate pe forme de proprietate, pe ramuri ale economiei şi pe categorii de gospodării.

Bunurile de capital fix şi stocurile din toate sectoarele, indiferent de forma de proprietate sînt determinate prin mecanisme contabile şi statistice, recomandîndu-se utilizarea mai multor surse de date.

Metodele folosite pentru determinarea şi cuantificarea elementelor avuţiei naţionale sînt diverse: recensămîntul, estimarea la valoarea contabilă, inventarul permanent, cadastrul averii imobile, balanţa anuală a bunurilor reproductibile, estimări mixte etc. De asemenea se pot utiliza inventarieri generale sau inventarieri selective. Evaluarea avuţiei naţionale poate fi: oficială (realizată de organismele oficiale de statistică ale ţărilor respective); semioficială (realizată de diverşi autori, dar preluată de publicaţiile statistice oficiale); estimări ale unor persoane particulare.

Ca regulă generală, avuţia naţională este calculată după depreciere, adică în calcul se ţine seama de uzură, înainte de exprimarea valorii bunurilor materiale la sfîrşitul anului pentru care se face calculul. Avuţia naţională se poate calcula şi la valoarea iniţială. Aceste două moduri de evaluare se aplică la bunurile capital fix şi la bunurile de consum ale gospodăriilor.

Pentru evaluarea elementelor avuţiei naţionale se folosesc trei tipuri de preţuri: preţuri curente ale anului considerat pentru exprimarea valorii avuţiei naţionale; valoarea contabilă; preţuri constante (comparabile) pentru exprimarea volumului fizic şi calculul dinamicii avuţiei naţionale.

În cazul bunurilor care aparţin ţării, dar sînt situate pe teritoriul altor ţări, evaluarea de bază se face la preţurile pieţei în moneda corespunzătoare. Trecerea în moneda ţării proprietară a bunurilor se face cu ajutorul ratei de schimb în vigoare la data evaluării. Pentru evaluarea acestor bunuri materiale în preţurile constante ale anului de bază se poate considera valoarea reală a anului de bază ca fiind egală cu valoarea reală a anului pentru care se face calculul, sau se poate utiliza raportul între preţurile reale şi cele constante ale bunurilor materiale analoage de pe teritoriul ţării.

Bunurile materiale situate pe teritoriul ţării, dar aparţinînd altor ţări, sînt evaluate în aceeaşi modalitate.

Rezervele de devize, creanţele asupra străinilor sînt calculate în moneda naţională cu ajutorul ratei de schimb în vigoare la data calculului.

Scanned with OKEN Scanner

14.2. INDICATORII STATISTICI AI AVUȚIEI ACUMULATE

Caracterizarea statistică a avuției naționale acumulate presupune calcularea și analiza unor indicatori cu ajutorul cărora să se evidențieze mărimea, structura, dinamica, eficiența componentelor acesteia. Faptul că elementele componente ale acesteia se pot exprima valoric dă posibilitatea calculării unui indicator global al avuției acumulate, precum și a structurii ei.

14.2.1. Indicatorii statistici ai mijloacelor fixe

Mijloacele fixe constituie principala componentă a avuției naționale acumulate. Ele sînt bunuri materiale care se folosesc un timp îndelungat, păstrîndu-și în același timp forma fizică inițială. Conform practicii statistice și contabile sînt considerate mijloace fixe numai acele bunuri materiale care au o durată de întrebuințare mai mare de un an și o valoare de inventar mai mare decît o anumită limită. Informația privind mijloacele fixe stă la baza caracterizării unor aspecte esențiale care privesc potențialul tehnic al economiei naționale, al ramurilor, în profil teritorial, dotarea tehnică a muncii, eficiența utilizării mijloacelor fixe etc.

Caracterizarea statistică a mijloacelor fixe la nivel macroeconomic presupune determinarea unor indicatori care evidențiază volumul, structura și dinamica mijloacelor fixe, starea fizică și mișcarea mijloacelor fixe, eficiența folosirii mijloacelor fixe și corelațiile cu alți indicatori macroeconomici.

Volumul mijloacelor fixe poate fi măsurat prin intermediul a două grupe de indicatori: indicatori în unități fizice și indicatori în unități valorice. Indicatorii în unități fizice sînt utilizați pentru măsurarea volumului mijloacelor fixe pe categoriile acestora. Pe baza indicatorilor în unități fizice nu se poate calcula un indicator sintetic care reflectă volumul mijloacelor fixe dintr-o ramură sau în ansamblu pe economia națională. Pentru aceasta este necesară exprimarea volumului mijloacelor fixe cu ajutorul unor indicatori valorici. Evaluarea mijloacelor fixe asigură posibilitatea determinării volumului valoric al acestora, a structurii și mișcării lor, precum și corelarea mijloacelor fixe cu alți indicatori macroeconomici.

Mijloacele fixe pot fi exprimate la valoarea inițială completă, valoarea rămasă sau valoarea de înlocuire.

Valoarea inițială completă (VIC) (valoarea de inventar sau de înregistrare) reprezintă totalitatea cheltuielilor pentru construirea sau achiziționarea, transportul și punerea în funcțiune a mijloacelor fixe. Valoarea inițială completă servește la cunoașterea volumului valoric al mijloacelor fixe de care dispune o unitate, ramură sau economia națională, indiferent de starea fizică a acestora. Pe baza

Scanned with OKEN Scanner

ei se caracterizează dinamica și structura mijloacelor fixe, se calculează amortizarea și se analizează eficiența folosirii mijloacelor fixe. Valoarea inițială completă a acestora se modifică cu ocazia reevaluării sau a executării unor lucrări suplimentare.

Valoarea rămasă (VR) exprmă partea din valoarea inițială care nu a fost încă transferată asupra producției prin intermediul amortizării. Aceasta se stabilește ca diferența între valoarea inițială și amortizarea calculată pînă la momentul calculului. Valoarea rămasă stă la baza analizei concordanței între valoarea scriptică a mijloacelor fixe și starea tehnică a acestora. Prin intermediul ei se caracterizează starea fizică a mijloacelor fixe, eficiența folosirii lor, se fundamentează durata posibilă de funcționare și obiectivele din domeniul investițiilor etc.

Valoarea de înlocuire (VI) se stabilește cu ocazia reevaluării mijloacelor fixe, acțiune efectuată periodic pentru a pune în acord valoarea la care figurează în evidență și prețurile în vigoare în momentul reevaluării. Cu ocazia reevaluării se stabilesc valorile de inventar unitare pentru toate mijloacele fixe de același fel, indiferent de momentul punerii acestora în funcțiune.

Valorile la care pot fi exprimate mijloacele fixe evidențiază volumul valoric al acestora la un moment dat, deci, sub formă de stoc. În analiza economică mijloacele fixe se corelează cu indicatorii care se referă la o perioadă de timp (indicatori de flux) — P.I.B., venitul național etc. Ca urmare, este necesară calcularea valorii medii anuale a mijloacelor fixe.

Valoarea medie anuală de inventar a mijloacelor fixe ($\overline{F}$) se calculează ca medie aritmetică a valorilor lunare (VIC_t):

$$\overline{F} = \frac{\sum_{t=1}^{12} VIC_t}{12} \qquad (14.1)$$

sau

$$\overline{F} = VIC_1 + VMI - VME, \qquad (14.2)$$

în care VIC_1 — valoarea de inventar a mijloacelor fixe existente la începutul anului; VMI — valoarea medie a intrărilor; VME — valoarea medie anuală a ieșirilor.

Valoarea medie anuală rămasă ($\overline{FR}$) se calculează cu relația:

$$\overline{FR} = \overline{F}\,\frac{VR_1 + VR_2}{VIC_1 + VIC_2}, \qquad (14.3)$$

în care VR_1 și VR_2 — valoarea rămasă a mijloacelor fixe la începutul și respectiv la sfîrșitul anului; $V.I.C_1$ și $V.I.C_2$ — valoarea de inventar a mijloacelor fixe existente la începutul și respectiv la sfîrșitul anului.

Structura mijloacelor fixe se calculează și se analizează în funcție de diferite criterii de grupare a acestora.

După locul unde funcționează, mijloacele fixe se separă pe ramurile economiei naționale, asigurînd posibilitatea caracterizării potențialului tehnic al ramurilor, modificările intervenite în structura pe ramuri a mijloacelor fixe, înzestrarea tehnică a muncii și eficiența utilizării mijloacelor fixe pe ramuri etc.

După componența naturală mijloacele fixe se împart pe trepte și categorii, în funcție de diferite caracteristici tehnico-economice. În prima treaptă de clasificare mijloacele fixe se împart în următoarele 9 grupe: clădiri; construcții speciale; mașini de forță și utilaje energetice; mașini, utilaje și instalații de lucru; aparate și instalații de măsură, control și reglare; mijloace de transport; animale; plantații; unelte; accesorii de producție și inventar gospodăresc.

Această clasificare a mijloacelor fixe stă la baza determinării pe cale analitică a amortismentelor. În același timp ea oferă informații importante privind mijloacele fixe care participă nemijlocit la producerea bunurilor materiale — mașini, utilaje și instalații de lucru, denumite mijloace fixe active.

După durata de serviciu mijloacele fixe se pot clasifica în mai multe grupe. Pentru analiza macroeconomică sînt esențiale următoarele: mijloace fixe noi (puse în funcțiune în ultimii ani); mijloace fixe în funcțiune la care durata de serviciu consumată este sub durata de serviciu și mijloacele fixe la care durata de serviciu consumată este peste durata de serviciu normată.

Structura mijloacelor fixe după vîrstă este deosebit de importantă pentru fundamentarea programului de investiții, deoarece mijloacele fixe nerecuperate integral sînt, de regulă, uzate moral, fapt ce impune înlocuirea lor pe calea investițiilor.

Pe baza diferitelor criterii de grupare se poate caracteriza locul unei grupe de mijloace fixe (F_i) în totalul mijloacelor fixe (ΣF_i) cu ajutorul mărimilor relative de structură (g_i^F):

$$g_i^F = \frac{F_i}{\Sigma F_i} \cdot 100. \qquad (14.4)$$

Starea fizică a mijloacelor fixe este caracterizată, în special, cu ajutorul indicatorilor care exprimă gradul de uzură sau starea de utilizare a acestora.

Indicatorul uzurii I_{uz} exprimă proporția dintre uzura mijloacelor fixe și valoarea de inventar a acestora;

$$I_{uz} = \frac{UZ}{VIC} \cdot 100. \qquad (14.5)$$

Scanned with OKEN Scanner

în care UZ — uzura mijloacelor fixe (exprimată prin nivelul amortizării acestora).

$I_{uz} \in [0,100\%]$ și cu cît valoarea sa este mai aproape de limita inferioară, cu atît starea fizică a mijlocului fix respectiv este mai bună.

Indicatorul stării de utilizate (I_{sut}) reflectă proporția mijloacelor fixe la valoarea rămasă în valoarea de inventar a acestora la un moment dat:

$$I_{sut} = \frac{VR}{VIC} \cdot 100 \qquad (14.6)$$

sau

$$I_{sut} = 100 - I_{uz}. \qquad (14.7)$$

$I_{sut} \in [0,100\%]$ și cu cît valoarea sa este mai aproape de limita superioară, cu atît starea fizică a mijloacelor fixe respectiv este mai bună.

Indicatorii stării fizice a mijloacelor fixe se calculează pe categorii de mijloace fixe, pe ramuri și în ansamblu pe economie. Informațiile furnizate servesc la fundamentarea programului de investiții, la analiza eficienței mijloacelor fondurilor fixe etc.

Mișcarea mijloacelor fixe. Nivelul indicatorilor care exprimă starea fizică și modificările în timp ale acestora sînt expresia mișcării mijloacelor fixe, respectiv a punerii în funcțiune și ieșirii (scoaterii) din funcțiune a mijloacelor fixe. În cazul statisticii macroeconomice intrările de mijloace fixe se măsoară prin indicatorul de înnoire, iar ieșirile — prin indicatorul scoaterii din funcțiune.

Indicatorii înnoirii se calculează prin raportarea valorii mijloacelor fixe puse în funcțiune în cursul anului (deci, a mijloacelor fixe noi exprimate la valoarea de inventar) la valoarea mijloacelor fixe existente la sfîrșitul anului exprimate de asemenea la valoarea de inventar. Deci, aceștia exprimă proporția mijloacelor fixe noi în totatul mjiloacelor fixe existente la sfîrșitul anului.

Indicatorul scoaterii din funcțiune se determină, raportînd valoarea de inventar a mijloacelor fixe scoase din funcțiune în cursul anului la valoarea de inventar a celor existente la începutul anului.

Volumul valoric al mijloacelor fixe puse în funcțiune este condiționat de totalul investițiilor efectuate, exprimate statistic prin indicatorul investiții brute, de durata de execuție, precum și de structura tehnico-materială a acestora (investiții pentru utilaje, investiții concretizate în lucrări de construcții-montaj, în lucrări geologice și de foraj etc.).

Caracterizarea și analiza mărimii, structurii, mișcării și stării fizice a mijloacelor fixe se realizează pe baza indicatorilor cuprinși în balanța mijloacelor fixe. În această balanță indicatorii sînt expri-

Scanned with OKEN Scanner

mați la valoarea rămasă sau la valoarea completă. Fiind exprimată la valoarea rămasă, balanța cuprinde următorii indicatori:

— volumul și repartizarea mijloacelor fixe pe ramuri ale economiei naționale și pe forme de proprietate;

— fluxul de mijloace fixe în timpul anului;

— formarea netă a mijloacelor fixe.

Balanța se elaborează la nivel de unitate, ramură, economie națională și în profil teritorial.

La nivelul economiei naționale balanța se întocmește prin agregarea indicatorilor cuprinși în balanțele elaborate la nivelul ramurilor.

14.2.2. Indicatorii stocurilor de materiale

Stocurile de materiale sînt formate din mijloace materiale circulante din unitățile economico-sociale, gospodăriile populației cît și sub forma rezervelor materiale de stat.

Volumul mijloacelor materiale circulante se determină pe baza datelor privind stocurile de materiale existente în momentul pentru care se face calculul. Calculul se face atît pe ramuri, cît și la nivelul întregii economii naționale, în unități fizice și în expresie valorică. Sursele de date folosite sînt, în special, bilanțurile contabile și recensămintele stocurilor de materiale.

Cuprinderea mijloacelor circulante în avuția națională necesită evaluarea acestora în formă bănească. La evaluare trebuie să se asigure concordanța, din punctul de vedere al evaluării, dintre venitul național creat și cel utilizat, deoarece în sursele de date contabile stocurile sînt exprimate în diferite prețuri, în funcție de stadiul parcurs în cadrul procesului de producție. Nivelul stocurilor trebuie evaluat în prețurile în care se evaluează producția (asigurarea comparabilității prețurilor cu ajutorul indicilor de prețuri).

In practica statistică, precum și în analiza macroeconomică, stocurile de materiale se clasifică după diferite criterii:

— după ramura economiei naționale în care există se determină structura pe ramuri a stocurilor de materiale și gradul în care stocurile existente în fiecare ramură satisfac cerințele producției:

— după faza (stadiul) în care se află stocurile de materiale se clasifică în:

a) stocuri pentru producție (materii prime, materiale, combustibili, ambalaje, obiecte de inventar de mică valoare și scurtă durată, piese de schimb etc.);

b) mijloace materiale în producție (producția neterminată, semifabricate);

c) mijloace materiale în sfera circulației (produse finite).

Structura calculată după acest criteru, ținînd seama de specifi-

Scanned with OKEN Scanner

cul ramurii, oferă informații privind asigurarea procesului de producție cu mijloace materiale circulante, dă posibilitatea analizei stocurilor în raport cu nivelul prevăzut, în funcție de normative etc.

— după fondul de acoperire și conținutul material, stocurile de materiale se clasifică în stocuri din activitatea curentă și stocuri pentru investiții.

14.2.3. Indicatorii altor elemente ale avuției naționale acumulate

Bunurile de folosință îndelungată și cu durată medie de folosință[1] cuprind acele bunuri care sînt destinate să satisfacă pe o durată mai mare de un an diferite cerințe materiale și spirituale ale populației și care sînt cumpărate din rețeaua comercială, confecționate cu mijloace proprii sau dobîndite din alte surse de către populație.

Volumul acestor bunuri se determină în unități fizice pe categorii și (în expresie valorică) pe total, aceasta permițînd includerea lor în indicatorul care exprimă avuția națională acumulată (locuințe, autoturisme, televizoare, aparate de radio, frigidere, mobilă etc.).

Sursele de date care stau la baza determinării valorii bunurilor acumulate de populație sînt în funcție de categoria de bunuri pentru care se face calculul.

Astfel, în cazul clădirilor și autoturismelor, bunurilor asigurate prin efectul legii există o evidență curentă riguroasă privind numărul și valoarea acestora la organele financiare.

Numărul aparatelor de radio și televizoarelor existente la populație se poate determina pe baza evidenței de la organele de poștă și telecomunicații.

Pentru celelalte bunuri de folosință îndelungată (frigidere, mobilă, mașini de cusut, mașini de gătit etc.) informațiile se pot obține pe baza unor cercetări selective privind existentul acestora la un eșantion reprezentativ de familii, date care sînt extinse pentru întreaga populație. Datele obținute prin cercetarea selectivă se actualizează avînd în vedere vînzările prin rețeaua comercială și durata de viață normată a bunurilor evaluate.

Bunurile de folosință îndelungată și cu durată medie de folosință sînt evaluate la valoarea de cumpărare (inițială) și la valoarea rămasă.

Problema includerii bunurilor de folosință îndelungată și cu durată medie de folosință în calculele de avuție națională

---

[1] Anuarul statistic al României folosește următoarea grupare a inventarului casnic, gospodăresc și personal al populației: bunuri de folosință îndelungată și cu valoare relativ mare; bunuri cu durată medie de folosință; bunuri de folosință îndelungată și valoare relativ mică.

Scanned with OKEN Scanner

este o preblemă dificilă, care nu are o rezolvare unitară în statistica internațională. Deoarece aceste produse sînt folosite o perioadă mare de timp, ar trebui să fie incluse la acumulare, iar o cotă corespunzătoare uzurii anuale — la consumul anual al populației. Însă determinarea uzurii este dificilă și de aceea bunurile de folosință îndelungată sînt cuprinse în consumul populației în anul cînd au fost cumpărate. În calculul acumulării se cuprind construcțiile de locuințe efectuate de populație, iar în consumul populației — numai mărimea uzurii anuale.

Indicatorii care exprimă bunurile acumulate de populație au un rol deosebit și în caracterizarea nivelului de trai al populației.

Mijloacele financiare valutare reprezintă soldul dintre creanțele (drepturile) și angajamentele (obligațiile) externe ale unei țări față de alte țări la un moment dat (la sfîrșitul anului pentru care se face calculul).

Dacă drepturile sînt mai mari decît obligațiile, soldul acestora mărește avuția națională, iar dacă sînt mai mici, în mod evident, soldul diminuează avuția națională.

Mijloacele financiare valutare se determină pe baza balanței creanțelor și angajamentelor externe în care sînt evidențiate creanțele și angajamentele, pe elementele componente, la începutul și sfîrșitul anului, precum și soldul fiecărui element.

14.3. INDICATORII RESURSELOR NATURALE

Resursele naturale atrase în circuitul economic constituie un element important al avuției naționale.

Evidența resurselor naturale se realizează în unități fizice, pe categorii de resurse: fond funciar (pe elemente), rezerve de substanțe minerale etc.

În comparațiile internaționale, precum și în aprecierea posibilităților de dezvoltare economică a unei țări, indicatorii care exprimă în unități fizice diferite elemente ale resurselor naturale au o largă aplicabilitate.

Calcularea unui indicator care să exprime în totalitate resursele naturale atrase în circuitul economic necesită evaluarea acestora în formă bănească. Estimarea valorică a resurselor naturale atrase în circuitul economic, pe lîngă asigurarea cunoașterii complexe a acestora, este o condiție absolut necesară pentru determinarea nivelului de ansamblu, a dinamicii și structurii avuției naționale.

14.3.1. Indicatorii fondului funciar

Fondul funciar, element de bază al avuției naționale, reprezintă principalul mijloc de producție din agricultură și silvicultură.

Scanned with OKEN Scanner

Sistemul de indicatori, cu ajutorul cărora se măsoară și se caracterizează fondul funciar, trebuie să asigure informațiile necesare cunoașterii terenurilor destituite diferitelor sectoare ale economiei naționale.

Evidența resurselor funciare se realizează prin cadastrul funciar ca sistem de evidență a întregului fond funciar din țara noastră. Pe această cale se asigură caracterizarea acestei resurse prin suprafața totală a fondului funciar și pe principalele elemente componente ale acestuia: suprafața agricolă, fondul forestier, terenuri cu alte destinații, fiecare din aceste categorii fiind structurate pe subgrupe. Anuarul statistic al României și cel al Republicii Moldova prezintă suprafața totală a fondului funciar structurat pe următoarele categorii: I. Suprafața agricolă, din care pămînt arabil; pășuni, fînețe; vii și pepiniere viticole, livezi și pepiniere pomicole. II. Păduri și alte terenuri cu destinație forestieră. III. Alte suprafețe.

În analizele economice și în comparațiile internaționale indicatorul fondului funciar se corelează cu populația țării, obținîndu-se următorii indicatori: suprafața fondului funciar pe locuitor; suprafața agricolă pe un locuitor; fondul forestier pe locuitor; numărul populației ce revine la 1 km² fond funciar etc.

Pentru evaluarea elementelor fondului funciar se poate utiliza prețul mediu de vînzare utilizat în relațiile de vînzare-cumpărare, pe categorii de terenuri.

14.3.2. Indicatorii resurselor minerale

Resursele minerale constituie elementul principal al resurselor naturale ale țării, al avuției naționale. Volumul și calitatea resurselor minerale reprezintă un factor de bază al creșterii economice.

Cuprinderea resurselor minerale în calculele de avuție națională, presupune determinarea volumului de resurse minerale exploatabile, a rezervelor de minerale existente în subsolul țării, calitatea acestora și utilizarea lor, gradul de asigurare a bazei de materii prime pentru diferite ramuri ale industriei extractive etc.

În țara noastră includerea resurselor minerale în avuția națională se realizează prin constituirea unor trepte de atragere în circuitul economic a acestor resurse atît din punctul de vedere al posibilităților de exploatare, cît și din cel al sporirii gradului de cunoaștere al acestora[1].

Astfel, prima treaptă cuprinde substanțele minerale utile existente în zăcăminte, acestea formînd patrimoniul național mineral. În funcție de posibilitățile de evaluare, acesta este format din două

---

[1] O clasificare completă a resurselor minerale se găsește în «Tratat de economie contemporană», vol. II, cartea I, București, 1987, p. 327—344.

Scanned with OKEN Scanner

componente: cuantificat şi necuantificat. Prima componentă stă la baza includerii resurselor minerale în avuţia naţională, iar cea de-a doua, cuprinzînd resursele ipotetice, prezintă interes numai pentru fundamentarea programelor de cercetare geologică. Patrimoniul naţional mineral cuantificat cuprinde la rîndul său două părţi: potenţial, format din rezervele exploatabile în prezent, şi previzibil, format din resursele posibile exploatabile în viitor.

Treapta a II-a cuprinde substanţele minerale utile recuperabile din zăcăminte, acestea formînd avuţia naţională minerală primară.

In treapta a III-a sînt cuprinse substanţele minerale valorificate ca materii prime brute (avuţia naţională minerală acumulată), acestea putînd fi însumate cu celelalte elemente ale avuţiei naţionale acumulate.

Evaluarea resurselor minerale în unităţi fizice se face pe grupe de resurse şi categorii de rezerve. Este necesar ca la evaluare, pe lîngă «masa minieră», să se determine cantitatea de substanţe utile din zăcăminte, precum şi cea recuperabilă în fazele de exploatare.

Creşterea gradului de recuperare a substanţelor minerale utile existente în zăcăminte constituie o direcţie importantă în vederea asigurării necesarului de materii prime pentru economia naţională.

Pentru însumarea rezervelor astfel evaluate este necesară echivalarea tuturor categoriilor şi grupelor de resurse valorificabile. Se asigură astfel o imagine globală asupra patrimoniului mineral cuantificat care poate fi inclus în avuţia naţională.

In ceea ce priveşte evaluarea resurselor minerale, calculele efectuate în România s-au realizat pe baza preţurilor de vînzare în lei şi a celor practicate în dolari pe piaţa internaţională la data respectivă, calculîndu-se valoarea patrimoniului mineral şi a avuţiei naţionale minerale pe componente şi pe grupe de substanţe, iar în cazul grupelor pentru acele substanţe care au o pondere mare în total resurse minerale.

14.4. INDICATORII RESURSELOR SPIRITUALE

Resursele spirituale reprezintă o componentă a avuţiei naţionale care are o mare influenţă asupra nivelului şi ritmului dezvoltării unei economii, deoarece ele se exprimă, în principal, prin gradul de instruire, capacitatea de cercetare ştiinţifică, prin valorile ştiinţifice, cultural-artistice etc. de care dispune un popor.

Dacă elementele care compun avuţia acumulată şi resursele naturale atrase în circuitul economic condiţionează nemijlocit activitatea economică, ritmurile şi proporţiile la nivelul macroeconomic, resursele spirituale le influenţează în mod indirect. Astfel, nivelul de instruire, capacitatea de creştere, gradul de cultură, experienţa

Scanned with OKEN Scanner

acumulată sînt elemente care influențează nivelul și dinamica productivității muncii, și prin aceasta — nivelul și dinamica dezvoltării economice.

In practica statistică, ca urmare a dificultăților legate de cuantificarea elementelor componente, resursele spirituale nu sînt luate în calculul avuției naționale. In schimb, se determină indicatorii care permit analiza unor aspecte privind resursele spirituale existente la un moment dat. Astfel se determină indicatorii în expresie fizică ce evidențiază unele aspecte privind resursele spirituale, cum sînt: numărul de investiții și inovații, numărul lucrărilor științifice, artistice etc.

Un indicator folosit frecvent în evidențierea resurselor spirituale, precum și în comparațiile internaționale privind nivelul de instruire al populației, este stocul de învățămînt care evidențiază patrimoniul intelectual acumulat de populația unei țări prin studii școlare și universitare. Stocul de învățămînt exprimă, deci, suma anilor de studii care au fost parcurși de întreaga populație existentă la un moment dat.

Dimensiunea stocului de învățămînt se poate stabili sub forma stocului brut prin însumarea numărului de ani de școală al fiecărei persoane și sub forma stocului ponderat. Aceasta ține seama de diferențele calitative care există între nivelul de școlarizare (învățămînt primar și gimnazial, liceal, profesional și superior).

Baza determinării stocului de învățămînt o constituie datele furnizate de ultimul recensămînt al populației privind numărul populației și școala absolvită.

Stocul brut de învățămînt nu ține cont de diferențele calitative între un an școlar pe diferite trepte de școlarizare. Ca urmare a acestui fapt, acest indicator nu oferă o imagine concludentă asupra nivelului de instruire dobîndită prin școlarizare. Pentru a cunoaște modificările calitative intervenite în stocul brut de învățămînt este necesar să se determine structura acestuia pe trepte de învățămînt. Creșterea ponderii anilor de școală de învățămînt superior este un aspect care pune în evidență sporirea calității resurselor umane.

Determinarea stocului de învățămînt ponderat presupune înmulțirea numărului de persoane, cu duratele de școlarizare corespunzătoare și anumiți coeficienți care exprimă diferențele calitative între diferite trepte de școlarizare.

In literatura de specialitate se propune frecvent ca acești coeficienți să fie calculați în funcție de mărimea cheltuielilor pentru un absolvent, pe diferite trepte de școlarizare.

Cunoașterea stocului de învățămînt și, în principal, a structurii acestuia oferă informații utile în vederea fundamentării măsurilor privind pregătirea cadrelor necesare pentru înfăptuirea obiectivelor dezvoltării economico-sociale.

Scanned with OKEN Scanner

14.5. INDICATORII MEDIULUI ÎNCONJURĂTOR

Asigurarea resurselor naturale necesare economiei naţionale, ridicarea nivelului calităţii vieţii necesită în condiţiile actuale amplificarea eforturilor pentru protecţia mediului înconjurător.

Mediul înconjurător cuprinde ansamblul factorilor naturali şi ai celor creaţi prin activităţi umane, care în strînsă interacţiune influenţează echilibrul ecologic, determină condiţiile de viaţă pentru om, precum şi condiţiile de dezvoltare a societăţii.

Rezultă, deci, că în definirea mediului înconjurător, se au în vedere două grupe de factori:

— factorii naturali — aerul, apa, solul, subsolul, pădurile şi orice altă vegetaţie terestră şi acvatică, fauna terestră şi acvatică, rezervaţiile şi monumentele naturale;

— factorii creaţi de om — aşezările umane şi alţi factori creaţi de om.

Elementele componente ale mediului înconjurător se constituie (total sau parţial) ca elemente ale avuţiei naţionale sau influenţează celelalte elemente ale avuţiei naţionale. Astfel, factorii naturali de mediu (apa, solul, subsolul, pădurile etc.) formează o componentă importantă a avuţiei naţionale — resursele naturale atrase în circuitul economic, în timp ce factorii creaţi de om se regăsesc într-o altă componentă a avuţiei naţionale şi anume în avuţia acumulată.

Importanţa sporită care se acordă problemelor privind protecţia mediului înconjurător este determinată de intensificarea atragerii resurselor naturale în circuitul economic. Acest lucru face ca unele resurse, considerate ca fiind abundente pînă acum, să devină deficitare (de exemplu, apa). Pe de altă parte, odată cu dezvoltarea activităţilor economice şi sociale, acestea se constituie într-o sursă de alterare a mediului prin răspîndirea în factorii de mediu a substanţelor poluante.

Poluarea cuprinde acele acţiuni care pot duce la ruperea echilibrului ecologic, să dăuneze sănătăţii, liniştii şi stării de confort a oamenilor sau să provoace pagube economiei naţionale prin modificarea calităţii factorilor naturali sau a celor creaţi prin activităţi umane.

Pornind de la ipoteza că starea calitativă a factorilor de mediu este în raport invers proporţional cu volumul substanţelor poluante introduse în factorii de mediu, trebuie să se identifice şi să se concretizeze sursele de poluare (ramurile de activitate, unităţile economice şi procesele tehnologice generatoare de substanţe poluante) şi să se măsoare volumul de substanţe poluante emise.

Indicatorii care caracterizează măsurile pentru protecţia mediului înconjurător trebuie să ofere informaţii cu privire la protecţia

Scanned with OKEN Scanner

și utilizarea rațională a resurselor naturale, refacerea și dezvoltarea resurselor regenerabile, preîntîmpinarea, limitarea și combaterea efectelor dăunătoare ale factorilor de mediu, costurile pentru protecția mediului etc. Informațiile obținute stau la baza fundamentării măsurilor de protecție a mediului.

Eforturile depuse în țara noastră în direcția construirii unui sistem de indicatori privind protecția mediului înconjurător sînt relativ recente. Rezultatele obținute au constituit obiectul unei continue perfecționări care a avut în vedere mărirea numărului de indicatori și a aspectelor măsurate, o mai bună sistematizare a acestora, surprinderea într-o măsură mai mare, alături de aspectele cantitative și a celor de ordin calitativ.

Sistemul actual de indicatori privind protecția mediului înconjurător asigură caracterizarea corespunzătoare a acestuia și efectuarea comparațiilor internaționale, în special cu sistemul de indicatori adoptat de O.N.U.

Ca parte a sistemului informațional-economic, sistemul de indicatori statistici privind starea și protecția mediului înconjurător cuprinde următoarele subsisteme:

A. **Indicatori generali**, cu ajutorul cărora se caracterizează starea generală a teritoriului. Pentru aceasta subsistemul cuprinde indicatori care dau informații cu privire la suprafața teritoriului; condițiile naturale de climă; temperatură, regimul de precipitații, regimul eolian etc.

B. **Volumul și utilizarea resurselor naturale ale mediului înconjurător.** Acest subsistem cuprinde următoarele grupe de indicatori: masa atmosferică; resursele de apă; fondul funciar (pe elemente principale); resursele de substanțe minerale utile și resursele energetice primare; flora, fauna, fondul de vînătoare, rezervațiile, parcurile naturale și monumentele naturii.

C. **Factorii de determinare a mediului înconjurător** cuprind indicatorii care dau posibilitatea caracterizării surselor de poluare, precum și a volumului de substanțe poluante emise în factorii de mediu. Pentru aceasta indicatorii sînt structurați în două grupe care caracterizează activitățile economice și sociale (ramuri de activitate, întreprinderi și tehnologii) generatoare de substanțe poluante; volumul substanțelor poluante evacuate în aer, apă, sol pe ministere și ramuri de activitate.

D. **Calitatea factorilor de mediu.** Indicatorii cuprinși în acest subsistem dau posibilitatea ca, prin comparație cu normele de calitate ale factorilor de mediu, să fie caracterizat nivelul calitativ al diferiților factori de mediu. Subsistemul este format din următoarele grupe de indicatori: norme de calitate privind factorii de mediu; indicatori de calitate privind concentrațiile efective de substanțe nocive în factorii de mediu; calitatea apelor, pe categorii de

Scanned with OKEN Scanner

calitate, după gradul de puritate şi de poluare; terenuri agricole erodate şi ocupate cu deşeuri industriale solide şi deşeuri menajere, suprafaţa zonelor şi numărul populaţiei în zonele afectate de poluarea aerului şi apei.

E. **Indicatorii privind măsurile de protecţie a mediului înconjurător.** Acest subsistem cuprinde indicatorii care permit caracterizarea a două grupe de probleme:

— dotarea unităţilor economice cu utilaje, instalaţii şi dispozitive de reţinere şi neutralizare a substanţelor poluante;

— investiţii, cheltuieli curente şi alte cheltuieli pentru protecţia mediului înconjurător. Acestea se pot exprima în valoarea absolută sau ca pondere, respectiv: ponderea investiţiilor pentru protecţia mediului, în total investiţii; ponderea cheltuielilor pentru protecţia mediului, în total cheltuieli din bugetul de stat; ponderea cheltuielilor pentru protecţia mediului în costul producţiei etc.

Mai jos se prezintă lista principalilor indicatori referitori la protecţia mediului înconjurător elaborat şi recomandat de către O.N.U.

I. Natura
- climatul şi metodologia
- solul şi subsolul
- fauna
- flora
- pericolele naturale

II. Resursele
- resursele de teren
- energia primară şi resursele naturale
- resursele de apă
- resursele forestiere şi alte resurse biologice

III. Activităţile umane influenţînd calitatea mediului înconjurător
- emiterea de poluanţi în aer, apă şi sol
- producţia de deşeuri solide şi periculoase (toxice, radioactive etc.)
- zgomotul
- dezvoltarea zonei de locuit

IV. Calitatea mediului, speciilor şi habitatului
- calitatea aerului
- calitatea apei
- calitatea solului
- calitatea speciilor şi habitatului
- calitatea zonelor de locuit.

V. Gestiunea mediului înconjurător
- cheltuieli pentru protecţia mediului înconjurător
- personalul din activitatea de protecţie a mediului înconjurător
- normele de calitate ale mediului înconjurător
- legislaţia
- informaţia asupra mediului înconjurător.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL XV. MĂSURAREA REZULTATELOR ACTIVITĂȚII ECONOMICE

Măsurarea și caracterizarea rezultatelor activității agenților economici și a fluxurilor, care au loc între aceștia într-o perioadă de timp determinată, în țările cu o economie de piață, în statistica O.N.U. și în alte organisme internaționale se bazează pe Contabilitatea Națională sau pe Sistemul Conturilor Naționale (S.C.N.)[1].

15.1. CONCEPȚIA, PARTICULARITĂȚILE ȘI STRUCTURA S.C.N.

Sistemul Conturilor Naționale sau Contabilitatea Națională a apărut ca metodă de evidență a activității ansamblului economiei naționale și s-a dezvoltat treptat, devenind un sistem de evidență macroeconomică, care are ca obiect reprezentarea cantitativă, agregată, simplificată, completă și coerentă a activității economice desfășurate într-o perioadă determinată.

Obiectul principal al Contabilității Naționale îl constituie furnizarea unei reprezentări cantitative simplificate și agregate a universului economic în timpul unei perioade date și/ sau la un moment dat. Deci, principalele caracteristici ale Contabilității Naționale pot fi sintetizate în felul următor:

Contabilitatea Națională este o metodă de înregistrare. Scopul ei imediat nu este să explice activitatea economică, ci să o descrie. Trebuie să subliniem, însă, că între descrierea cifrică și explicațiile cauzale este o strînsă legătură. Descrierea cifrică a activității furnizează în perioade succesive de timp o bază pentru cercetarea corelațiilor din economie.

Contabilitatea Națională este o reprezentare simplificată și agregată. Economia națională este formată dintr-o multitudine de agenți economici, care desfășoară diverse activități. Pentru a înțelege func-

[1] Țările fost comuniste au utilizat Sistemul Producției Materiale (S.P.M.) bazat pe teoria economică marxistă. In acest sistem se măsoară numai rezultatele din sfera producției materiale. Indicatorii de rezultate calculați de S.P.M. sînt produsul social și venitul național.

Scanned with OKEN Scanner

ționarea unei astfel de economii naționale, Contabilitatea Națională trebuie să simplifice, adică să selecteze din toate elementele caracteristice pe cele esențiale și să obțină agregate la nivel macroeconomic care oferă o imagine sintetică a activității economice.

Contabilitatea Națională este o reprezentare cantitativă. Elementele măsurate pot fi: stocurile existente la un moment dat (stocuri de bunuri, stocuri de creanțe, stocuri monetare) sau fluxurile, care se realizează în cursul unei perioade. La nivel macroeconomic aceste mărimi sînt exprimate sub formă monetară.

Contabilitatea Națională are ca obiect de studiu numai activitatea economică și nu întreaga activitate umană.

Deci, obiectul Contabilității Naționale îl constituie descrierea cifrică a activității economice, a fluxurilor materiale, de venituri și financiare care au loc în economie între agenții economici. Elementele care se măsoară în Contabilitatea Națională sînt fluxurile de bunuri și servicii, fluxurile de venituri și cheltuieli care au loc în economie, cît și stocurile de bunuri și valori financiare existente la un moment dat, elemente care se exprimă la nivel macroeconomic prin indicatorii valorici.

Dacă contabilitatea agenților economici răspunde nevoilor de informare privind gestiunea internă. Contabilitatea Națională are drept obiectiv principal crearea condițiilor informaționale necesare explicării comportamentului grupelor sau totalității agenților economici a modificărilor intervenite în agregatele importante ce caracterizează starea economică și, pe această bază, fundamentarea opțiunilor de politică economică la nivelul economiei naționale. Pornind de la aceasta, S.C.N. își propune să măsoare rezultatele activității productive, repartiția și utilizarea acestora.

In S.C.N. conceptul de activitate productivă cuprinde activitatea umană care are drept rezultat bunurile și serviciile ce fac obiectul tranzacțiilor între agenții economici, avînd, deci, caracter de marfă, precum și serviciile produse și consumate ce nu au caracter de marfă, inclusiv cele legate de asigurarea ordinii și securității sociale. Baza teoretică pe care se fundamentează concepția privind activitatea productivă, deci și măsurarea rezultatelor acestora, este teoria factorilor de producție, în sensul că evaluarea rezultatelor se bazează pe veniturile factorilor care au participat la activitățile economice: muncă, capital, natură (pămînt), abilitatea întreprinzătorului.

Contabilitatea Națională folosește tehnica contabilă, principiul dublei înregistrări în sensul că orice tranzacție între agenții economici se înregistrează ca o resursă și ca folosirea acesteia. Tehnica contabilă nu se utilizează pentru calculul indicatorilor sau pentru alcătuirea seriilor statistice, ci pentru alcătuirea conturilor care evidențiază activitatea agenților economici.

Scanned with OKEN Scanner

Diversitatea agenților angajați în activitatea economică impune în vederea caracterizării circuitului economic și a contribuției lor la producerea bunurilor și serviciilor, respectiv la repartizarea și folosirea bunurilor și veniturilor, gruparea lor pe grupe cît mai omogene, în funcție de criteriile care răspund cel mai bine scopului urmărit.

Agregarea agenților economici se poate face în funcție de două criterii:

— *agregarea instituțională.* Aceasta constă în agregarea agenților în funcție de comportamentul de bază în ceea ce privește formarea și utilizarea veniturilor disponibile și a patrimoniului. Sectoarele instituționale utilizate în Contabilitatea Națională sînt întreprinderile (firmele), guvernul (statul), gospodăriile (menajele, străinătatea.

Gospodăriile sau menajele ca agent economic pot fi orice persoane care trăiesc sub același acoperiș și funcționează ca o unitate economică. Ele îndeplinesc două funcții importante care ajută la menținerea fluxului circular din economie. Ele dețin, controlează, și furnizează cel puțin unul din factorii de producție, munca, care împreună cu abilitatea întreprinzătorului condiționează în mare măsură capacitatea productivă a economiei și prețurile produselor. Gospodăriile reprezintă de asemenea unul din principalii consumatori de bunuri și servicii oferite de producători, cererea lor condiționînd ce și cît este solicitat de piață, precum și nivelul prețurilor.

Întreprinderile (firmele) ca agent economic, indiferent de forma de organizare și de proprietate, produc bunuri și servicii destinate pieței. Desfășurarea activității economice presupune ca și în cazul gospodăriilor două grupe de fluxuri, corespunzător intrărilor și ieșirilor. Fluxul de intrări se concretizează în factorii de producție achiziționați de la alți agenți economici. Costul factorilor de producție determină fluxurile de cheltuieli ale întreprinderilor către agenții care furnizează acești factori de producție. Rezultatele activității — bunurile și serviciile produse, puse la dispoziția celorlalți agenți economici (fluxuri de bunuri și servicii) generează un flux de venituri realizat, în principal, în urma vînzării acestora.

Instituțiile guvernamentale (guvernul, statul) asigură în cadrul țărilor cu o economie de piață funcționarea sistemului de prețuri, menținerea concurenței, producerea unor bunuri și servicii în cazurile cînd producătorii particulari nu oferă astfel de produse de piață. Intrările, respectiv veniturile, au ca sursă impozitele și taxele plătite de ceilalți agenți economici, iar ieșirile, respectiv cheltuielile, constau în transferuri de plăți și contravaloarea bunurilor și serviciilor cumpărate.

Străinătatea (restul lumii) reprezintă un agent care influențează activitatea economică internă prin fluxurile de factori de producție,

Scanned with OKEN Scanner

de bunuri și servicii și prin fluxurile de venituri și cheltuieli, generate de agenții naționali în străinătate, respectiv de agenții străini pe teritoriul țării, de activitatea de import și export, de acordarea și/ sau primirea de împrumuturi.

Agregarea funcțională. Aceasta constă în agregarea de fapt a activității agenților economici (de producție, consum și acumulare) și nu a agenților economici. Această grupare este utilizată în practică pentru estimarea componentelor Produsului Intern Brut.

Operațiunile care au loc între agenții economici sînt agregate în funcție de obiectul și natura lor în trei categorii: operațiuni cu bunuri și servicii, operațiuni de repartiție și operațiuni financiare.

Operațiunile cu bunuri și servicii descriu originea (producție, import) și utilizarea bunurilor și serviciilor (consum intermediar, consum final, formarea capitalului fix, variația stocurilor, export) într-o perioadă de timp.

Operațiunile de repartiție sînt formate din două mari categorii de operațiuni: operațiuni de rapartiție a veniturilor și transferuri de capital.

Operațiunile financiare cuprind modificarea resurselor și a angajamentelor monetare sau alte creanțe.

Elementele patrimoniului sînt regrupate în următoarele categorii: active corporale, active incorporale sau financiare și active și pasive financiare (vezi fig. 15.1).

Rezultatele activității economice desfășurată în economie într-o perioadă determinată se reflectă în Contabilitatea Națională într-un sistem de conturi și tabele.

In Sistemul Conturilor Naționale al O.N.U. se folosesc patru conturi naționale (conturi sintetice), și anume: producție; consum; acumulare; restul lumii (străinătatea) care sînt sintetizate și sub formă matriceală.

Contul «producție» evidențiază în credit destinația producției (vînzări de bunuri de consum, vînzări de bunuri de investiții, exportul net), iar în debit sintetizează venitul brut realizat în activitatea productivă (valoarea adăugată).

Contul «consum» sintetizează în credit veniturile factorilor de producție provenite din activitatea productivă (venitul brut) și din transferuri de la restul lumii (străinătate). În debit se reflectă cheltuielile pentru cumpărarea de bunuri de consum și transferurile curente către restul lumii. Soldul debitor al contului reprezintă veniturile nete.

Contul «acumulare» exprimă formarea capitalului. In credit acesta cuprinde sursele privind formarea capitalului (economiile nete și deprecierea capitalului), iar în debit se evidențiază cheltuielile pentru bunurile de investiții (capital fix și creșterea stocurilor). Soldul debitor exprimă capacitatea de finanțare.

Scanned with OKEN Scanner

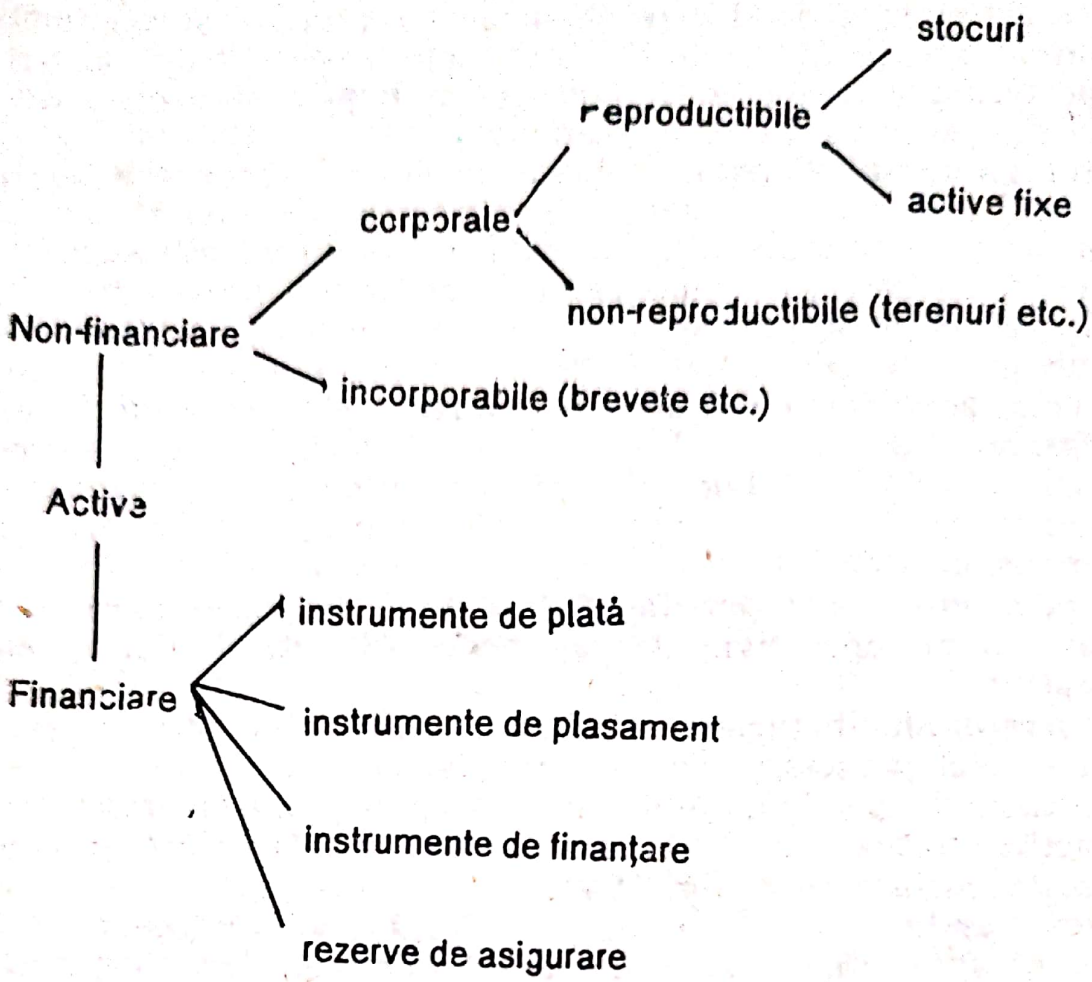


Fig. 15.1. Structura activelor

Contul «străinătate» (restul lumii) evidențiază în credit importurile și necesarul de finanțare, iar în debit — exporturile.

Bunurile și serviciile, evidențiate în conturile naționale, sînt evaluate la prețurile factorilor de producție (prețurile producătorilor) și/sau la prețurile pieței (prețurile cumpărătorilor). Trecerea de la prețurile factorilor de producție la prețurile pieței se realizează prin intermediul impozitelor indirecte (se adaugă) și prin subvențiile de exploatare (se scad). Dacă din impozitele indirecte se scad subvențiile, rezultă impozitele indirecte nete.

Datele înregistrate în contabilitatea subiectelor economice permit, prin agregarea lor pe agenți economici sau pe sectoare de activitate, calcularea unor indicatori sintetici ce exprimă rezultatele activității economice. Metodologia de calcul al acestor indicatori este unitară în contabilitatea națională a țărilor care aplică S.C.N. și în statistica organismelor internaționale. Ceea ce diferențiază țările între ele este gradul de cuprindere a diferitelor bunuri și ser-

Scanned with OKEN Scanner

vicii în rezultatele activităţii economice şi importanţa care se acordă unuia sau altuia din indicatorii sintetici, respectiv funcţiile pe care le îndeplinesc în mecanismul conducerii macroeconoomice.

15.2. PRINCIPIILE MĂSURĂRII REZULTATELOR ACTIVITĂŢII ECONOMICE IN S.C.N.

Măsurarea, deci calculul rezultatelor activităţii economice, se bazează în economia de piaţă pe teoria factorilor de producţie. Cu toate că pot fi remarcate o serie de diferenţieri şi delimitări convenţionale în ceea ce priveşte produsele şi serviciile cuprinse în rezultatele activităţii economice, există o serie de reguli cu caracter de principii, care se aplică în toate ţările care folosesc Contabilitatea Naţională.

a) In calculul agregatelor de rezultate se cuprind bunurile şi serviciile care sînt vîndute pe piaţă. Deci, producţia este privită ca activitate de creare a oricăror bunuri şi servicii care contribuie direct sau indirect la satisfacerea nevoilor economiei de bunuri şi servicii. Cea mai mare parte a acestor bunuri şi servicii sînt vîndute, respectiv cumpărate, pe piaţă. O altă parte o constituie produsele care satisfac nevoile din economie, dar nu sînt vîndute pe piaţă: consumul gospodăriilor din producţia proprie, creşterea capitalului fix al firmelor pe seama producţiei proprii de capital fix etc. Astfel de bunuri şi servicii sînt incluse în rezultatele activităţii economice pe baza considerentului că, dacă agenţii economici nu ar produce astfel de bunuri, ei ar trebui să le cumpere pe piaţă.

Subliniem faptul că atît bunurile şi serviciile care dau naştere la tranzacţii prin intermediul pieţei, cît şi cele care nu se realizează pe piaţă, nu sînt cuprinse în totalitate în rezultatele activităţii economice. Astfel, sînt bunuri şi servicii care dau naştere la tranzacţii pe piaţă, dar, fiind considerate dăunătoare populaţiei (de exemplu, drogurile), nu sînt cuprinse în rezultatele activităţii economice. Pe de altă parte, bunurile şi serviciile care nu se realizează pe piaţă nu sînt cuprinse în rezultatele activităţii economice, deşi au o contribuţie importantă la satisfacerea necesităţilor populaţiei (de exemplu, activităţile casnice de pregătire a mîncării, efectuarea curăţeniei etc.). In principal, aceasta se datorează dificultăţilor de măsurare a acestor activităţi.

b) Produsele şi serviciile se cuprind în calcul numai dacă sînt rezultatul activităţii productive din perioada pentru care se face calculul. Deci, se exclud produsele şi serviciile care, deşi au dat naştere la tranzacţii de piaţă, reprezintă revînzări. Asemenea tranzacţii reprezintă doar o schimbare a titlului de proprietate şi ca urmare, corespunzător operaţiilor de revînzare, în măsurarea agre-

Scanned with OKEN Scanner

gatelor macroeconomice se cuprind numai veniturile, respectiv cheltuielile legate de prestarea serviciilor de vînzare-cumpărare.

c) Baza evaluării rezultatelor o constituie veniturile factorilor de producţie angajaţi în activitatea economică. Dar expresia monetară corespunzătoare tuturor tranzacţiilor care au loc pe piaţă nu este legată întotdeauna de activităţile productive curente. Este cazul revînzărilor de bunuri sau al cumpărărilor şi vînzărilor de instrumente financiare. Ca urmare, se exclud din cadrul rezultatelor activităţii economice toate transferurile băneşti ce au loc între agenţii economici, care nu sînt însoţite de un flux de bunuri şi servicii (pensii, ajutoare, alocaţii de la guvern etc.).

d) La măsurarea rezultatelor activităţii în Contabilitatea Naţională nu se admit înregistrări repetate. Se iau în calcul numai bunurile şi serviciile finale, care au ajuns în ultimul stadiu al circuitului economic. Bunurile şi serviciile produse şi consumate în perioada de calcul în scopul producerii altor bunuri şi servicii reprezintă înregistrări repetate, dimensionate prin *consumurile intermediare*. Deci, dimensiunea rezultatelor la nivel macro este dată de valoarea brută sau netă a produselor şi serviciilor finale, care pot fi folosite pentru consumul privat, pentru consumul public, pentru investiţii (brute sau nete), pentru creşterea stocurilor (investiţiilor de inventar), pentru *export*, adică de valoarea adăugată brută sau netă.

Bunurile şi serviciile nedurabile achiziţionate şi utilizate în procesul de producţie formează consumul intermediar.

Să considerăm următoarele tranzacţii: morarul cumpără de la un fermier grîu pe care nu-l consumă ca atare pentru el, ci îl transformă în făină şi o vinde brutarului. Acesta foloseşte făina pentru a produce pîine pe care o vinde băcanului. În sfîrşit acesta vinde pîinea consumatorului. Valoarea producţiei şi valoarea adăugată pe fiecare participant la aceste tranzacţii sînt prezentate în fig. 15.2.

Dacă pentru evidenţierea rezultatelor activităţii economice vom lua în calcul valoarea producţiei tuturor agenţilor economici, vom obţine înregistrări repetate (de exemplu, valoarea grîului va fi cuprinsă de 4 ori). În calcul vom lua numai valoarea produselor finale care nu mai sînt revîndute, respectiv valoarea pîinii cumpărate de consumator. Grîul, făina, pîinea vîndută de brutar constituie consum intermediar care nu este luat în calculul rezultatelor activităţii economice. Valoarea producţiei finale (240) este egală cu suma valorilor adăugate de fiecare agent economic.

Aceeaşi valoare obţinem, dacă din producţia brută (80+140+ +210+240) scădem valoarea consumului intermediar (80+140+ +210).

e) La determinarea rezultatelor, deci la calculele agreratelor macroeconomice, se ţine seama de teritoriul unde îşi desfăşoară

Scanned with OKEN Scanner

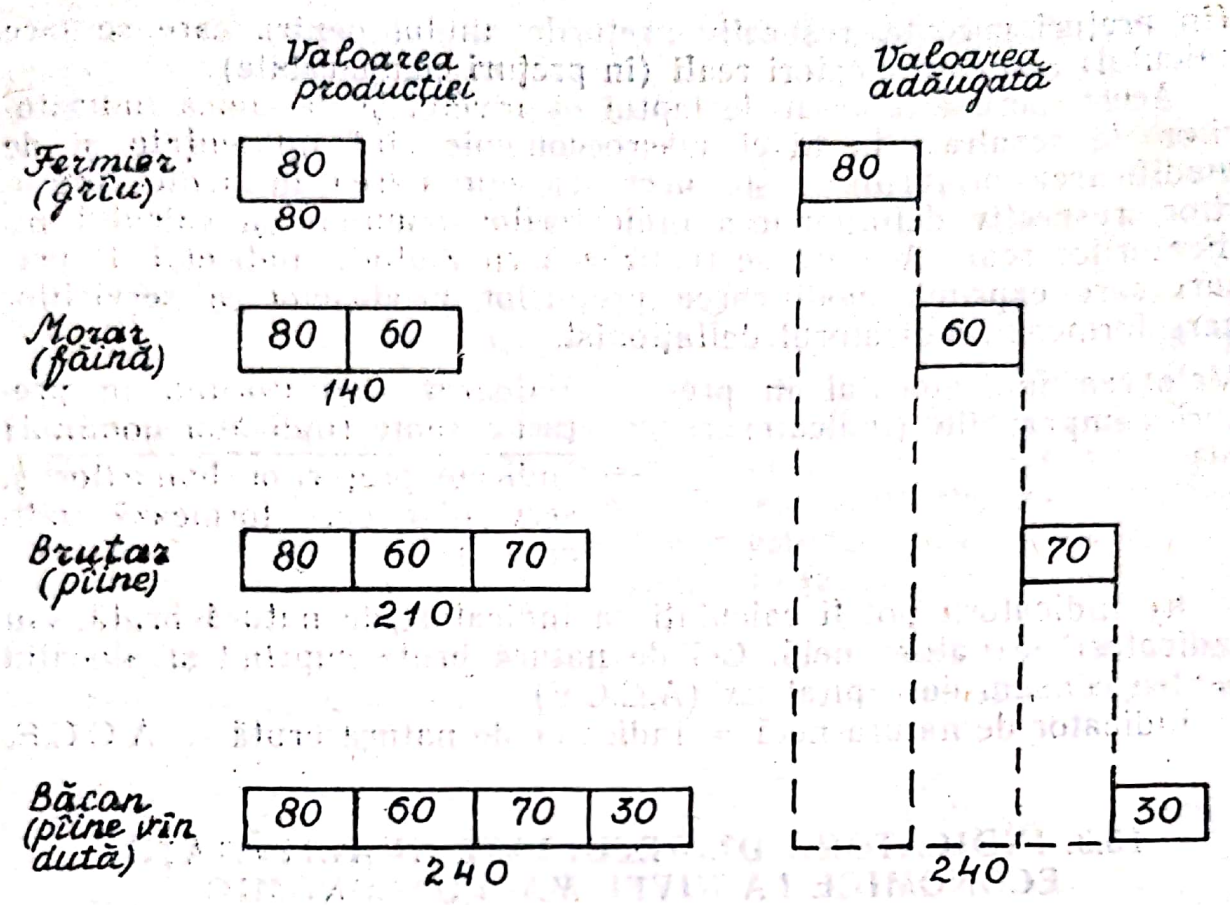


Fig. 15.2. Formarea consumului intermediar și a valorii adăugate

activitatea agenții economici. Astfel, dacă se implică rezultatele activității productive a tuturor agenților din interiorul țării, rezultă indicatorii care exprimă produsul sau venitul intern (sau domestic). Dacă se ține seama numai de activitatea productivă a agenților naționali, adică se elimină rezultatele activității productive ale agenților străini de pe teritoriul țării pentru care se face calculul și se cuprind rezultatele agenților naționali din străinătate, se calculează indicatorii ce exprimă produsul și/ sau venitul național.

f) Indicatorii de rezultate se pot exprima la prețurile pieței sau prețurile factorilor. Trecerea de la o categorie de prețuri la alta se face cu ajutorul relației:

prețul factorilor = prețul pieței — impozite indirecte + subvenții de exploatare

sau

prețul factorilor = prețul pieței — impozite indirecte nete;

impozite indirecte nete = impozite indirecte — subvenții de exploatare.

g) Indicatorii de rezultate se pot exprima ca indicatori nominali

(în preţuri curente, respectiv preţurile anului pentru care se face calculul) sau ca indicatori reali (în preţuri comparabile).

Acest lucru este cerut de faptul că nivelul şi dinamica indicatorilor de rezultate la nivel macroeconomic sînt influenţate şi de modificarea preţurilor. Este necesară eliminarea influenţei preţurilor, respectiv deflaţionarea indicatorilor nominali şi calculul indicatorilor reali. Aceasta se realizează cu ajutorul indicelui de preţuri care exprimă modificarea preţurilor produselor şi serviciilor care formează indicatorul deflaţionist.

$$\text{Valoarea indicatorului în preţuri comparabile (indicator real)} = \frac{\text{Valoarea indicatorului în preţuri curente (indicator nominal)}}{\text{Indicele preţurilor bunurilor şi serviciilor care formează indicatorul}}$$

h) Indicatorii pot fi calculaţi ca indicatori de natură brută sau indicatori de natură netă. Cei de natură brută cuprind şi alocaţia pentru consum de capital fix (A.C.C.F):

indicator de natură netă = indicator de natură brută — A.C.C.F.

15.3. INDICATORII DE REZULTATE AI ACTIVITĂŢII ECONOMICE LA NIVEL MACROECONOMIC

15.3.1. Circuitul economic şi metode de calcul

Modul de realizare a circuitului economic, fluxurile care se stabilesc între diferiţi agenţi economici determină necesitatea şi posibilitatea ca rezultatele producţiei să poată fi calculate atît în funcţie de fluxurile de cheltuieli, cît şi după fluxurile de venituri.

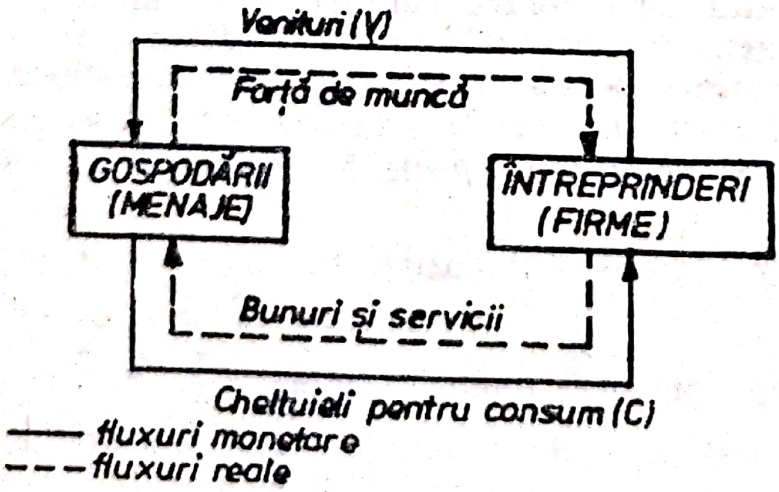


Fig. 15.3. Schema fluxului circular din economie

Scanned with OKEN Scanner

Posibilităţile de calcul al rezultatelor economice sînt puse în evidenţă, dacă avem în vedere diagrama fluxului circular din economie (fig. 15.3). Pentru simplificare considerăm o economie cu doi agenţi economici: întreprinderile (firmele) şi gospodăriile (menajele). De asemenea presupunem că menajele consuma tot ce cîştiga, iar întreprinderile plătesc sub formă de venituri toată valoarea produselor lor.

Figura 15.3 cuprinde sintetic legăturile şi schimburile dintre întreprinderi şi gospodării. Întreprinderile produc şi vînd bunurile şi serviciile sectorului gospodării, formîndu-se astfel un flux real de bunuri şi servicii. Gospodăriile cumpără aceste bunuri şi servicii cu ajutorul veniturilor obţinute de la întreprinderi. Aceste cumpărături formează cheltuielile de consum şi reprezintă fluxuri monetare. Pentru a produce bunuri şi servicii întreprinderile au nevoie de factori de producţie (în exemplul nostru forţa de muncă) pe care-i obţin de la gospodării.

Gospodăriile obţin din vînzarea forţei de muncă veniturile care le permit să achiziţioneze bunurile şi serviciile necesare consumului.

În ipoteza construirii acestui model putem scrie:

Venitul (Y) = valoarea muncii furnizate = producţia de bunuri şi servicii = cheltuielile pentru consum (c).

Deci, valoarea producţiei = suma cheltuielilor pentru consum;

suma veniturilor = suma cheltuielilor pentru consum

şi respectiv valoarea producţiei = suma veniturilor obţinute de factorii de producţie.

Acest tip de relaţii rămîne valabil şi în cazul cînd în analiză sînt implicate toate grupele de agenţi economici şi toate fluxurile create între aceştia.

Rezultă că agregatele macroeconomice de rezultate pot fi determinate, utilizînd una din următoarele modalităţi de agregare a fluxurilor din economie.

Prima metodă presupune agregarea fluxurilor bunurilor şi serviciilor finale produse de agenţii economici în perioada de calcul. Această modalitate este cunoscută sub numele de metodă de producţie (metoda valorii adăugate) şi constă practic în eliminarea din valoarea totală a producţiei a consumurilor intermediare (în cazul produsului intern şi naţional brut), respectiv a consumurilor intermediare şi a consumurilor de capital fix (în cazul produsului intern şi naţional net).

A doua metodă constă în agregarea cheltuielilor totale ale agenţilor economici cu bunurile şi serviciile care compun producţia finală a perioadei pentru care se face calculul. Aplicarea acestei metode în vederea estimării rezultatelor producţiei presupune însu-

Scanned with OKEN Scanner

marea următoarelor elemente: cheltuielile gospodăriilor (menajelor) pentru bunuri şi servicii de consum; cheltuielile guvernului (instituţiilor) pentru bunuri şi servicii; cheltuielile pentru investiţii; exportul net. Această variantă de calcul este denumită în statistica O.N.U. metoda utilizării producţiei finale.

A treia metodă presupune însumarea componentelor privind compensarea factorilor de producţie, alocaţia pentru consumul de capital fix, impozite indirecte nete. Aceasta este metoda veniturilor.

Indicatorii sintetici de rezultate calculaţi în Contabilitatea Naţională se diferenţiază prin sfera de cuprindere (componentele care se cuprind), prin preţurile la care se evaluează bunurile şi serviciile finale, prin agenţii a căror activitate economică este luată în calcul.

In funcţie de componentele luate în calcul indicatorii sînt de natură brută, cînd se cuprind în producţia finală şi consumul de capital fix (alocaţia pentru consumul de capital fix) şi de natură netă, cînd se elimină din agregatul de rezultate alături de consumul intermediar şi consumul de capital fix. Atît indicatorii de natură brută, cît şi cei de natură netă pot fi evaluaţi în funcţie de scopul analizei la preţurile pieţei şi/ sau la preţurile factorilor de producţie. Implicînd rezultatele subiectelor economice din ţară, se calculează indicatorii «intern», iar dacă se ţine seama numai de agenţii ce aparţin de naţiunea respectivă se calculează indicatorii de tip «naţional».

15.3.2. Metodologia de calcul al principalilor indicatori de rezultate

Indicatorii macro care măsoară rezultatele activităţii economice cu larga utilizare în statistica internaţională sînt: Produsul Intern Brut, Produsul Naţional Brut, Produsul Intern Net, Produsul Naţional Net, Venitul Naţional. La aceştia se adaugă alţi doi indicatori, în expresie monetară, a căror mărime şi evoluţie este dependentă nu numai de rezultatele din perioada de calcul, ci şi de o serie de alte procese legate de veniturile din sfera activităţii economice, de folosirea veniturilor totale pentru consum şi economisire, de politica fiscală a statului etc. Este vorba de Venitul Personal şi Venitul Disponibil — indicatori de mare importanţă pentru analiza fluxurilor din economie.

Produsul Intern Brut (P.I.B.) măsoară valoarea brută de piaţă a producţiei de bunuri şi servicii finale produse în cursul perioadei de calcul de agenţii economici care îşi desfăşoară activitatea economică în interiorul ţării.

A. Metoda valorii adăugate se utilizează cînd ne interesează contribuţia fiecărui agent economic la producţia de bunuri finale şi servicii. Metoda constă în măsurarea şi evidenţierea valorii adău-

Scanned with OKEN Scanner

gate brute în unităţile din interiorul ţării şi agregarea acesteia pe ramuri şi la nivelul economiei naţionale.

Valoarea adăugată brută se calculează ca diferenţa între produsul global brut şi produsul intermediar. Calculul se face pe ramuri. Din produsul global al fiecărei ramuri (valoarea totală a produselor şi serviciilor produse) se elimină valoarea consumului intermediar (valoarea bunurilor şi serviciilor provenite de la alţi producători şi utilizate pentru producerea de noi produse şi servicii):[1]

$$V.A.B._i = P.G._i - C.I._i, \qquad (15.2)$$

în care $V.A.B._i$ — valoarea adăugată brută a ramurii i; $P.G._i$ — produsul global al ramurii i; $C.I_i$ — consumul intermediar al ramurii i, iar

$$P.I.B._{pp} = \sum_{i=1}^{n} V.A.B_i. \qquad (15.3)$$

B. Metoda utilizării porducţiei finale presupune însumarea componentelor care exprimă folosirea bunurilor şi serviciilor care formează producţia finală, respectiv consumul personal (privat) *(CP)*, consumul public *(CPL)*, investiţiile brute *(IB)* sau formarea brută a capitalului *(IBC)*, exportul net *(EXN)*. Deci,

$$P.I.B._{pp} = CP + CPL + IB + EXN. \qquad (15.4)$$

Consumul privat *(CP)*. Mărimea consumului privat este dată de valoarea bunurilor şi serviciilor de consum destinate satisfacerii nevoilor oamenilor. La măsurarea consumului privat se poate porni de la două concepte. Conceptul de piaţă sau restrîns determină includerea în consumul privat numai a bunurilor şi serviciilor cumpărate, deoarece informaţiile privind vînzările către populaţie se obţin relativ uşor. Neajunsul acestui principiu constă în faptul că, fiind astfel determinat, consumul privat nu cuprinde o serie de componente ale consumului menajelor, cum sînt: autoconsumul fermelor agricole, consumul din producţia casnică etc. Conceptul larg determină includerea în consumul privat a tuturor bunurilor şi serviciilor care au fost folosite pentru satisfacerea necesităţilor. Utilizarea în practică a acestui criteriu este prea costisitoare, deoarece presupune evaluarea unor elemente cum ar fi cadourile, producţia casnică (spălatul, pregătitul mîncării etc.).

In practică s-a ajuns la un compromis între cele două concepte: consumul privat cuprinde bunurile şi serviciile cumpărate, precum şi bunurile din producţia propire care au fost consumate.

---

[1] Indicele *pp* arată că indicatorul este calculat la preţurile pieţei, iar *pf* arată că indicatorul este exprimat în preţul factorilor.

Scanned with OKEN Scanner

Consumul statului (consum public) (CPL) exprimă cheltuielile instituţiilor guvernamentale ocazionate de cumpărarea de bunuri şi servicii. Sectorul public poate produce în vederea îndeplinirii funcţiilor sale diverse bunuri şi servicii (şosele, diguri, şcoli, parcuri, servicii juridice, de apărare etc.), care în mod normal nu se produc de sectorul privat sau se produc în cantităţi insuficiente.

Pentru rezultatele activităţii sectorului public este specific faptul că acestea au, de regulă, caracter colectiv, în sensul că sînt indivizibile, deci se adresează întregii societăţi. Ca urmare, bunurile şi serviciile guvernamentale nu se realizează prin intermediul pieţei şi, deci, evaluarea acestora nu se poate face ca în cazul produselor de piaţă. Producerea produselor şi serviciilor guvernamentale presupune consumarea unor resurse, reprezentate de bunuri şi servicii produse de ceilalţi agenţi economici. Cheltuielile efectuate de sectorul guvernamental cu cumpărarea acestor bunuri şi servicii exprima partea din P.I.B. utilizată în acest sector de activitate. Rezultă că în calculul consumului statului nu se cuprind cheltuielile care nu sînt însoţite de un flux de bunuri şi servicii. Cheltuielile guvernamentale care nu sînt însoţite de un flux invers de bunuri şi servicii (de exemplu, plata pensiilor, plata ajutoarelor de şomaj, plata asigurărilor sociale, plata alocaţiilor etc.) nu sînt luate în considerare la calculul consumului statului.

Formarea brută a capitalului (investiţii brute) (IB) cuprinde formarea brută a capitalului fix şi variaţia stocurilor.

Formarea brută a capitalului fix reprezintă valoarea bunurilor durabile destinate altor scopuri decît celor militare. Acestea au o valoare mai mare decît o anumită limită, sînt dobîndite de unităţile producătoare rezidente în scopul de a fi utilizate pe o durată mai mare de un an în procesele de producţie, precum şi valoarea serviciilor încorporate în bunurile de capital fix.

In formarea brută a capitalului fix se includ:

a) bunurile durabile noi cumpărate de pe piaţă sau produse de unităţile producătoare în cursul perioadei considerate şi destinate a fi utilizate pe o durată mai mare de un an în procesele de producţie;

b) bunurile şi serviciile încorporate în bunurile de capital fix existent legate de mărirea duratei de viaţă, de mărirea capacităţii de producţie, a randamentului, de refacerea bunurilor capitale;

c) bunurile şi serviciile încorporate în terenuri.

Nu sînt cuprinse în formarea brută a capitalului fix:

a) îmbrăcămintea de lucru, piesele de schimb, uneltele de mică valoare, chiar dacă au o durată normată mai mare de un an. Aceste bunuri sînt considerate drept consum intermediar;

b) bunurile durabile dobîndite de gospodării pentru satisfacerea nevoilor casnice;

Scanned with OKEN Scanner

c) bunurile durabile dobîndite de administrațiile militare (cu excepția locuințelor pentru familiile militarilor);

d) terenurile și activele nemateriale.

Variația stocurilor reprezintă diferența dintre intrările în stocuri și ieșirile din stocuri în cursul perioadei considerate. Stocurile cuprind toate bunurile care nu fac parte din capitalul fix și care se găsesc, la un moment dat, în posesia unităților productive rezidente. Stocurile de bunuri cuprind produsele vegetale recoltate; animalele pentru sacrificare; produsele energetice etc.

Calculul agregatului «formarea de capital» se poate efectua, teoretic, pe baza datelor privind producția de bunuri de capital sau pe baza celor privind utilizarea bunurilor de capital, adică, pornind de la producătorii de bunuri de capital, respectiv de la informațiile oferite de investitori. În practica Contabilității Naționale s-a optat pentru varianta folosirii bunurilor de către utilizatori. Ca urmare, formarea brută a capitalului se măsoară pe baza cheltuielilor utilizatorilor finali pentru bunuri ce urmează să fie folosite pentru producerea de noi bunuri și servicii. Calculul se realizează prin agregarea datelor agenților economici privind cheltuielile firmelor și statului pentru cumpărarea de echipamente, construcții; cheltuielile pentru bunurile de capital din producție proprie, evaluate la prețurile de piață ale bunurilor similare; cheltuielile pentru cumpărarea (construirea) de locuințe noi; valoarea modificării stocurilor de bunuri nedurabile ale firmelor. Conform regulilor valabile în Contabilitatea Națională statul nu formează stocuri, cu excepția unor produse strategice.

Exportul net (EXN) reprezintă diferența dintre valoarea bunurilor și serviciilor exportate și valoarea celor importate.

Exporturile de bunuri cuprind toate bunurile care părăsesc teritoriul economic al țării, fiind destinate restului lumii.

În exporturile de bunuri se cuprind, în principal, mărfurile naționale care părăsesc teritoriul economic al țării pentru a fi definitiv exportate în restul lumii; mărfurile naționale exportate în străinătate pentru a face obiectul unor activități de prelucrare, finisare, montare, repartiție etc., urmînd să fie reimportate; mărfurile străine care sînt reexportate din țară după ce au fost supuse finisării, montării etc.; bunurile care, provenind din teritoriul economic al țării, intră în enclave extrateritoriale; produse de pescuit, hidrocarburile și produsele recuperate din apa mărilor, extrase din apele internaționale de unitățile rezidente și debarcate în restul lumii.

Exporturile de bunuri se evaluează la valoarea FOB (free on board) care corespunde prețului de piață al bunurilor pînă la frontiera țării exportatoare. Prețul FOB acoperă prețul de uzină, adaosul comercial, cheltuielile de transport pînă la frontieră, costurile de încărcare (dacă nu sînt suportate de importatorul nerezident și

Scanned with OKEN Scanner

nici de transportatorul internațional), eventualele taxe de export.

Exportul de servicii cuprinde următoarele elemente: serviciile de transport de bunuri; serviciile de transport de călători; serviciile de asigurări; alte servicii (de comunicație — poștă, telegraf, telefon, radiodifuziune și televiziune etc.; închirieri de filme și de mijloace de transport; servicii de publicitate, de asistență tehnică, de participare la tîrguri etc.).

Importurile de bunuri și servicii cuprind elementele menționate în cazul exporturilor, privite însă din punctul de vedere al țării importatoare.

Importurile de bunuri sînt evaluate la valoarea CIF care include valoarea FOB a bunurilor, cheltuielile de transport, cheltuielile cu serviciile de asigurare de bunuri, prime nete de asigurare pe pagube.

Principalele surse de date privind exporturile și importurile de bunuri și servicii le constituie «statistica comerțului exterior» și «balanța de plăți externe».

Avînd în vedere că metoda utilizării producției finale presupune însumarea cheltuielilor utilizatorilor finali, este important de înțeles sensul în care exportul net este o categorie de cheltuieli și, deci, o componentă a P.I.B. Astfel, dacă exportul este mai mare decît importul, diferența poate fi considerată un adaos la celelalte categorii de cheltuieli, deci se adaugă la suma celorlalte componente ale P.I.B. Dacă exportul este mai mic decît importul, diferența urmează să fie scăzută din suma celorlalte categorii de cheltuieli.

C. Metoda veniturilor constă în însumarea elementelor care exprimă compensarea factorilor de producție, concretizate în veniturile primite de proprietarii acestora (sub formă de salarii, dobînzi, rente, profituri), în alocațiile pentru consumul de capital fix și în impozitele indirecte.

Compensarea factorilor de producție sau prețul factorilor exprimă plățile efectuate de producători în scopul asigurării serviciilor factorilor de producție, a căror utilizare face posibilă producerea bunurilor și serviciilor.

Alocațiile pentru consumul de capital fix exprimă deprecierea fizică a capitalului fix în decursul unui an și se măsoară prin suma alocată anual pentru a acoperi deprecierea și pierderile de capital fix.

Impozitele indirecte nete reprezintă diferența dintre impozitele indirecte plătite de firme guvernului și subvențiile plătite de guvern firmelor.

Impozitele percepute de guvern (stat) pot fi împărțite în două categorii mari: directe, stabilite asupra veniturilor (salarii, dobînzi, dividende, chirii, profituri, etc.) și indirecte, suportate de cumpărător și consumator, și stabilite fie pe cifra de afaceri (volumul de vîn-

Scanned with OKEN Scanner

zări), fie pe valoarea activelor din proprietate, fie pe unele produse (ţigări, băuturi etc.).

Aceste impozite se consideră indirecte, deoarece sînt tratate de firme drept o componentă a costului bunurilor şi serviciilor finale produse, fără a reprezenta o cheltuială cu factorii de producţie. De fapt, impozitele indirecte intră în componenţa preţurilor pieţei, fiind suportate de cumpărători şi încasate de stat, reprezentînd una din sursele de venituri ale bugetului statului.

Subvenţiile de exploatare reprezintă în Sistemul Conturilor Naţionale al O.N.U, ca şi în Contabilitatea Naţională, sumele virate de guvern firmelor private şi corporaţiilor publice (societăţilor pe acţiuni), menite să completeze veniturile provenite din vînzarea bunurilor şi serviciilor. Aceste sume nu sînt o componentă a valorii de piaţă a bunurilor şi serviciilor, efectul lor fiind opus impozitelor indirecte.

În calculul agregatelor macroeconomice de rezultate, exprimate la preţurile pieţei, subvenţiile se scad din impozitele indirecte, deoarece reprezintă o sursă de fonduri ce pot fi folosite de firme în vederea asigurării serviciilor factorilor de producţie. Subvenţiile intervin, de regulă, în cazurile în care guvernul (statul) este interesat în producţia agenţilor la care veniturile din vînzarea producţiei nu acoperă costurile. Un exemplu tipic în acest sens este subvenţionarea producţiei agricole în ţările Europei Occidentale şi în Piaţa Comună.

Subvenţiile nu cuprind transferurile guvernului către firmele private destinate investiţiilor sau acoperirii pagubelor şi pierderilor de capital, acestea fiind considerate transferuri de capital.

În sinteză putem spune că P.I.B. calculat după această metodă cuprinde:

— compensarea factorului munca (salarii, impozite pe salarii, CAS etc.);

— dobînzi + rente;

— alocaţii pentru consum de capital fix (A.C.C.F.);

— impozite indirecte nete = impozite indirecte — subvenţii de exploatare;

— profitul proprietarilor (al unităţilor care nu sînt corporaţii);

— profitul corporaţiilor format din impozit de profit, dividende, profit nedistribuit.

— profitul corporaţiilor format din impozit de profit, dividende, profit nedistribuit.

În fig. 15.4, 15.5 şi 15.6 se prezintă sintetic o recapitulare a principalelor metode de calcul al P.I.B.

Ramurile economiei naţionale considerate în tabele sînt:

1. Agricultură, vînătoare, silvicultură şi pescuit
2. Industria extractivă

Scanned with OKEN Scanner

Bunuri și servicii (Ramuri)	Oferta totală			Destinația bunurilor și serviciilor				
	P.B.	Importuri	Adaosuri pentru comercializare și transport	Consum intermediar	Consum final al statului	Consum final al populației	Formarea brută a capitalului	Exporturi
1								
2								
. . .								
i								
. . .								
9								

Fig. 15.4. Calculul P.I.B. prin metoda fluxului de producție

Activități economice (Ramuri)	Produs brut	Consum intermediar	Valoarea adăugată				Total parțial V.A.B. din ramură
			Impozite indirecte nete	Consum de capital fix	Remunerația salariaților	Excedent net de exploatare	
1							
2							
. . .							
i							
. . .							
9							
Total parțial pe componente ale V.A.B.							P.I.B.

Fig. 15.5. Calculul P.I.B. plecînd de la producție și costuri

Scanned with OKEN Scanner

		Consum intermediar pe tipuri de activităţi (ramuri)						Consum final					Total utilizări brute
		1	2	j	...	9	Total toate activităţile	Consum final al statului	Consum final al populaţiei	Formarea brută a capitalului	Exportul net de bunuri şi servicii	Total cheltuieli directe	
TIPURI DE ACTIVITĂŢI (RAMURI)*	1												
	2												
	. . .	Cadran I consum intermediar							Cadran II consum final				
	i												
	. . .												
	9												
Total bunuri şi servicii												P.I.B.	
CONSUMURI	impozite indirecte nete												
	consum de capital fix	Cadran III valoarea adăugată brută											
	salarii												
	excedent net de exploatare												
Valoarea adăugată total							P.I.B,						
Resurse brute													

* Ramurile economiei naţionale.

Fig. 15.6. Matricea de calcul al P.I.B.

Scanned with OKEN Scanner

3. Industria manufacturieră
4. Electricitate, gaz și apă
5. Construcții și lucrări publice
6. Comerț, restaurante, hoteluri
7. Transport și comunicații
8. Bănci, asigurări, afaceri imobiliare și servicii furnizate întreprinderilor
9. Servicii furnizate colectivității, servicii sociale și servicii personale.

Produsul Național Brut (P.N.B.), denumit și Venit Național Brut (dacă este evaluat la prețurile factorilor) sau Cheltuielii Naționale Brute (dacă este evaluat la prețurile pieței), este definit ca valoare curentă de piață a tuturor bunurilor și serviciilor finale produse de agenții naționali într-o perioadă de un an.

Producția națională de bunuri și servicii ce compun P.I.B. evaluate la prețurile pieței exprimă sintetic «oferta națională». Privit prin prisma cheltuielilor totale ale națiunii pentru bunurile și serviciile produse în timpul unui an, P.N.B. este un important indicator al cererii agregate. Mărimea P.N.B. poate fi determinată cu ajutorul aceloraşi metode folosite pentru calculul P.I.B., elementele luate în calcul referindu-se la agenții economici naționali. Frecvent însă, P.N.B. se estimează, pornind de la Produsul Intern Brut, dacă se dispune de informații privind producția finală brută a agenților naționali ce își desfășoară activitatea în străinătate (se adaugă) și cea a agenților străini ce își desfășoară activitatea în interiorul țării pentru care se face calculul (se scade).

Astfel, se determină soldul dintre valoarea adăugată brută a agenților naționali în străinătate și valoarea adăugată brută a agenților străini în interiorul țării (S.V.A.B.) cu ajutorul căreia se corectează P.I.B.:

$$P.N.B._{pp} = P.I.B._{pp} + S.V.A.B._{pp}. \qquad (15.5)$$

In general, în Contabilitatea Națională din țările industrializate se preferă P.N.B., în timp ce în țările în curs de dezvoltare se utilizează P.I.B. Această opțiune este legată, în principal, de amploarea activității agenților naționali în străinătate și a agenților străini în interiorul țării.

In statistica internațională P.N.B. este un indicator standard care măsoară outputul activității economice. Fiind folosit frecvent și drept măsură a bunăstării economice și sociale, P.N.B. nu poate îndeplini complet această funcție de cunoaștere cel puțin din următoarele motive: nu oferă nici o informație privind faptul cum se distribuie rezultatele activității între menajele economiei; nu conține elemente referitoare la evoluția calității bunurilor și serviciilor; nu

Scanned with OKEN Scanner

cuprinde o serie de componente care influenţează nivelul bunăstării (activitatea casnică, costul poluării etc.) (vezi fig. 15.6).

Produsul Intern şi Naţional Brut sînt indicatori care nu oferă o măsură a producţiei finale nete, produse de o ţară într-un an, deoarece cuprind şi alocaţia pentru consumul de capital fix. Eliminînd acest consum, se obţin indicatori de natură netă, respectiv Produsul Intern Net (P.I.N.) şi Produsul Naţional Net (P.N.N.), care din punct de vedere al fluxurilor reale cuprind numai bunurile şi serviciile de consum şi bunurile de investiţii care asigură creşterea avuţiei.

Produsul Intern Net (P.I.N.) este definit ca valoare netă totală de piaţă a bunurilor şi serviciilor finale, produse de agenţii interni într-o perioadă determinată de timp. Dacă P.I.N. se exprimă la preţurile factorilor, el evidenţiază valoarea netă a produsului final din punctul de vedere al producătorului, iar la preţurile pieţei reflectă aceeaşi producţie din punctul de vedere al consumatorului. Produsul intern net se estimează în mod obişnuit, pornind de la Produsul Intern Brut, din care se scad alocaţiile pentru consum de capital fix (A.C.C.F.):

$$P.I.N._{pp} = P.I.B._{pp} - A.C.C.F.; \qquad (15.6)$$

$$P.I.N._{pf} = P.I.N._{pp} \text{ — impozite indirecte nete.} \qquad (15.7)$$

Produsul Naţional Net (P.N.N.) exprimă valoarea netă a bunurilor şi serviciilor finale, produse de agenţii economici naţionali într-o perioadă determinată de timp. Se calculează, pornind de la P.I.N. care este corectat cu soldul dintre veniturile din activitatea economică şi din patrimoniu ale agenţilor economici naţionali care îşi desfăşoară activitatea în străinătate şi cele ale agenţilor străini pe teritoriul ţării (S.V.A.E.S.):

$$P.N.N._{pf} = P.I.N._{pf} + S.V.A.E.S. \qquad (15.8)$$

Evaluat la preţul factorilor, P.N.N. este denumit şi venit naţional.

Produsul Naţional Net poate fi estimat şi pornind de la P.N.B. şi P.I.B. în felul următor:

$$P.N.N._{pp} = P.N.B._{pp} - A.C.C.F.; \qquad (15.9)$$

$$P.N.N._{pp} = P.I.B._{pp} + S.V.A.B._{pp} - A.C.C.F.; \qquad (15.10)$$

$$P.N.N._{pf} = P.I.B._{pp} \text{ — impozite indirecte nete + S.V.A.E.S.—ACCF.} \qquad (15.11)$$

Venitul Naţional (V.N.) este un indicator fundamental care pe de o parte pune în evidenţă veniturile încasate de proprietarii factorilor de producţie în schimbul resurselor furnizate unităţilor pro-

ductive din economie sau veniturile din muncă și din proprietate care decurg din producția de bunuri și servicii în cadrul economiei, iar pe de altă parte reflectă utilizarea veniturilor provenite din activitatea productivă pentru cumpărarea de bunuri și servicii și pentru economisire.

Mărimea Venitului Național se calculează, pornind de la fluxurile de venituri și de la fluxurile de cheltuieli, sau aplicînd fie metoda însumării veniturilor factorilor de producție angajați în producerea bunurilor și serviciilor, fie metoda însumării cheltuielilor. În Contabilitatea Națională, Venitul Național se estimează cel mai frecvent prin însumarea veniturilor factorilor de producție.

În caracterizarea fluxurilor în economia de piață se acordă prioritate, după cum s-a mai menționat, fluxurilor de venituri și de cheltuieli. Faptul că Venitul Național este o măsură a veniturilor proprietarilor factorilor de producție din participarea la procesul producerii bunurilor și serviciilor, el nu este în măsură să dimensioneze veniturile bănești primite de gospodării (menaje, persoane) în decursul perioadei de calcul. Indicatorul care exprimă veniturile curente ale persoanelor, provenite din activitatea productivă și din transferuri de la guvern și întreprinderi, este Venitul Personal.

Venitul Personal (V.P). Stabilirea Venitului Personal și încadrarea lui în analiza fluxurilor din economie sînt determinate de faptul că veniturile menajelor reprezintă sursa consumului de bunuri și servicii și a economisirii gospodăriilor. Deci, acesta are implicații asupra dimensiunii cererii finale de produse și servicii de consum și de bunuri de investiții.

Uzual, mărimea Venitului Personal este estimată pornind de la Venitul Național, eliminînd toate veniturile care nu revin menajelor (persoanelor) și adăugînd veniturile de la guvern și întreprinderi, care nu provin din participarea la activitatea economică.

$$V.P. = V.N. - \begin{cases} \text{Impozit pentru asigurări sociale} \\ \text{Profituri nedistribuite ale societăților} \\ \text{Impozite pe veniturile societăților} \end{cases} + \begin{cases} \text{Transferuri de la guvern și de la întreprinderi (compensarea neocupării, pensii, ajutoare etc.)} \\ \text{Dobînzi (nete) primite de populație} \end{cases}$$

Dacă din Venitul Personal se elimină impozitele personale, rezultă Venitul Personal Disponibil (V.I.P.), care exprimă veniturile menajelor ce pot fi folosite pentru acoperirea cheltuielilor personale (cumpărarea de produse și servicii, plata dobînzilor, transferuri de venituri în străinătate etc.) și pentru economisire.

Scanned with OKEN Scanner

15.4. INDICATORI NOMINALI ŞI INDICATORI REALI. PROBLEME ALE MĂSURĂRII INFLAŢIEI

In mod curent toţi indicatorii sintetici de rezultate se calculează în preţuri curente şi sînt denumiţi indicatori nominali. Cunoaşterea nivelului şi a evoluţiei reale presupune exprimarea indicatorilor de rezultate în preţuri constante (indicatori reali).

Teoretic valoarea unui indicator se exprimă prin agregatul Σ_{qp}. Indicatorii nominali sînt exprimaţi în preţurile anului pentru care se face calculul. Dacă analizăm modificarea în dinamică a unui indicator nominal, aceasta este rezultatul modificării concomitente a cantităţilor şi preţurilor.

Însă, prezintă interes modificarea cantităţilor de bunuri şi servicii. Aceasta presupune folosirea în calculul indicatorilor de rezultate în diferiţi ani a aceloraşi preţuri, preţuri comparabile, eliminarea influenţei modificării preţurilor, a inflaţiei şi obţinerea indicatorilor reali.

Calculul indicatorilor reali, respectiv deflaţionarea indicatorilor nominali se realizează cu ajutorul indicilor de preţuri care exprimă modificarea preţurilor bunurilor şi serviciilor care alcătuiesc indicatorul care trebuie deflaţionat.

Cei mai importanţi indici de preţuri sînt: indicele preţurilor P.I.B. (deflatorul P.I.B.), indicele preţurilor cu ridicata, indicele preţurilor consumatorului.

Indicele preţurilor P.I.B. exprimă modificarea medie a preţurilor bunurilor şi serviciilor care intră în componenţa P.I.B. Este un indice de tip Paasche:

$$I^P_{P.I.B.} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}. \qquad (15.12)$$

Produsul Intern Brut se calculează în preţuri comparabile (P.I.B. real), calculîndu-se producţia brută (P.B.) şi consumul intermediar (C.I.) în preţuri comparabile. Calculul se face pe ramuri:

$$P.B.\ \text{reală}_i = \frac{P.B.\ \text{nominală}_i}{I^P_{P.B._i}}; \qquad (15.13)$$

$$C.I.\ \text{real}_i = \frac{C.I.\ \text{nominal}_i}{I^P_{C.I._i}}. \qquad (15.13')$$

Deci,

$$V.A.B.\ \text{reală}_i = P.B.\ \text{reală}_i - C.I.\ \text{real}_i, \qquad (15.14)$$

iar

$$P.I.B.\ \text{real} = \Sigma V.A.B.\ \text{reală}_i. \qquad (15.15)$$

Scanned with OKEN Scanner

De asemenea P.I.B. real se poate calcula, dacă se porneşte de la elementele care exprimă utilizarea finală a producţiei. Fiecare element de utilizare finală se calculează în preţuri comparabile prin raportarea la indicele de preţuri corespunzător.

Cuprinzînd modificarea medie a preţurilor bunurilor şi serviciilor finale, $I^{P}_{P.I.B.}$ este o foarte bună modalitate pentru exprimarea inflaţiei la nivelul economiei naţionale.

Indicele preţurilor cu ridicata (indicele preţurilor producătorilor) este un indice de tip Laspeyres. Exprimă modificarea medie a preţurilor cu ridicata începînd cu materiile prime pînă la produsele finale. Nu cuprinde în calcul serviciile, de aceea nu poate fi considerat o măsură adecvată a inflaţiei care afectează nivelul de trai al populaţiei. Importanţa acestui indice constă în faptul că indică ceea ce se va întîmpla în viitor cu preţurile cu amănuntul, oferind astfel informaţii cu privire la evoluţia viitoare a indicelui preţurilor consumatorului. Creşterea medie a preţurilor materiilor prime indică creşterea în viitor a preţurilor bunurilor de consum.

Indicele preţurilor consumatorilor (I.P.C.) este unul dintre cei mai cunoscuţi şi mai utilizaţi indici de preţuri în statistica internaţională. Cea mai mare parte a ţărilor calculează şi publică lunar indicii preţurilor consumatorilor, ca o măsură a inflaţiei din ţara respectivă.

Indicele preţurilor consumatorilor are o importanţă deosebită datorită faptului că multe contracte colective de muncă conţin clauza compensării creşterii preţurilor, creştere evidenţiată de acest indice. Ca urmare, politica fiscală şi monetară a guvernului este frecvent influenţată de modificările în I.P.C. De asemenea, modificările preţurilor sintetizate prin I.P.C. pot afecta satisfacerea nevoilor şi veniturilor consumatorilor şi investitorilor. Toate acestea subliniază necesitatea cunoaşterii şi înţelegerii, ce măsoară, cum este calculat I.P.C.

Indicele preţurilor consumatorilor trebuie să realizeze o sinteză a evoluţiei între două perioade a preţurilor tuturor bunurilor şi serviciilor care intră în consumul populaţiei.

Este însă imposibil să fie observate şi înregistrate preţurile la toate produsele, de aceea este necesar să se utilizeze un eşantion de bunuri şi servicii, care este reprezentativ atît în ceea ce priveşte structura consumului cît şi preţurile. Acest eşantion este de o oarecare amploare pentru că, pe de o parte, nu poate fi găsit un număr restrîns de produse, reprezentative pentru toate celelalte, iar, pe de altă parte, chiar dacă s-ar putea găsi astfel de produse, există posibilitatea de a bloca evoluţia preţurilor acestora pentru a influenţa calculul indicelui de preţuri.

De asemenea calculul indicelui trebuie să aibă în vedere că nu poate fi cunoscut consumul fiecărei familii (de aceea este necesar

Scanned with OKEN Scanner

un eşantion de familii pe baza cărora se determină structura medie a consumului pe categorii şi produse) şi că structura consumului diferă pe categorii de populaţie (este necesar calculul indicelui pe categorii de populaţie: ţărani, pensionari etc.).

Indicele preţurilor consumatorilor exprimă modificarea medie a preţurilor pentru un coş tipic de bunuri şi servicii, cumpărate de pe piaţă de anumite categorii de familii (de exemplu, de familii de muncitori din mediul urban). Acest indice se calculează ca un indice de tip Laspeyres, pe baza structurii consumului într-o perioadă luată ca bază de referinţă. Deci, indicele preţurilor consumatorilor exprimă evoluţia medie a preţurilor pentru menţinerea unui anumit standard de viaţă (determinat de structura consumului din perioada de bază) şi nu exprimă evoluţia medie a preţurilor conform structurii efective a consumului în perioada curentă, pentru care se efectuează calculul (În această variantă ar fi necesar un indice de tip Paasche, greu de calculat în practică).

Fiind un indice de tip Laspeyres, I.P.C. are avantajele şi dezavantajele unui astfel de indice. Principalul avantaj, care de fapt a stat la baza adoptării acestei forme de indice de către toate ţările, îl constituie uşurinţa calculării lui. Bazîndu-se pe structura stabilă a consumului, calculul nu necesită decît înregistrarea preţurilor. De asemenea, avînd o bază fixă şi ponderi constante, acest tip de indice facilitează comparabilitatea în timp a evoluţiei preţurilor.

Principalele dezavantaje constau în aceea că nu se ţine seama de faptul că populaţia se poate proteja împotriva creşterii puternice a preţurilor la unele produse prin înlocuirea lor cu alte produse asemănătoare, dar la care preţurile au înregistrat creşteri mai mici. Această înlocuire modifică structura consumului. De exemplu, creşterea puternică a preţului la cafea poate să determine înlocuirea consumului de cafea cu consumul de ceai, în condiţiile în care la acesta preţul a crescut mai puţin. Această substituire nu poate fi surprinsă în calculul indicelui datorită menţinerii structurii consumului din perioada de bază. Astfel, produsele substituite, a căror pondere a scăzut în consumul din perioada curentă, rămîn în calcul cu ponderea din perioada de bază, ceea ce face ca I.P.C. să supraestimeze creşterea reală a preţurilor produselor care intră în consumul categoriei de populaţie pentru care se calculează. Un alt dezavantaj major al indicelui este faptul că acesta nu surpirnde cît din creşterea preţurilor unor produse este rezultatul creşterii calităţii acestora şi cît — o urmare a creşterii inflaţiei. De asemenea, indicele nu exprimă influenţa nivelului şi modificării preţurilor produselor noi asupra consumului populaţiei.

Domeniul acoperit de indice este definit de natura bunurilor şi serviciilor pentru care se consideră preţurile; de categoriile de po-

Scanned with OKEN Scanner

pulație pentru care se consideră cumpărăturile (consumul); de natura prețurilor.

In ceea ce privește bunurile și serviciile care intră în calculul indicelui se cuprind numai acele bunuri și servicii care intră în consumul categoriei de populație pentru care se calculează indicele. Structura consumului de bunuri și servicii (produse alimentare, nealimentare, servicii) se poate determina pe baza înregistrării cumpărăturilor de pe piață, efectuate de un eșantion reprezentativ de familii. Se poate lua în considerare totalitatea cheltuielilor pentru consum făcute de familiile din eșantion sau numai cumpărăturile efectuate în localitățile de tip urban (în acest caz cheltuielile efectuate de familiile din eșantion în mediul rural se omit). Indicele calculat astfel este un indice de loc de cumpărare.

Categoriile de populație pentru care se consideră cumpărăturile (consumatorii), respectiv pentru care se calculează indicele, pot fi: familii al căror cap de familie este funcționar sau muncitor, familii de țărani, familii de pensionari, totalitatea familiilor (consumatorilor) din mediul urban etc. Prețurile folosite în calculul indicelui sînt prețurile consumatorilor.

Odată rezolvate aceste probleme, respectiv stabilirea structurii consumului pentru o anumită categorie de populație, stabilirea naturii prețurilor care se utilizează, calculul efectiv al indicelui prețurilor presupune înregistrarea numai a prețurilor bunurilor și serviciilor

Este necesară organizarea unui sondaj pentru obținerea prețurilor. Rezolvarea acestei probleme presupune construirea eșantionului în trei domenii: eșantionul de bunuri și servicii pentru care se înregistrează prețurile; eșantionul punctelor de vînzare (unde se înregistrează prețurile); eșantionul datelor de observare.

Eșantionul de bunuri și servicii cuprinde bunurile și serviciile pe trei categorii: produse alimentare, produse nealimentare, servicii. Fiecare din aceste categorii sînt formate din subgrupe, numite posturi (de exemplu, produsele alimentare sînt separate în produse din carne, lactate etc.), iar subgrupele — din varietăți.

Varietățile pentru care se pot înregistra prețurile sînt în număr foarte mare, iar cele pentru care se înregistrează prețurile sînt stabilite de anchetatori în funcție de produsele disponibile la punctele de vînzare, produse care au și o aprovizionare regulată.

Eșantionul punctelor de vînzare (unde se înregistrează prețurile). Prețurile unor produse și servicii se pot obține direct din listele cu tarife (transport în comun, gaze etc.). Chiriile sînt obținute din anchetele asupra menajelor. Cele mai multe prețuri, însă, se înregistrează direct în punctele de vînzare. Pentru aceasta este necesară determinarea unui eșantion de puncte de vînzare care se obțin în două etape: în prima etapă se stabilește eșantionul localităților

Scanned with OKEN Scanner

urbane, iar apoi în cadrul acestora — eşantionul punctelor de vînzare.

Eşantionul datelor de observare. Indicele preţurilor consumatorilor trebuie să fie un indice reprezentativ pentru evoluţia preţurilor medii lunare. Aceasta face ca preţurile produselor observate la punctele de vînzare să fie înregistrate cu o anumită periodicitate regulată, care este stabilită în funcţie de dinamica preţurilor produselor şi serviciilor în decursul unei luni.

Pentru produsele la care preţurile se schimbă frecvent înregistrările se fac la perioade scurte de timp. Pentru multe varietăţi înregistrarea este lunară, pentru produsele cu caracter sezonier marcant (trufandale) preţurile sînt înregistrate la 15 zile, iar pentru alte produse la care preţurile se mişcă lent, acestea pot fi observate şi înregistrate trimestrial (de exemplu, bunurile durabile). În cazul varietăţilor observate după tarife sau documente administrative observarea preţurilor se face la momentul (data) aplicării noilor tarife prin hotărîri ale administraţiei publice.

Eşantioanele pentru observarea preţurilor sînt actualizate periodic, conform schimbărilor care au loc în structura consumului populaţiei.

Datorită evoluţiei consumului populaţiei eşantionul varietăţilor îşi poate pierde reprezentativitatea. Apar varietăţi noi, iar cele vechi ies din consum. Dacă eşantionul ar rămîne nemodificat, cu timpul acesta ar dispărea. Acelaşi lucru se întîmplă şi cu punctele de vînzare: apar unele noi, cele vechi dispar.

Subliniem faptul că preţurile pot fi înregistrate şi în altă manieră, respectiv printr-o cercetare selectivă organizată asupra menajelor (bugetelor de familie). Cele două surse sînt independente şi putem spune antagoniste pentru că în primul caz preţurile se înregistrează la întreprinderile comerciale care vînd produsele, în timp ce în al doilea caz preţurile sînt declarate de menajele, care cumpără produse şi plătesc anumite preţuri (se înregistrează valoarea cheltuielilor pentru achiziţionarea de bunuri şi servicii pe categorii şi cantităţi cumpărate, ceea ce permite calculul preţurilor medii pe categorii de bunuri şi servicii).

Începînd din octombrie 1990, în România se calculează un indice de preţuri de tip Laspeyres. Informaţiile necesare se obţin prin bugetele de familii organizate, separat pentru familiile de salariaţi (5900), ţărani (2700) şi pensionari (400).

Calculul I.P.C. se poate efectua în două modalităţi:

a) sinteză, apoi evoluţie (indice agregat de tip Laspeyres):

$$I.P.C. = \frac{\Sigma q_0 p_1}{\Sigma q_0 p_0}, \qquad (15.16)$$

unde $\Sigma q_0 p_1$ — valoarea cantităţii consumate în perioada de bază la

prețurile perioadei curente; $\Sigma q_0 p_0$ — valoarea consumului din perioada de bază.

b) evoluție, apoi sinteză (indice ca medie aritmetică a indicilor categoriilor de produse și servicii, folosind ca pondere structura consumului în perioada de bază):

$$I.P.C. = \frac{\Sigma i^p q_0 p_0}{\Sigma q_0 p_0}, \qquad (15.17)$$

unde i^p — indici de prețuri pe categorii de produse și servicii.

In practică se utilizează cea de-a doua variantă, pe de o parte datorită considerentelor de ordin practic (ușurința obținerii informațiilor), iar pe de altă parte, datorită informațiilor suplimentare pe care le conține.

Astfel, pentru calculul indicelui se procedează în felul următor:

— pe baza înregistrărilor prețurilor se calculează indicii pentru fiecare varietate în toate localitățile cuprinse în eșantion;

— se calculează mediile ponderate succesive ale acestor indici parțiali, obținîndu-se indici ai varietăților, indici ai posturilor, indici ai categoriilor și, în final, indicele de ansamblu al prețurilor consumatorilor.

Indicele prețurilor calculat la fiecare nivel conține o dublă informație: măsoară variația prețurilor produselor acoperite de el; explică analitic variația indicilor de nivel superior.

Calculul I.P.C. necesită în practică rezolvarea și altor probleme delicate și în același timp dificil de soluționat: calculul indicilor varietăților pe localități (primul nivel de agregare), considerarea modificării structurii consumului populației (se utilizează structura consumului din anul precedent), considerarea modificării produselor (apariția produselor noi) etc.

I.P.C. are o largă utilizare în analizele economice. Domeniile de utilizare pot fi încadrate în trei categorii majore: utilizarea conjuncturală, utilizarea contabilă și utilizarea socială.

Utilizarea conjuncturală. Cu ajutorul I.P.C. se apreciază în orice moment intensitatea creșterii sau scăderii prețurilor în țara pentru care se calculează. Acesta este unul dintre indicatorii prin intermediul căruia se exprimă cantitativ nivelul inflației. De asemenea, indicele este folosit în comparația evoluției inflației în diferite țări. Subliniem faptul că la efectuarea comparațiilor între țări nu este corect să se utilizeze indicii lunari sau trimestriali de prețuri, datorită modului diferit de tratare a unor produse, de exemplu a produselor sezoniere. Se compară indicii anuali (modificarea medie anuală a prețurilor).

Utilizarea contabilă. In evidența curentă consumul menajelor este exprimat valoric, în prețuri curente. Evoluția cheltuielilor pentru consum depinde de doi factori: variația prețurilor și variația

cantităţilor diferitelor bunuri şi servicii cumpărate. Pentru caracterizarea evoluţiei reale a consumului, independent de modificarea preţurilor, este necesară determinarea consumului în preţuri constante prin raportarea consumului în preţuri curente la I.P.C.

Consumul menajelor exprimat în preţuri constante (de obicei, preţurile anului precedent) asigură posibilitatea caracterizării modificării reale a consumului de la un an la altul, făcîndu-se abstracţie de inflaţia de la un an la altul.

Utilizarea socială a indicelui intervine explicit în negocierile sociale privind stabilirea nivelului salariilor, indexarea salariilor, a pensiilor, a rentelor viagere etc.

Aceste indexări sînt utilizate ca garanţii pentru menţinerea şi creşterea puterii de cumpărare, respectiv a salariului real şi a veniturilor reale.

Salariul real exprimă puterea de cumpărare a salariului nominal. Se calculează ca raport între salariul nominal net şi I.P.C.

$$S_r = \frac{S_n}{I.P.C.} \cdot 100, \qquad (15.18)$$

în care S_r — salariul real; S_n — salariul nominal net.

Dinamica salariului real se calculează cu ajutorul indicelui:

$$I^{Sr} = \frac{I^{Sn}}{I.P.C.} \cdot 100. \qquad (15.19)$$

Deci, creşterea salariului real ($I^{Sr} > 1$) se realizează în condiţiile în care salariul nominal creşte mai repede în comparaţie cu creşterea preţurilor ($I^{Sn} > I.P.C.$).

O problemă importantă în calculul salariului real şi al veniturilor reale este aceea că I.P.C. exclude din domeniul său impozitele şi cotizaţiile sociale. Însă pentru caracterizarea evoluţiei puterii de cumpărare a salariului şi veniturilor este necesar să se ţină seama şi de impozitele directe şi cotizaţiile sociale. Cotizaţiile sociale şi impozitele directe ale menajelor nu sînt analizabile în preţuri şi cantităţi şi nu pot fi, deci, încorporate într-un indice de preţuri. Datorită acestui fapt acestea sînt prelevate din resurse. Calculul constă în a deduce (scade) aceste elemente din resursele brute pentru a obţine resursele nete disponibile pentru consum. Astfel, în calculul salariului real se utilizează salariul net, iar în calculul veniturilor reale — veniturile nete. Pentru calculul acestora se determină mai întîi veniturile (resursele) nete ale menajelor, pornind de la veniturile obţinute din muncă şi proprietate la care se adaugă veniturile obţinute din prestaţii sociale şi se scad impozitele directe şi cotizaţiile sociale.

Veniturile reale se calculează ca raport între veniturile nete şi I.P.C.

Scanned with OKEN Scanner

O dificultate constă în aceea că prelevările, ca şi prestaţiile sociale care se includ în resurse, depind în mare măsură de venituri, de situaţia familială etc. şi pot să varieze considerabil de la un consumator la altul. În acelaşi timp preţurile produselor şi serviciilor sînt aceleaşi pentru consumatori. De aceea este necesar să se calculeze veniturile anuale nete şi veniturile reale pe familii tip. Se pot obţine diferite cazuri tipice determinate cu ajutorul unor grupări combinate în funcţie de următoarele criterii: statutul capului de familie (angajat, şomer, pensionar), categoria socio-profesională, numărul şi vîrsta copiilor etc. Pentru fiecare din aceste cazuri se calculează veniturile anuale nete, salariul brut, cotizaţiile sociale, impozitul pe venit, indicele preţurilor consumatorilor, care permit calcularea salariului real şi a veniturilor reale. Aceştia sînt indicatori principali folosiţi pentru caracterizarea nivelului de trai.

15.5. PROBLEME PRIVIND UTILIZAREA INDICATORILOR MACROECONOMICI DE REZULTATE

Produsul Intern Brut, Produsul Intern Net, Produsul Naţional Brut, Produsul Naţional Net, Venitul Naţional, ca indicatori ai nivelului rezultatelor activităţii economice, sînt folosiţi pe larg în descrierea şi analiza vieţii economice şi contribuie la înţelegerea economicului.

Aceşti indicatori sînt numai măsuri sumare ale unor activităţi de complexitate deosebită şi fac abstracţie de multe detalii din ceea ce formează fluxurile din economie. Pentru folosirea adecvată a acestor indicatori în analizele economice, în fundamentarea deciziilor de politica economică este necesară cunoaşterea unor limite ale acestor indicatori. Deşi sînt prezentate cu privire la P.N.B. (respectiv P.I.B.), aceste limite se referă, evident, şi la ceilalţi indicatori derivaţi din aceştia.

1. **Nivelul P.N.B. nu măsoară bunăstarea umană.** O serie de motive ne determină să considerăm acest lucru:

a) un aspect al bunăstării umane este cantitatea de bunuri şi servicii disponibile pe o persoană. În condiţiile în care P.N.B. creşte, dar populaţia creşte mai repede decît P.N.B., P.N.B. pe locuitor scade. Deci, în termenii măsurării creşterii capacităţii unei economii pentru a face să concorde cu dorinţele şi necesităţile populaţiei rezidente, o măsură mai adecvată a acesteia este creşterea P.N.B. real pe locuitor.

b) P.N.B. nu ţine seama de o serie de elemente esenţiale care determină bunăstarea. În special P.N.B. omite timpul liber şi alte lucruri intangibile care influenţează calitatea vieţii. Un mediu înconjurător curat, pacea socială, timpul liber etc. pot produce mai

Scanned with OKEN Scanner

multă satisfacție unor persoane decît de exemplu, o mașină nouă iar aceste aspecte nu sînt cuprinse în P.N.B.

De asemenea P.N.B. nu ține seama de poluare. O serie de activități economice poluează intens mediul înconjurător, dezvoltarea acestor activități duce la creșterea P.N.B., dar și la o intensă poluare. Normal ar fi ca rezultatele acestor activități să fie diminuate cu costurile necesare pentru înlăturarea efectelor dăunătoare pe care le provoacă.

2. P.N.B., cuprinzînd, în special, numai bunurile și serviciile produse pentru vînzare, nu măsoară toate bunurile și serviciile. Astfel, de exemplu, serviciile pe care o femeie le prestează în gospodărie nu sînt incluse în P.N.B. Însă P.N.B. crește, dacă aceleași servicii sînt prestate de o persoană angajată în acest scop.

O serie de servicii care nu se realizează pe piață sînt incluse în cadrul P.N.B., dar cele mai multe nu sînt luate în calcul.

3. P.N.B. este măsurat la prețul pieței.

Creșterea P.N.B. pe seama creșterii prețurilor și nu a cantităților de produse și servicii nu reflectă o creștere reală a producției. De aceea pentru comparații în timp este necesar să se elimine influența modificării prețurilor, să se calculeze P.N.B. real, respectiv P.N.B. real pe locuitor.

4. P.N.B. respectiv P.N.B./loc. nu oferă nici o informație cu privire la distribuirea producției totale între menajele din economie.

5. P.N.B. nu furnizează informații cu privire la ceea ce s-a întîmplat cu calitatea bunurilor și serviciilor produse într-o perioadă de timp. Pentru a măsura mai riguros bunăstarea socială în teoria economică și în practică se încerca atenuarea acestor limite, propunîndu-se trecerea la un «indicator al bunăstării sociale».

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL XVI. CARACTERIZAREA STATISTICĂ A EFICIENȚEI FOLOSIRII POTENȚIALULUI ECONOMIC

16.1. NOȚIUNI GENERALE PRIVIND MĂSURAREA EFICIENȚEI

Creșterea economică se realizează sub acțiunea unor factori de natura cantitativă sau calitativă. În primul caz avem în vedere dimensiunea factorilor de producție, respectiv volumul resurselor naturale, al capitalului și potențialului uman atrase în activitatea economică, iar în cel de-al doilea caz — eficiența folosirii acestora în producție. În condițiile caracterului tot mai limitat al resurselor care pot fi atrase în activitatea economică crește importanța eficienței utilizării factorilor de producție pentru realizarea creșterii economice.

Esența eficienței economice constă în obținerea de efecte utile (rezultate) maxime la un anumit nivel de consum de resurse (efort) sau aceleași efecte utile (rezultate) la un anumit nivel minim de consum de resurse (efort).

Datorită complexității deosebite a eficienței ecenomice cuantificarea și analiza acesteia sînt posibile numai în condițiile unui sistem de indicatori. Acesta este un principiu aproape unanim acceptat în literatura economică. Nu există un singur indicator care să caracterizeze complet și complex eficiența economică.

Pornind de la conținutul eficienței, sistemul de indicatori trebuie să cuprindă indicatori de rezultate, indicatori de efort, indicatori de relații dintre rezultate și eforturi și anume relații de forma: rezultate/efort, efort/rezultate, rezultate/rezultate, efort/efort.

La determinarea eficienței trebuie realizată o corespondență în timp și spațiu a indicatorilor de efort cu cei de efect. Aceasta presupune ca unui anumit efect să-i fie atribuit tot efortul depus pentru obținerea lui, iar unui efort să-i fie atribuit numai efectul obținut prin utilizarea sa.

În condițiile în care se compară efectul util cu efortul integral depus pentru obținerea lui, se obține un indicator global de eficiență.

În condițiile în care se compară efectul util cu anumite elemente de efort se obțin indicatori parțiali de eficiență, a căror deficiență constă în faptul că un efect, obținut prin acțiunea conjugată a elementelor de efort se atribuie unui singur element de efort, conside-

rîndu-se arbitrar, că efectul s-ar obține numai cu elementul respectiv de efort.

Efectul se exprimă, de obicei, cu ajutorul indicatorilor de rezultate (P.I.B., P.I.N., P.N.B., P.N.N., V.N. etc.).

În ceea ce privește indicatorii de efort, în primul rînd, subliniem că efortul se structurează pe principalii factori de producție: muncă, capital, natură, putîndu-se astfel determina eficiența folosirii fiecărui factor de producție. Astfel se calculează indicatorii statistici ai eficienței utilizării forței de muncă, indicatorii statistici ai eficienței utilizării capitalului fix etc. Trebuie să se aibă în vedere, însă, și faptul că elementele care exprimă efortul acționează în timp și spațiu și se prezintă ca mărimi de stoc și mărimi de flux. Avînd în vedere acțiunea în timp a elementelor care exprimă efortul, acesta poate fi exprimat ca indicator care exprimă eforturile inițiale și indicatori care exprimă eforturile curente.

Mărimile de stoc exprimă eforturile inițiale, respectiv resursele ocupate: populația ocupată, fondul de timp de muncă maxim disponibil, mijloacele fixe, mijloacele circulante etc.

Mărimile de flux exprimă eforturile curente, care evidențiază consumul curent al resurselor ocupate, respectiv fondul de salarizare sau timpul de muncă efectiv (pentru forța de muncă), amortizările (pentru mijloacele fixe), consumurile de materiale (pentru mijloacele circulante) etc.

Corespunzător pentru fiecare element care intră în componența eforturilor inițiale sau eforturilor curente se pot calcula indicatorii parțiali de eficiență, care oferă informații privind modul de utilizare a componentelor respective.

În teoria și practica economică eficiența economică se exprimă, în special, prin relații de forma efect/efort, determinîndu-se astfel productivitatea fiecărui factor.

Astfel, dacă luăm în considerare numai factorii muncă și capital și notăm: Y — efectul economic (producția); K — factorul capital; M — factorul muncă, putem determina:

— productivitatea capitalului (WK)

$$WK = \frac{Y}{K}; \tag{16.1}$$

— productivitatea muncii (WM)

$$WM = \frac{W}{M}. \tag{16.2}$$

Astfel de relații conduc la determinarea efectului (producției) obținut pe unitatea de efort.

Subliniem faptul că productivitatea se poate determina și ca productivitate marginală.

Scanned with OKEN Scanner

— productivitatea marginală a capitalului (WMK)

$$WMK = \frac{\Delta Y}{\Delta K}, \tag{16.3}$$

respectiv sporul producției obținut prin sporul cu o unitate a factorului capital (ceilalți factori de producție sînt considerați constanți);

— productivitatea marginală a muncii (WMM)

$$WMM = \frac{\Delta Y}{\Delta M}, \tag{16.4}$$

respectiv sporul de producție obținut prin creșterea cu o unitate a factorului muncă (ceilalți factori de producție sînt considerați constanți).

În analizele economice pentru exprimarea eficienței economice se utilizează și relații de forma «efort/efect», determinîndu-se astfel «indicatorii necesarului». Acești indicatori evidențiază necesarul dintr-un factor de producție (efort) pentru obținerea unei unități de producție (efect). De asemeni se utilizează și indicatori de tipul «efort/efort» și efect/efect.

Cele patru tipuri de indicatori pot fi prezentate sub formă matriceală (tabelul 16.1).

Deci, pentru fiecare element care intră în componența resurselor ocupate sau consumate se pot calcula indicatorii parțiali de eficiență, care oferă informații privind modul de utilizare a componentelor respective. Acești indicatori sînt contradictorii și pot denatura realitatea prin atribuirea succesivă a efectului integral fiecărei resurse luată în parte. Faptul că elementele, pentru care se calculează indicatorii parțiali de eficiență nu acționează independent, necesită reunirea tuturor componentelor într-un singur indicator de efort care să stea la baza determinării unui indicator sintetic (global) de eficiență.

În literatura economică se propun o serie de indicatori globali dintre care amintim:

— eficiența globală a factorilor de producție:

$$\frac{Y}{K+M}, \tag{16.5}$$

respectiv

$$\frac{Y}{C.F.+C.C.+M}, \tag{16.6}$$

în care $C.F.$ — capital fix; $C.C.$ — capital circulant.

Elementele de efort sînt exprimate în unități de măsură diferite: unități monetare pentru capital; număr de persoane pentru factorul muncă. Pentru utilizarea relațiilor (16.5) sau (16.6) trebuie gă-

Tabelul 16.1

Matricea indicatorilor de eficiență

		Efect				Efort			
		P.I.B.	V.N.	PR	...	P.O.	C.F.	M.C.	...
EFORT	P.O.	P.I.B./P.O.	V.N./P.O.	PR/P.O.	...	x	C.F./P.O.	M.C./P.O.	
	C.F.	P.I.B./C.F.	V.N./C.F.	PR/C.F.	...		x	M.C./C.F.	
	M.C.	P.I.B./M.C.	V.N./M.C.	PR/M.C.	...			x	
	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	
EFECT	P.I.B.	x	V.N./P.I.B.	PR/P.I.B.		P.O./P.I.B.	C.F./P.I.B.	M.C./P.I.B.	...
	V.N.		x	PR/V.N.		P.O./V.N.	C.F./V.N.	M.C./V.N.	...
	P.R.			x		P.O./PR	C.F./PR	M.C./PR	...
	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	

P.O. — populația ocupată
C.F. — capital fix
M.C. — mijloace circulante

P.I.B. — produsul intern brut
V.N. — venitul național
PR — profitul

Scanned with OKEN Scanner

siți coeficienții de transformare care să facă însumabile aceste elemente:

— eficiența consumului curent de factori de producție, respectiv consumul de mijloace circulante (C.M.C.), consumul de capital fix (A.C.C.F.) și consumul de forță de muncă, exprimat prin fondul de salarii (F.S.)

$$\frac{Y}{C.M.C.+A.C.C.F.+F.S.}. \qquad (16.7)$$

In cazul acestei relații elementele de efort sînt exprimate valoric și nu se pun probleme deosebite în legătură cu determinarea efortului global (total).

În continuare vom prezenta principalele probleme privind calcularea și analiza eficienței utilizării factorilor muncă și capital.

16.2. INDICATORII STATISTICI AI EFICIENȚEI UTILIZĂRII FORȚEI DE MUNCĂ

Indicatorii statistici cu ajutorul cărora este măsurată și caracterizată eficiența utilizării forței de muncă constituie o componentă principală a sistemului de indicatori ai eficienței economice.

Eficiența cu care este cheltuită o anumită cantitate de muncă este exprimată cu ajutorul productivității muncii. Caracterizarea eficienței utilizării forței de muncă presupune calcularea unor indicatori statistici care să asigure cunoașterea nivelului și dinamicii acesteia, precum și măsurarea cu ajutorul unor metode statistice adecvate a contribuției factorilor care au determinat modificările în timp și în spațiu ale acesteia.

După cum s-a arătat, productivitatea muncii este un indicator parțial de eficiență. Principala deficiență a acestui tip de indicator constă în faptul că atribuie rezultatul total care a fost obținut prin acțiunea conjugată a factorilor de producție unui efort parțial (unui singur factor de producție). In acest caz este vorba de factorul muncă.

Teoretic productivitatea muncii se poate calcula ca:

— productivitate medie[1]

$$W=\frac{Y}{M}, \qquad (16.8)$$

care exprimă producția obținută pe unitatea de forță de muncă consumată sau

$$t=\frac{M}{Y}=\frac{1}{W}. \qquad (16.9)$$

[1] In continuare vom simboliza productivitatea muncii cu W.

Relația (16.9) este numită rata muncă/producție, exprimînd cantitatea de forță de muncă consumată pentru obținerea unei unități de producție;

— productivitate marginală (WMM)

$$WMM = \frac{\Delta Y}{\Delta M}, \tag{16.10}$$

respectiv, creșterea producției obținută prin creșterea cu o unitate a factorului de producție muncă (ceilalți factori sînt considerați constanți).

Sub cele două forme productivitatea muncii se poate calcula la nivelul întregii economii naționale, al ramurilor, al agenților economici, pe produse, pe grupe de produse sau pe întreaga producție.

Măsurarea și exprimarea practică a productivității muncii este determinată de modalitățile de exprimare a producției și a forței de muncă.

Exprimarea producției se poate face în unități naturale, natural convenționale, unități valorice, fiecare modalitate avînd avantaje ori dezavantaje. La nivelul macroeconomic cea mai largă utilizare o au indicatorii valorici.

Exprimarea forței de muncă se poate realiza cu ajutorul indicatorilor: populație ocupată, număr mediu de salariați, timp efectiv lucrat. Timpul efectiv lucrat exprimă cel mai fidel cantitatea de muncă consumată și, deci, asigură cea mai bună exprimare a productivității muncii.

Dar timpul efectiv lucrat nu se calculează la nivelul întregii economii naționale. De aceea nivelul productivității muncii sociale se determină ca raport între Venitul Național sau P.I.B. și populația ocupată sau numărul mediu de salariați. In ramurile în care se determină timpul efectiv, productivitatea muncii se poate calcula cu ajutorul acestui indicator. La nivelul economiei naționale productivitatea muncii se obține prin agregarea indicatorului calculat la nivelul ramurilor economiei naționale.

Astfel vom avea:

— la nivelul de ramură

$$W_i = \frac{V.A.B._i}{P.O._i}, \tag{16.11}$$

în care W_i — productivitatea muncii în ramura i; $V.A.B._i$ — valoarea adăugată brută în ramura i; $P.O._i$ — numărul populației ocupate în ramura i.

— la nivelul economiei naționale

$$\overline{W} = \frac{P.I.B.}{P.O.} = \frac{\Sigma V.A.B._i}{\Sigma P.O._i} = \frac{\Sigma W_i P.O._i}{\Sigma P.O._i} = \Sigma W_i g_i^{P.O.} \tag{16.12}$$

Scanned with OKEN Scanner

în care $\overline{W}$ — productivitatea muncii la nivelul economiei naţionale, *P.I.B.* — produsul intern brut; $g_i^{P.O.} = \frac{P.O._i}{\Sigma P.O._i}$ — structura pe ramuri a populaţiei ocupate.

Deci, la nivelul economiei naţionale productivitatea muncii are caracter de medie şi anume este o medie aritmetică ponderată a productivităţilor la nivelul ramurilor.

Caracterizarea evoluţiei productivităţii muncii presupune determinarea dinamicii acesteia, precum şi măsurarea contribuţiei factorilor care au condiţionat modificarea acesteia.

Dinamica productivităţii muncii se exprimă cu ajutorul indicelui productivităţii muncii ($I_{\overline{W}}$):

$$I_{\overline{W}} = \frac{\overline{W}_1}{\overline{W}_0} = \frac{I^{P.I.B.}}{I^{P.O.}}. \qquad (16.13)$$

Pentru asigurarea creşterii productivităţii muncii este necesar ca dinamica P.I.B. să devanseze dinamica populaţiei ocupate, deci:

$$I^{P.I.B.} > I^{P.O.}$$

Pentru determinarea contribuţiei factorilor la modificarea productivităţii muncii se utilizează două căi principale: analiza deterministă şi analiza stohastică.

Analiza deterministă se bazează pe metoda indicilor factoriali, care constă în descompunerea descriptivă a indicatorilor rezultaţi (în general) într-un produs de factori. Se pot construi mai multe modele de analiză. În continuare prezentăm cîteva din modelele cu largă utilizare.

Astfel, modificarea productivităţii muncii la nivelul economiei naţionale poate fi analizată în funcţie de modificările intervenite în productivitatea muncii la nivelul ramurilor şi mutaţiile care au avut loc în structura populaţiei ocupate pe ramurile economiei naţionale, pornind de la relaţia:

$$\overline{W} = \sum W_i g_i^{P.O.}. \qquad (16.14)$$

Mutaţiile în structura populaţiei ocupate pe ramuri influenţează pozitiv evoluţia productivităţii muncii la nivelul economiei naţionale, dacă acestea au loc în favoarea ramurilor în care nivelul productivităţii muncii este mai mare decît nivelul mediu al acesteia, şi respectiv influenţa este negativă, dacă mutaţiile au loc în favoarea ramurilor în care nivelul productivităţii este sub nivelul mediei pe întreaga economie naţională.

Relaţia dă posibilitatea punerii în evidenţă a unor elemente suplimentare de analiză.

Scanned with OKEN Scanner

— contribuția absolută a ramurii i la realizarea productivității muncii la nivelul economiei naționale

$$W_i g_i^{P.O.} \tag{16.15}$$

— contribuția relativă a ramurii i la realizarea productivității muncii la nivelul economiei naționale

$$\frac{W_i g_i^{P.O.}}{\sum W_i g_i^{P.O.}} \cdot 100. \tag{16.16}$$

Nivelul și dinamica productivității muncii, contribuția acesteia la creșterea P.I.B. și a venitului național constituie elemente cu largă utilizare în analizele economice prin care se pune în evidență influența factorilor calitativi la dezvoltarea economică. La folosirea productivității muncii în acest scop este necesar să se aibă în vedere faptul că evoluția acesteia este influențată de un complex de factori din care numai unii sînt de natură calitativă. De aceea, o mare însemnătate are exprimarea și analiza productivității muncii în funcție de alți indicatori parțiali de eficiență (eficiența mijloacelor fixe, eficiența consumului de mijloace materiale) și de indicatorii care exprimă corelația dintre diferite resurse alocate (înzestrarea tehnică a muncii cu mijloace fixe).

Astfel putem exprima productivitatea muncii (W) în funcție de eficiența mijloacelor fixe (P.I.B. obținut la 1000 lei) și înzestrarea tehnică a muncii (volumul mijloacelor fixe ce revin pe o persoană).

La nivelul economiei naționale:

$$\overline{W} = \overline{EFF} \cdot \overline{Z}, \tag{16.17}$$

în care EFF — eficiența mijloacelor fixe, respectiv P.I.B. obținut la 1 leu sau 1 000 lei mijloace fixe $\left(\overline{EFF} = \frac{P.I.B.}{F}\right)$; $\overline{Z}$ — înzestrarea muncii cu mijloace fixe (înzestrarea tehnică a muncii), respectiv volumul valoric al mijloacelor fixe care revin în medie pe o persoană ocupată $\left(\overline{Z} = \frac{F}{T}\right)$.

În dinamică $I^{\overline{W}} = I^{\overline{EFF}} \cdot I^{\overline{Z}}$.

Creșterea productivității muncii trebuie să se realizeze, în special, pe seama creșterii eficienței mijloacelor fixe.

Relația (16.17) poate fi dezvoltată, dacă se exprimă cei doi indicatori cu caracter de medie ($\overline{EFF}$ și $\overline{Z}$) în funcție de factorii determinanți:

$$\overline{EFF} = \frac{P.I.B.}{F} = \frac{\Sigma EFF_i \cdot F_i}{\Sigma F_i} = \sum EFF_i g_i^F, \tag{16.18}$$

Scanned with OKEN Scanner

în care EFF_i — eficiența mijloacelor fixe la nivelul ramurii i; $g_i^F = \frac{F_i}{\Sigma F_i}$ — structura pe ramuri a mijloacelor fixe (ponderea mijloacelor fixe din ramura i în totalul mijloacelor fixe);

$$\overline{Z} = \frac{F}{P.O.} = \frac{\Sigma Z_i P.O._i}{\Sigma P.O._i} = \sum Z_i g_i^{P.O.}; \qquad (16.19)$$

unde Z_i — înregistrarea muncii cu mijloace fixe în ramura i

$$\left(Z_i = \frac{F_i}{P.O._i}\right);$$

$g_i^{P.O.} = \frac{P.O._i}{\Sigma P.O._i}$ — structura pe ramuri a populației ocupate (ponderea populației ocupate în ramura i, în total populație ocupată).

Astfel relația (16.17) devine

$$\overline{W} = \sum EFF_i g_i^F \sum Z_i g_i^{P.O.}, \qquad (16.20)$$

și permite punerea în evidență a influenței celor patru factori asupra dinamicii productivității muncii.

Relația (16.17), respectiv $\overline{W} = \overline{EFF} \cdot \overline{Z}$, operează cu nivelurile medii ale factorilor de influență. Ea poate fi utilizată în condițiile în care $\overline{EFF}$ și $\overline{Z}$ sînt reprezentative pentru nivelurile indicatorilor respectivi la nivelul ramurilor economiei naționale. Aceasta presupune ca nivelul și dinamica eficienței mijloacelor fixe, respectiv a înzestrării muncii cu mijloace fixe, să aibă caracter omogen[1].

Dacă omogenitatea la nivelul ramurilor nu este realizată, este necesar ca productivitatea muncii să fie exprimată în funcție de eficiența mijloacelor fixe și înzestrarea muncii cu mijloace fixe la nivel de ramuri. În acest caz se poate utiliza relația (16.20).

O altă modalitate de exprimare a productivității muncii la nivelul economiei naționale implică numai o parte din factorii cuprinși în relația (16.20).

Astfel, dacă avem în vedere caracterul de medie al productivității muncii la nivelul economiei naționale

$$\overline{W} = \sum W_i g_i^{P.O.} \qquad (16.21)$$

și exprimăm productivitatea muncii din ramura i în funcție de eficiența mijloacelor fixe și înzestrarea muncii cu mijloace fixe, din această ramură:

$$W_i = EFF_i Z_i \qquad (16.22)$$

[1] O medie aritmetică este reprezentativă pentru valorile din care este calculată, în cazul în care acestea sînt omogene.

relația (16.21) devine:

$$\overline{W} = \sum EFF_i Z_i g_i^{P.O.} \qquad (16.23)$$

Relația (16.23) permite descompunerea modificării productivității muncii la nivelul economiei naționale în funcție de modificarea:

— eficienței mijloacelor fixe la nivelul ramurilor (EFF_i);
— înzestrării muncii cu mijloace fixe la nivelul ramurilor (Z_i);
— structurii pe ramuri a populației ocupate ($g_i^{P.O.}$).

O direcție de analiză cu largă utilizare în practică este cea prin care se măsoară influența utilizării timpului de lucru asupra nivelului și dinamicii productivității muncii. Acest tip de analiză este posibil numai în ramurile în care se urmărește timpul efectiv lucrat.

Definim la nivelul unei ramuri:

— productivitatea orară (Wh_i)

$$Wh_i = \frac{V.A.B._i}{TH_i}, \qquad (16.24)$$

în care TH_i — timpul efectiv lucrat în ramura i, exprimat în ore-om;

— productivitatea zilnică (Wz_i)

$$Wz_i = \frac{V.A.B._i}{T.Z._i}, \qquad (16.25)$$

în care TZ_i — timpul efectiv lucrat în ramura i, exprimat în zile-om;

— productivitatea lunară (Wl_i)

$$Wl_i = \frac{V.A.B._i}{\overline{T}_i}, \qquad (16.26)$$

în care T_i — numărul mediu de muncitori în ramura i.

Pentru analiza productivității zilnice putem folosi relația:

$$Wz_i = \frac{V.A.B.}{TZ_i} \cdot \frac{TH_i}{TH_i} = Wh_i \, \overline{DZ}_i, \qquad (16.27)$$

în care $\overline{DZ}_i$ — durata medie a zilei în ramura i.

Pentru analiza productivității lunare putem folosi relația:

$$Wl_i = \frac{V.A.B._i}{\overline{T}} \cdot \frac{TZ_i}{TZ_i} = Wz_i \overline{DL}_i = Wh_i \overline{DZ}_i \overline{DL}_i, \qquad (16.28)$$

în care $\overline{DL}_i$ — durata medie a lunii în ramura i.

Relațiile (16.17) și 16.28) evidențiază faptul că sporirea gradului de utilizare a timpului de lucru, exprimat prin creșterea duratei zilei și lunii de lucru constituie factori ai creșterii productivității muncii lunare. Utilizarea acestor relații este cu atît mai utilă, cu

Scanned with OKEN Scanner

cît datele statistice pun în evidenţă serioase rezerve în ceea ce priveşte mai buna utilizare a timpului de lucru.

Analiza stohastică se bazează pe metoda corelaţiei şi regresiei. Se utilizează modele de regresie unifactoriale sau multifactoriale, în care productivitatea muncii este exprimată ca variabilă dependentă în funcţie de o variabilă independentă, respectiv în funcţie de un ansamblu de variabile independente.

Forma generală a modelului de regresie multiplă este:

$$Y = (x_1, x_2, \ldots, x_n) + u, \qquad (16.29)$$

în care Y — variabila dependentă, în acest caz productivitatea muncii; x_i — variabila independentă $i : (i = \overline{1, n})$; u — variabila aleatoare (de perturbaţie) care exprimă influenţa unor factori întîmplători, mai puţin cunoscuţi sau necunoscuţi.

Aplicarea acestei metode presupune asigurarea unor condiţii, cum sînt: existenţa unui număr suficient de mare de cazuri, normalitatea repartiţiei variabilei de perturbaţie etc.

16.3. INDICATORII SINTETICI AI EFICIENŢEI MIJLOACELOR FIXE

Eficienţa economică a mijloacelor fixe, determinată conform relaţiei efect/efort sau efort/efect, este un indicator parţial de eficienţă.

Pentru exprimarea «efectului» se utilizează unul din indicatorii rezultatelor activităţii economice, în timp ce «efortul» se exprimă prin valoarea mijloacelor fixe.

Caracterul de indicator parţial de eficienţă al acestui indicator rezultă din faptul că întregul rezultat al activităţii economice, obţinut prin utilizarea combinată a diferiţilor factori de producţie este atribuit numai mijloacelor fixe, ceea ce înseamnă acceptarea ipotezei că producţia s-ar fi obţinut numai prin utilizarea acestui factor de producţie.

Calculat la forma efect/efort indicatorul exprimă producţia obţinută la 1 leu sau 1 000 lei mijloace fixe. In forma efort/efect indicatorul evidenţiază necesarul de mijloace fixe pentru obţinerea unei unităţi (1 leu sau 1 000 lei) producţie.

Indicatorii care exprimă efectele utile şi eforturile trebuie să fie comparabili din punctul de vedere al timpului la care se referă şi al preţurilor în care se exprimă. Indicatorii de rezultate sînt indicatori de flux şi se exprimă în preţuri curente, iar pentru caracterizarea dinamicii se recalculează în preţuri comparabile. Ca urmare, mijloacele fixe trebuie cuprinse în calculele de eficienţă ca valoare medie anuală, exprimate în aceleaşi preţuri cu indicatorii producţiei.

Scanned with OKEN Scanner

Indicatorul eficienței mijloacelor fixe la nivelul economiei naționale se calculează cu relația:

$$\overline{EFF} = \frac{P.I.B.}{F}, \tag{16.30}$$

iar la nivelul de ramură — cu relația:

$$EFF_i = \frac{V.A.B._i}{F_i}. \tag{16.31}$$

La nivelul economiei naționale nivelul eficienței mijloacelor fixe se poate obține ca și medie a eficienței la nivel de ramură:

$$\overline{EFF} = \frac{\Sigma\, EFF_i \cdot F_i}{\Sigma\, F_i}. \tag{16.32}$$

sau

$$\overline{EFF} = \sum EFF_i \cdot g_i^F, \tag{16.33}$$

în care $g_i^F = \frac{F_i}{\Sigma F_i}$ — structura pe ramuri a mijloacelor fixe.

Dinamica eficienței mijloacelor fixe se calculează cu ajutorul indicilor:

$$I^{\overline{EFF}} = \frac{\overline{EFF}_1}{\overline{EFF}_0} \cdot 100 \tag{16.34}$$

sau

$$I^{\overline{EFF}} = \frac{I^{P.I.B.}}{I^F}. \tag{16.35}$$

Creșterea eficienței utilizării mijloacelor fixe se exprimă prin inegalitatea: $\overline{EFF}_1 > \overline{EFF}_0$ (16.36)

sau $I^{\overline{EFF}} > 1$. (16.37)

Deci, creșterea eficienței mijloacelor fixe se concretizează în creșterea mai rapidă a P.I.B. în comparație cu creșterea volumului mijloacelor fixe.

Pentru măsurarea influenței factorilor asupra dinamicii eficienței mijloacelor fixe se pot utiliza metode deterministe și metode stohastice. O largă utilizare o au metodele deterministe.

Astfel relația

$$\overline{EFF} = \Sigma\, EFF_i \cdot g_i^F \tag{16.38}$$

evidențiază faptul că nivelul eficienței mijloacelor fixe pe ansamblul economiei naționale este condiționat de eficiența folosirii mij-

Scanned with OKEN Scanner

loacelor fixe la nivel de ramură și de structura pe ramuri a mijloacelor fixe.

Modificarea structurii pe ramuri a mijloacelor fixe favorizează creșterea sau descreșterea eficienței medii în funcție de ramura în favoarea căreia a avut loc.

Dacă ponderea mijloacelor fixe crește în ramurile cu eficiență mai mare, această modificare va determina creșterea eficienței medii.

Nivelul eficienței mijloacelor fixe din fiecare ramură și pe ansamblul economiei este condiționat de o serie de factori. În cadrul componentelor structurale un loc important îl ocupă mijloacele fixe care participă nemijlocit la obținerea valorilor de întrebuințare, denumite mijloace fixe active (*F.A.*). Ca urmare, pentru caracterizarea nivelului și dinamicii eficienței folosirii mijloacelor fixe este necesar să fie evidențiată și influența mijloacelor fixe active. Nivelul eficienței tuturor mijloacelor fixe este condiționat nu numai de eficiența mjloacelor fixe active, ci și de ponderea acestora în totalul mijloacelor fixe.

Astfel, de exemplu, la nivel de ramură putem scrie:

$$EFF_i = \frac{V.A.B._i}{F_i} \cdot \frac{FFA_i}{FA_i} = EFFA_i \cdot g_i^{FA}, \qquad (16.39)$$

în care $EFFA_i$ — eficiența mijloacelor fixe active în ramura i (valoarea adăugată brută obținută la o unitate de mijloace fixe active); $g_i^{FA} = \frac{FA_i}{F_i}$ — ponderea mijloacelor fixe active în totalul mijloacelor fixe în ramura i (structura tehnologică a mijloacelor fixe).

Deci, creșterea ponderii mijloacelor fixe active în totalul mijloacelor fixe contribuie la creșterea eficienței mijloacelor fixe.

Avînd în vedere relațiile (16.38) și (16.39), pentru caracterizarea influenței asupra nivelului și dinamicii eficienței mijloacelor fixe pot fi implicați următorii indicatori: $EFFA_i$ — eficiența folosirii mijloacelor fixe active la nivel de ramură; g_i^{FA} — ponderea mijloacelor fixe active în totalul mijloacelor fixe la nivel de ramură; g_i^F — structura pe ramuri a mijloacelor fixe.

$$\overline{EFF} = \sum EFFA_i \, g_i^{FA} g_i^F. \qquad (16.40)$$

Cu ajutorul acestei relații poate fi analizată modificarea eficienței mijloacelor fixe în funcție de factorii menționați.

Un loc important în cadrul analizei eficienței mijloacelor fixe îl ocupă eficiența mijloacelor fixe noi. Unul din indicatorii sintetici care exprimă direct eficiența mijloacelor fixe noi (EFFN) este sporul de P.I.B. obținut la 1 000 lei mijloace fixe puse în funcțiune (FN):

Scanned with OKEN Scanner

$$EFFN = \frac{\Delta P.I.B._{t/t-1}}{FN_{t-1}} \cdot 1000. \qquad (16.41)$$

Dacă se pornește de la eficiența mijloacelor fixe noi la nivelul ramurilor, indicatorul pe întreaga economie națională se prezintă sub forma unei medii aritmetice în care ponderea o constituie structura pe ramuri a mijloacelor fixe noi:

$$\overline{EFFN} = \frac{\Sigma\, EFFN_i FN_i}{\Sigma\, FN_i} \cdot 1000. \qquad (16.42)$$

Analiza evoluției eficienței mijloacelor fixe noi trebuie să pornească de la nivelul ramurilor atunci cînd se constată diferențele semnificative în eficiența folosirii acestora în diferite ramuri.

Rezultatele obținute pe baza valorilor anuale ale indicatorilor (16.41) și (16.42) pot manifesta variații semnificative de la un an la altul datorate, în principal, neuniformității punerii în funcțiune a investițiilor. De aceea se recomandă ca indicatorul să se calculeze și pe perioade mai îndelungate raportînd suma sporurilor anuale ale P.I.B. la totalul mijloacelor fixe puse în funcțiune în perioada respectivă.

Dacă eficiența mijloacelor fixe noi pe ansamblul economiei naționale se calculează pornind de la nivelul ramurilor, trebuie avut în vedere faptul că decalajul dintre punerea în funcțiune a mijloacelor fixe și creșterea efectului poate diferi semnificativ de la o ramură la alta.

Pornind de la faptul că mijloacele fixe puse în funcțiune sînt destinate, pe de o parte, creșterii mijloacelor fixe și, pe de altă parte, înlocuirii mijloacelor fixe scoase din funcțiune, este util să se calculeze și să se analizeze eficiența mijloacelor fixe pe baza modificărilor absolute și/sau relative:

$$\frac{\Delta P.I.B._{t/t-1}}{\Delta F_{t/t-1}} \cdot 1000 \text{ sau } \frac{R^{P.I.B.}_{t/t-1}}{R^{F}_{t/t-1}} \cdot 1000, \qquad (16.43)$$

în care $R^{P.I.B.}_{t/t-1}$ — ritmul sporului $P.I.B.$;

$R^{F}_{t/t-1}$ — ritmul sporului mijloacelor fixe.

In analizele economice, în special, pentru fundamentarea programului de producție un loc important îl ocupă și indicatorii de eficiență ai mijloacelor fixe calculați conform relației generale Efort/ /Efect.

Astfel, la nivelul economiei naționale, necesarul de mijloace fixe pentru obținerea a 1 leu sau 1000 lei P.I.B. se determină cu relația:

$$\overline{NF} = \frac{F}{P.I.B} \qquad (16.44)$$

Scanned with OKEN Scanner

sau

$$\overline{NF} = \frac{\Sigma NF_i VAB_i}{\Sigma VAB_i} = \Sigma NF_i g_i^{VAB}, \qquad (16.45)$$

în care NF_i — necesarul de mijloace fixe pentru obținerea a 1 leu sau 1 000 lei VAB în ramura i; g_i^{VAB} — structura pe ramura a P.I.B.

Schimbarea structurii pe ramuri a P.I.B. în favoarea ramurilor în care NF_i este mai mic decît nivelul mediu al acestui indicator va determina reducerea necesarului de mijloace fixe pentru obținerea unui leu sau a 1 000 lei P.I.B. la nivelul economiei naționale.

Este evident că NF este invers proporțional cu EFF. Cu cît necesarul de mijloace fixe pentru obținerea unei unități de producție este mai mic, cu atît eficiența cu care sînt utilizate mijloacele fixe este mai mare.

Creșterea eficienței utilizării mijloacelor fixe este exprimată în acest caz prin inegalitatea:

$$\overline{NF}_1 < \overline{NF}_0, \qquad (16.46)$$

respectiv în cazul calculului dinamicii indicatorului

$$I^{\overline{NF}} = \frac{\overline{NF}_1}{\overline{NF}_0} < 1. \qquad (16.47)$$

Indicatorul «necesarul de mijloace fixe» are o largă utilizare în modelele de previziune economică.

16.4. INDICATORII SINTETICI AI EFICIENȚEI FOLOSIRII MIJLOACELOR MATERIALE CIRCULANTE

Caracterizarea statistică a eficienței folosirii mijloacelor materiale circulante se bazează pe indicatorii sintetici și analitici care pun în evidență aspecte privind nivelul consumului de materiale în raport cu producția obținută, nivelul stocurilor comparativ cu producția obținută, nivelul consumurilor de materiale efective în raport cu normativele de consum etc.

Dintre indicatorii care pun în evidență aceste aspecte un loc important îl ocupă indicatorul care exprimă volumul valoric al mijloacelor materiale circulante consumate pentru obținerea a 1000 lei P.I.B. (indicator de eficiență de tipul efort/efect):

$$\overline{CMMC} = \frac{MMC}{P.I.B.} \cdot 1000, \qquad (16.48)$$

în care $\overline{CMMC}$ — consumul de mijloace materiale circulante pentru obținerea unei unități (1 leu sau 1 000 lei) P.I.B.; MMC — volumul valoric al mijloacelor materiale circulante;

Scanned with OKEN Scanner

sau

$$\overline{CMMC} = \sum CMMC_i g_i^{VAB}. \qquad (16.49)$$

Aceste relaţii evidenţiază intensitatea consumului de mijloace materiale denumită materialintensivitatea economiei naţionale. Nivelul acesteia depinde atît de materialintensivitatea ramurilor economiei naţionale, cît şi de structura pe ramuri a P.I.B. Ca urmare, în vederea creşterii eficienţei consumurilor de materiale la nivelul economiei naţionale trebuie acţionat atît pentru reducerea consumurilor de materiale pe o unitate de producţie în ramurile economiei naţionale, cît şi pentru modificarea structurii pe ramuri în favoarea acelor ramuri mici consumatoare de materii prime şi materiale. Această problemă se pune pentru toate ramurile, dar mai ales pentru ramurile industriale.

Dinamica consumului de mijloace materiale pentru obţinerea unei unităţi de producţie este caracterizată cu ajutorul indicilor:

$$I^{\overline{CMMC}} = \frac{\overline{CMMC}_1}{\overline{CMMC}_0} \cdot 100 \qquad (16.50)$$

sau

$$I^{\overline{CMMC}} = \frac{I^{MMC}}{I^{P.I.B}} \cdot 100 \qquad (16.51)$$

şi indică o creştere a eficienţei în condiţiile în care $I^{\overline{CMMC}} < 1$.

Inversul consumului de mijloace circulante pentru 1000 lei P.I.B. exprimă P.I.B. ce revine la 1000 lei mijloace materiale circulante consumate (indicator de tip efect/efort).

Informaţii suplimentare pentru caracterizarea eficienţei consumului de mijloace materiale se obţin pe baza unor indicatori de natură mixtă ce rezultă din compararea consumului de materii prime, materiale, energie etc. în unităţi fizice sau convenţionale ce revin la o unitate P.I.B. sau Venit Naţional. Dintre aceşti indicatori o largă utilizare în analizele macroeconomice au:

— energointensivitatea, care exprimă consumul de energie primară ce revine la o unitate (1 leu sau 1 000 lei) a P.I.B. Calcularea acestui indicator presupune echivalarea consumului de energie primară. In statistica din ţara noastră şi în statistica internaţională, indicatorul se exprimă în «echivalent huilă». Consumul de energie primară exprimat în kg echivalent huilă la 1 000 dolari SUA Produs Intern Brut se foloseşte frecvent în statistica internaţională pentru compararea nivelului de dezvoltare economică. Datele empirice pentru un mare număr de ţări pun în evidenţă faptul că cu cît o ţară este mai dezvoltată economic, cu atît consumurile de energie primară sînt mai mici;

Scanned with OKEN Scanner

— electrointensivitatea economiei naționale este exprimată prin consumul de energie electrică exprimat în Kwh pentru obținerea unei unități (1 leu sau 1 000 lei) P.I.B.

Faptul că există deosebiri mari privind electrointensivitatea ramurilor economiei naționale impune ca la analiza dinamicii acestui indicator să se țină seama de structura pe ramuri a consumului de energie electrică.

Astfel, la nivelul ramurilor electrointensivitatea este dată de relația:

$$ee_i = \frac{EE_i}{VAB_i}, \tag{16.52}$$

în care ee_i — electrointensivitatea în ramura i; EE_i — consumul total de energie electrică în ramura i; VAB_i — valoarea adăugată brută în ramura i.

Pentru întreaga economie națională electrointensivitatea poate fi calculată direct:

$$\overline{ee} = \frac{EE}{P.I.B.} \tag{16.53}$$

sau ca medie

$$\overline{ee} = \sum ee_i g_i^{VAB}. \tag{16.54}$$

Relația (16.54) oferă posibilitatea măsurării influenței celor doi factori (ee_i și g_i^{VAB}) asupra $\overline{ee}$.

De asemenea, putem exprima consumul total de energie electrică în funcție de factorii determinanți:

$$EE = \overline{ee} \cdot \text{P.I.B.} = \sum ee_i g_i^{VAB} \sum VAB_i \tag{16.55}$$

și putem pune în evidență influența celor trei factori asupra nivelului și dinamicii consumului total de energie electrică;

— metalointensivitatea economiei naționale exprimă consumul integral de metale pe o unitate monetară de P.I.B. Dificultățile întîmpinate la determinarea consumului integral de metale au condus la utilizarea unor indicatori parțiali care implică în calcul numai anumite metale de mare importanță pentru dezvoltarea economiei, cum sînt oțelul, cuprul, aluminiul.

În practica economică în vederea caracterizării eficienței consumurilor de materiale la nivelul unităților economice se calculează mai mulți indicatori în cadrul cărora un loc important îl ocupă consumurile specifice de materiale și cheltuielile materiale la 1 000 lei producție.

Pentru caracterizarea consumurilor la nivelul economiei naționale de mare importanță sînt indicatorii calculați pe baza balanței legăturilor dintre ramuri, respectiv coeficienții cheltuielilor directe și coeficienții cheltuielilor totale.

Scanned with OKEN Scanner

BIBLIOGRAFIE

1. *Antonescu C, Isaic-Maniu Al., Voineagu V.* Statistica economică generală, Fundaţia «România de mîine», 1993.
2. *Baron T, Korka M., Pecican E., Stănescu M.* Statistica pentru comerţ şi turism, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1981.
3. *Baron T., Isaic-Maniu Al., Tövissi L.* ş. a. Calitate şi fiabilitate. Manual practic, Editura tehnică, Bucureşti, 1988.
4. *Biji E., Baron T.* Statistica teoretică şi economică, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1991.
5. *Biji E., Bădiţă M., Lilea E., Voineagu V.* Lucrări aplicative de statistică teoretică, Lito A.S.E., Bucureşti, 1989.
6. *Biji E., Lilea E., Voineagu V.* Statistica teoretică, Editura «Dimitrie Cantemir», Bucureşti, 1993.
7. *Biji M., Biji E.* Statistica teoretică. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1979.
8. *Biji E., Wagner P.* ş. a. Curs de statistică (vol. I—II), A.S.E., Bucureşti, 1986.
9. *Bran P., Korka M.* Graficele în sprijinul procesului didactic, A.S.E., Bucureşti, 1987.
10. *Bulgaru M.* Statistica ramurilor neindustriale, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1982.
11. *Capanu I., Wagner P.* Statistica macroeconomică, Comisia Naţională pentru Statistică, Bucureşti, 1991.
12. *Capanu I., Wagner P., Mitruţ C.* Agregate macroeconomice, Editura «Dimitrie Cantemir», Bucureşti, 1993.
13. *Capanu I., Wagner P., Mitruţ C.* Sistemul Conturilor Naţionale şi agregatele macroeconomice, Editura ALL, Bucureşti, 1994.
14. *Cristureanu T., Korka M.* Curs de statistică a comerţului exterior, A.S.E., Bucureşti, 1974.
15. *Derycke P.* Elasticité et analyse economique, Editura «Cujas», Paris, 1964.
16. *Dietrich H., Schmutzler O.* Statistiche Methodes in der Marktforschung, Editura «Die Wirtschaft; Berlin, 1968.
17. *Dodje Y.* Statistique. Dictionnaire encyclopedique, Editura «Dunod», Paris, 1993.
18. Dubos J. Liaisons stochastiques en economie, Editura «Dunod», Paris, 1971.
19. *Grais B.* Statistique descriptive, 3e edition, Ed. «Dunod», Paris, 1988.
20. *Grais B.* Methodes statistiques, Ed. «Dunod», Paris, 1990,
21. *Granier R., Giran J—P.* Analyse economique, 3-e ediţion, Ed. Economica, Paris, 1984.
22. *Grădinaru A.* Kak pravilino polizovatisea statistikoi, (Metodiceskie recomendaţii), Chişinău, 1987.
23. *Gromîko G.* ş. a. Soţialino-ăkonomiceskaia statistika, Moscova, 1989.
24. *Gromîko G.* Manual de statistică (trad. din l. rusă), Chişinău, Cartea Moldovenească, 1990.
25. *Goujet Ch.* Statistiques descriptives. Appliqueés à la gestion, Ed. Eurolles, 1992.
26. *Guillon H.* Statistique, Ed. Dallaz, Paris, 1976.

Scanned with OKEN Scanner

27. *Harper W.* Statistics, Third Edition, Ed. Macdonald and Evans, Plymouth, 1980.
28. *Hasiganu D., Marinescu I.* Grafice şi elemente de calcul, Editura ştiinţifică, Bucureşti, 1968.
29. *Isaic-Maniu Al.* În căutarea optimului, Editura «Albatros», Bucureşti, 1985.
30. *Isaic-Maniu Al.* Metoda Weibull — aplicaţii, Editura Academiei Române, Bucureşti, 1983.
31. *Isaic-Maniu Al., Vodă V.* Fiabilitatea — şansă şi risc, Editura tehnică, Bucureşti, 1986.
32. *Isaic-Maniu Al.* (coord.), *Antonescu C., Mitruţ C., Voineagu V.* Macroeconomie, Editura «Independenţa Economică», Bucureşti, 1993.
33. *Isaic-Maniu Al., Frăgilă Gh.* Ce ştim despre statistică, Editura ştiinţifică, Bucureşti, 1988.
34. *Isaic-Maniu Al.* (coord.), *Antonescu C., Korka M., Mitruţ C., Voineagu V.* Statistica generală şi economică, Editura «Independenţa Economică», Bucureşti, 1994.
35. *Ivănescu I.* (coord.) Statistică, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1980.
36. *Jambu M.* Exploration informatique et statistique des données, Editura «Dunod», Paris, 1992.
37. *Kazineţ L. S.* Teoria indeksov, Editura «Gosstatizdat», Moscova, 1963.
38. *Korka M.* Statistica comerţului exterior, A.S.E., Bucureşti, 1978.
39. *Legris G.* Statistique pour economistes, Vol. 1. Statistique descriptive. Ed. Economica, Paris, 1987.
40. *Lippe P.* Wirtshaftsstatistik, Editura «Fischer», Stuttgart, 1990.
41. *Malinvaud E.* Méthodes statistiques de l'econometrie, Editura «Dunod», Paris, 1963.
42. *Marinescu I.* Analiza factorială, Editura ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1984.
43. *Mihoc Gh., Urseanu V.* Sondaje şi estimaţii statistice. Editura tehnică, Bucureşti, 1977.
44. *Moineagu C., Negură I., Urseanu V.* Statistica. Concepte, principii, metode. Editura ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1976.
45. *Nasta E., Vasilescu V.* Modelarea fenomenelor de piaţă, Editura politică, Bucureşti, 1977.
46. *Pecican E.* Statistica cu aplicaţii în comerţ. Note de curs. A.S.E., Bucureşti, 1977.
47. *Pecican E., Tănăşescu O.* Econometrie, A.S.E., Bucureşti, 1989.
48. *Reuzov N.* Obşcaia teoria statistiki, Moscova, «Statistika», 1979, 1984.
49. *Sachs L.* Angewandte Statistik, Editura «Springer», Berlin, 1973.
50. *Simeray I.* Les graphiques au service de l'entreprise, Editura «Hommes» ef Techniques», Puteaux, 1971.
51. *Stone R., Stone G.* National Income and Expediture, Editura «Brown and Bowes», Londra, 1972.
52. *Tassi Ph.* Méthodes statistiques, 2e edition, Editura «Economica», Paris, 1989.
53. *Thomas J.* An introduction to Statistical Anallysis for Economiste, Editura «Weidenfeld and Nicolson», Londra, 1973.
55. *Tövissi L., Isaic-Maniu Al.* Statistica — curs experimental A.S.E., Bucureşti, 1989.
56. *Trebici V.* (coord.) Mică enciclopedie de statistică, Editura ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1985.
57. *Vodă V. Gh.* Gîndirea statistică — un mod de gîndire a viitorului, Editura «Albatros», Bucureşti, 1977.
58. *Wallis W., Roberts H.* Methoden der statistik ein neuer wed zu ihrem Verstandnis, Editura «Rowoholt», Freiburg, 1971.
59. *Yule G., Kendall M.* Introducere în teoria statisticii, Editura ştiinţifică, Bucureşti, 1969.

Scanned with OKEN Scanner

MIC GLOSAR DE TERMENI STATISTICI

Abatere	Отклонение
— abatere absolută	— абсолютное отклонение
— abatere cuartilă sau abatere intercuartilică sau amplitudine semiintercuartilă	— квартильное отклонение или полурасстояние между квартилями
— abatere interdecilică	— децильное отклонение
— abatere medie liniară	— среднее линейное отклонение
— abatere medie pătratică sau abatere standard	— среднее квадратическое отклонение или стандартное, основное отклонение
— abatere relativă	— относительное отклонение
Ajustare analitică	— Аналитическое сглаживание
Amortizare a mijloacelor fixe	— Амортизация основных фондов
Amplitudine a variaţiei	— Размах вариации
Analiză a datelor primare	— Анализ первичных данных
Analiză dispersională	— Дисперсионный анализ
Analiză a seriilor cronologice	— Анализ хронологических рядов
Analiză statistică	— Статистический анализ
Asimetrie	— Асимметрия
Asociere a caracteristicilor calitative (atributive)	— Взаимосвязь качественных (атрибутивных) признаков
Autocorelaţie	— Автокорреляция
Avuţie naţională	— Национальное богатство
Balanţă a economiei naţionale	— Баланс народного хозяйства
Balanţă a fondurilor fixe	— Баланс основных фондов
Balanţă a investiţiilor	— Баланс капитальных вложений
Balanţă a resurselor de muncă	— Баланс трудовых ресурсов
Bancă de date	— Банк данных
Beneficiu	— Прибыль
Buget de familie	— Семейный бюджет
Calitatea producţiei	— Качество продукции
Caracteristică alternativă (calitativă)	— Альтернативный (качественный) признак
Caracteristică cantitativă	— Количественный признак
Caracteristică independentă	— Независимый признак
Caracteristică rezultativă	— Результативный признак
Caracteristică statistică	— Статистический признак
Centralizare a datelor statistice	— Сводка статистических данных
Cercetare statistică	— Статистическое исследование
Cheltuieli de circulaţie	— Издержки общения
Cheltuieli materiale de producţie	— Материальные производственные затраты

Scanned with OKEN Scanner

Cheltuieli pentru consumuri personale	— Расходы на персональное потребление
Coeficient de asimetrie	— Коэффициент асимметрии
Coeficient de asociere	— Коэффициент ассоциации
Coeficient de autocorelaţie	— Коэффициент автокорреляции
Coeficient de boltire	— Коэффициент крутости
Coeficient de corelaţie a rangurilor Kendall	— Ранговый коэффициент корреляции Кендаля
Coeficient de corelaţie a rangurilor Spearman	— Ранговый коэффициент корреляции Спирмена
Coeficient de corelaţie multiplă	— Коэффициент множественной корреляции
Coeficient de determinaţie	— Коэффициент детерминации
Coeficient de elasticitate	— Коэффициент эластичности
Coeficient de regresie	— Коэффициент регрессии
Coeficient de variaţie	— Коэффициент вариации
Coeficient de variaţie intercuartilică	— Квартильный коэффициент вариации
Coeficient de variaţie interdecilică	— Децильный коэффициент вариации
Colectivitate generală	— Генеральная совокупность
Colectivitate statistică	— Статистическая совокупность
Comparaţie între media aritmetică şi mediană	— Сопоставление арифметической средней и медианы
Control aritmetic	— Арифметический контроль
Control al calităţii	— Контроль качества
Control logic	— Логический контроль
Corecţia lui Sheppard	— Поправка Шеппарда
Corelaţie parţială	— Частная корреляция
Cuartile	— Квартили
Culegerea datelor primare	— Собирание первичных данных
Curbă de repartiţie	— Интегральная кривая распределения
Curba lui Lorentz	— Кривая Лоренца
Dare de seamă statistică	— Статистическая отчетность
Date incomplete	— Неполные данные
Decile	— Децили
Dimensiunea mediei	— Размерность средней
Densitate a populaţiei	— Плотность населения
Densitate de repartiţie	— Плотность распределения
Dispersie de grupă sau dispersie parţială	— Внутригрупповая дисперсия или частная дисперсия
Dispersie dintre grupe	— Межгрупповая дисперсия
Dispersie totală	— Общая дисперсия
Economie naţională	— Народное хозяйство
Efecte sezoniere	— Сезонные эффекты
Efectul eliminării tendinţei	— Эффект элиминирования тенденции
Eficienţă	— Эффективность
Elasticitate a cererii de consum	— Эластичность потребительского спроса
Eroare de observare	— Ошибка наблюдения
Eroare medie	— Средняя ошибка
Estimaţie	— Оценка
Eşantion	— Выборка
Exces	— Эксцесс
Extragere a informaţiei	— Выборка информации
Fază	— Фаза
Fişă de control statistică	— Статистическая контрольная карта
Fluctuaţie	— Колебание
Flux informaţional	— Информационный поток

Scanned with OKEN Scanner

Funcţie de frecvenţă cumulativă	— Кумулятивная функция численности
Funcţie de repartiţie	— Функция распределения
Grad de libertate	— Степень свободы
Grupare	— Группировка
Grupare combinată	— Комбинированная группировка
Grupare a observaţiilor	— Группировка наблюдения
Grupare secundară	— Вторичная группировка
Grupare simplă	— Простая группировка
Grupare statistică	— Статистическая группировка
Histogramă	— Гистограмма
Independenţă	— Независимость
Indicator statistic	— Статистический показатель
Indice	— Индекс
Indice agregat	— Агрегатный индекс
Indice al sezonalităţii	— Индекс сезонности
Indice cu bază fixă	— Индекс с постоянной базой
Indice cu bază mobilă	— Индекс с переменной базой
Indice cu structură fixă	— Индекс постоянного состава
Indice cu structură variabilă	— Индекс переменного состава
Indice de grup (sintetic)	— Групповой (синтетический) индекс
Indice Edgeworth	— Индекс Эджуорта
Indice Fisher	— Индекс Фишера
Indice individual	— Индивидуальный индекс
Indice Laspeyres	— Индекс Ласпейреса
Indice mediu aritmetic	— Среднеарифметический индекс
Indice mediu armonic	— Среднегармонический индекс
Indice Paasche	— Индекс Пааше
Indice teritorial	— Территорнальный индекс
Indice valoric	— Индекс стоимости
Indice al schimbărilor structurale	— Индекс структурных сдвигов
Intensitate	— Интенсивность
Interpolare simplă	— Линейная интерполяция
Interval de grupă	— Групповой интервал
Împrăştiere	— Рассеяние
Intreprindere	— Предприятие
Lege a numerelor mari	— Закон больших чисел
Legitate statistică	— Статистическая закономерность
Leptocurtie (îngust)	— Островершинный (узкий)
Măsuri absolute ale împrăştierii	— Абсолютные меры рассеяния
Medie aritmetică	— Средняя арифметическая
Media armonică	— Средняя гармоническая
Medie geometrică	— Средняя геометрическая
Mediană	— Медиана
Medii mobile	— Подвижные средние
Metoda celor mai mici pătrate	— Метод наименьших квадратов
Modul	— Мода
Moment de ordinul întîi: moment de ordinul al doilea în raport cu media aritmetică	— Момент первого порядка: второго порядка относительно арифметической средней
Netezire	— Сглаживание
Nivel al preţurilor	— Уровень цен
Număr scriptic al salariaţilor	— Списочная численность работников
Observare statistică	— Статистическое наблюдение
Ogiva lui Galton	— Огива Гальтона
Oscilaţii în serii dinamice	— Колебания в рядах динамики
Parametri	— Параметры

Scanned with OKEN Scanner

Percentile	— Центили
Piramidă a vîrstelor	— Возрастная пирамида
Planul anchetelor statistice	— План статистического исследования
Platicurtic (larg)	— Плосковершинный (плоский)
Poligon de frecvență	— Полигон численностей
Punct de centru al seriei de variație	— Серединная точка вариационного ряда
Ramuri ale economiei naționale	— Отрасли народного хозяйства
Rang	— Ранг
Recensămînt	— Перепись
Regresie	— Регрессия
Repartiție	— Распределение
Repartiție binominală	— Биноминальное распределение
Repartiție de frecvență asimetrică	— Ассиметрическое распределение численностей
Repartiție de frecvențe	— Распределение численностей
Repartiție χ^2 (chi — pătrat)	— Распределение χ^2 (Хи — квадрат)
Repartiție normală	— Нормальное распределение
Repartiția Poisson	— Распределение Пуасона
Reprezentare grafică	— Графическое изображение
Resurse ale forței de muncă	— Трудовые ресурсы
Resurse naturale	— Природные ресурсы
Ritm mediu de creștere	— Средний темп роста
Sarcină	— Нагрузка
Selecție, numere aleatoare	— Выборка, случайные числа
Selecție în serie	— Серийная выборка
Selecție statistică	— Выборочное статистическое исследование
Selecție tipică	— Типическая выборка
Serii autoregresive	— Авторегрессивные ряды
Serii de momente	— Моментные ряды
Serii dinamice (cronologice)	— Динамические (хронологические) ряды
Serii statistice	— Статистические ряды
Spor absolut	— Абсолютный прирост
Tabele statistice	— Статистические таблицы
Tabularea datelor primare	— Табулирование первичных данных
Testul γ^2	— Тест χ^2
Testul Durbin-Watson	— Тест Дорбина-Уотсона
Testul (F)	— Тест (F)
Tendință	— Тенденция
Unitate de observare	— Единица наблюдения
Utilizarea resurselor de muncă	— Использование трудовых ресурсов
Uzină	— Завод
Valoarea absolută a unui procent din ritm	— Абсолютное значение одного процента прироста
Variabilă	— Переменная величина
Variabilă cantitativă	— Количественная величина
Variabilă dependentă	— Зависимая переменная
Variantă-test	— Контрольная переменная
Variație	— Вариация, изменчивость
Vector	— Вектор
Zile-om	— Число человеко-дней

Scanned with OKEN Scanner

SUMMARY

The management of micro and macro-economic activity cannot be achieved outside a correct and prompt investigation of the reality. This requirement is on the one hand answered by statistics as a scientific discipline and on the other hand by statistics as a supportive institution of the civil service. Within the framework of this course of lectures, the problem area treated covers the knowledge necessary for an economist with the widest profile and falls into two parts:

Theoretical statistics wihch is intended to substantiate the methods related to the stages of statistical investigation (observation, processing, analysis, storage). Thus, such methods of characterization are dealt with as distribution series, calculus of indicators in interdependent series, processing of time series and making statistical predictions, use of the method of indices in economic analysis, etc.

A significant share in the economy of the book is held by the method of statistical sampling for obtaining data, procedures of characterization of product quality and reliability.

Economic statistics which puts forward methodologies for calculating achievements at the level of economic agents (gross output, gross and net added value, operation excess, profit) as well as at the level of the national economy by the establishment of indicators in the National Accounts System (Gross and Net National Product, Gross and Net Domestic Product, Available Revenue, Personal Revenue etc.) Methodologies are presented for calculating the real wages, indices of consumer goods prices, inflation etc.

A Romanian-Russian glossary of statistical terms has been added for a wider range of readers of the book.

Scanned with OKEN Scanner

ALEXANDRU ISAIC-MANIU (n. 1944)

Absolvent al Facultății de Calcul Economic și Cibernetică Economică, ASE, București. **Doctor în economie (1977).**

Autor al 16 cărți, tratate și cca a 200 articole de specialitate.

În prezent profesor la ASE, București.

Domenii prioritare: aplicarea metodelor statistice în economie, optimizarea economică în teoria fiabilității.

ALEXEI GRĂDINARU (n. 1936)

Absolvent al Facultății de Matematică, Institutul Pedagogic «I. Creangă», Chișinău. Doctorant al Facultății de Economie, Universitatea de Stat «Lomonosov», Moscova. **Doctor în economie (1968).**

Autor al 8 cărți, tratate și cca a 55 de articole de specialitate.

În prezent dr conferențiar la ASE, Chișinău.

Domenii prioritare: modelarea statistico-matematică a proceselor economice.

VOINEAGU VERGIL (n. 1952)

Absolvent al Facultății de Cibernetică Economică și Statistică, ASE, București. **Doctor în economie (1987).**

Autor al 6 cărți, tratate și cca a 50 de articole de specialitate.

În prezent profesor la ASE, București.

Domenii prioritare: aplicarea metodelor statistice în economie, analize statistice microeconomice și macroeconomice.

MITRUȚ CONSTANTIN (n. 1952)

Absolvent al Facultății de Cibernetică Economică și Statistică, ASE, București. **Doctor în economie (1987).**

Autor al 6 cărți, tratate și cca a 50 de articole de specialitate.

În prezent profesor la ASE, București.

Domenii prioritare: statistică și analiză macroeconomică.

Scanned with OKEN Scanner